

# ОСНОВЫ ТЕОРИИ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЯДЕРНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РЕАКТОРОВ

Под редакцией доктора физ.-мат. наук,  
проф. Г. А. БАТЯ

*Допущено Министерством высшего и  
среднего специального образования  
СССР в качестве учебного пособия для  
студентов вузов, обучающихся по спе-  
циальности «Атомные электростанции и  
установки»*



МОСКВА  
ЭНЕРГОИЗДАТ  
1982

ББК 31.46  
О-75  
УДК 621.039.51(075.8)

Рецензенты: 1. Кафедра АЭС Обнинского филиала МИФИ.  
2 Л. Н. Юрова

О-75 Основы теории и методы расчета ядерных энергетических реакторов: Учеб. пособие для вузов/ Г. Г. Бартоломей, Г. А. Бать, В. Д. Байбаков, М. С. Алхутов; Под ред. Г. А. Батя.— М.: Энергоиздат, 1982.— 000 с., ил.

В пер 1 р 40 к.

Рассмотрены основные закономерности взаимодействия нейтронов с ядрами в реакторе, традиционные разделы теории ядерных реакторов (в современной трактовке) процессы диффузии и замедления нейтронов, теория критических размеров теория решетки. Значительное место отведено особенностям и приближенным (инженерным) методам расчета реакторов ВВЭР, ВК, РБМК и БР.

Для студентов вузов, обучающихся по специальности «Атомные электростанции и установки». Может быть полезна специалистам, работающим в области ядерной энергетики.

О 2304000000-556  
051(01)-82 45-82

ББК 31.46  
6П28

## Предисловие

С каждым годом в СССР все больше внимания уделяется количественной и качественной сторонам подготовки специалистов в области ядерной энергетики. Качество подготовки в значительной мере зависит от соответствия учебной литературы программам, разработанным для студентов энергетического профиля, в том числе и будущих эксплуатационников, знающих, может быть, не очень глубоко нейтронную физику, но зато разбирающихся в теплофизике, схемах, оборудовании.

Данная книга представляет собой первое учебное пособие по теории и методам расчета ядерных энергетических реакторов, предназначенное для специальности «Атомные электростанции и установки». Не претендуя на полноту и строгость изложения, авторы попытались написать книгу, обладающую качествами, необходимыми именно учебной литературе для студентов указанной специальности. Здесь рассматривается широкий круг вопросов, начиная с основ ядерной физики и кончая физикой энергетического реактора в целом.

Естественно, что в рамках одной книги невозможно, да и нецелесообразно с равной тщательностью и полнотой рассматривать все разделы теории реакторов и ее применения. Поэтому лишь конспективно рассмотрены нестационарные процессы в реакторе (гл. 9), достаточно подробно изложенные в учебном пособии Б. А. Дементьева «Кинетика и регулирование ядерных реакторов» (М.: Атомиздат, 1973). Вспомогательный материал, необходимый для изучения физики ядерных реакторов — основы нейтронной физики, выделен в отдельную часть книги (часть I). Наиболее полно и глубоко рассмотрены традиционные разделы общей теории ядерных реакторов (часть II), в особенности теория решетки. Особое внимание обращено на выяснение физического смысла процессов, происходящих в реакторе. Поэтому громоздкие математические выкладки, не способствующие пониманию физики, опущены, а в части III наряду с особенностями физики различных ядерных реакторов рассмотрены лишь простейшие методы расчета, которые могут быть реализованы на микрокалькуляторах.

Пособие создано на основе курса лекций «Теория ядерных реакторов», читаемого в течение многих лет доц.

Г. Г. Бартоломеев в Московском энергетическом институте студентам кафедры «Атомные электростанции». Им написаны гл. 4—8, 10—12 и приложения

В становлении курса лекций и создании учебного пособия важную роль сыграл профессор Г. А. Бать. Он впервые прочитал курс, и гл. 4—8 в значительной степени основаны на материале этого курса. Благодаря его «редакторской несговорчивости» многие разделы книги неоднократно пересматривались и приняли тот вид, в котором и предлагаются читателю.

Ряд глав рукописи по просьбе авторов был просмотрен «специалистами первой руки». Особенную пользу это принесло гл. 13, тщательно прочитанной проф. В. В. Орловым. Ценные замечания, высказанные проф. П. Э. Немировским по части I книги, были приняты авторами с большой признательностью.

Авторы искренне благодарят высказавших ряд полезных замечаний и предоставивших некоторые материалы для книги д-ра техн. наук В. С. Романенко (гл. 12), канд. техн. наук В. А. Вознесенского, В. Д. Сидоренко (гл. 10) и А. Я. Крамерова (гл. 12).

Авторы особенно признательны рецензентам — коллективу кафедры «Атомные электростанции» Обнинского филиала Московского инженерно-физического института (зав. кафедрой проф. П. Л. Кириллов), а также профессорам М. Н. Николаеву и Л. Н. Юровой, которые тщательно прорецензировали рукопись и сделали много полезных замечаний.

Большая роль в создании настоящего учебного пособия принадлежит проф. Т. Х. Маргуловой — инициатору написания книги, и зав. кафедрой АЭС МЭИ проф. Н. Г. Рассохину, проявлявшим постоянный интерес к нашей работе.

Все замечания и пожелания по данной книге авторами будут приняты с большой благодарностью.

Авторы

## Список условных обозначений

Д — диаметр активной зоны, м	$k_{\infty}$ — коэффициент размножения нейтронов в бесконечной среде
КВ — коэффициент воспроизводства	$k_{\text{эф}}$ — эффективный коэффициент размножения
$a$ — параметр Бэлла	$k_V$ — коэффициент неравномерности по объему
$A$ — массовое число	$k_r$ — коэффициент неравномерности по радиусу
$B^2$ — геометрический параметр, $\text{м}^2$	$k_z$ — коэффициент неравномерности по высоте
$b_p$ — шаг решетки, мм	$L$ — длина диффузии, см
$C$ — коэффициент Данкова — Гинзбурга	$l_i$ — средняя хорда $i$ -й зоны ячейки, мм; время жизни ядра-предшественника $i$ -й группы запаздывающих нейтронов, с
$c_j$ — концентрация $j$ -го компонента	$\bar{l}$ — время жизни нейтронов одного поколения в реакторе, с
$D$ — среднее расстояние между уровнями, МэВ	$M(A, Z)$ — масса ядра, а. е. м
$D$ — коэффициент диффузии, см	$M$ — длина миграции, см
$d_t$ — внешний диаметр $i$ -й зоны ячейки, мм	$m_n$ — масса нейтрона, а. е. м.
$d$ — коэффициент прогибыва	$N$ — ядерная плотность, $1/\text{см}^3$
$E$ — кинетическая энергия нейтрона, эВ	$n$ — плотность нейтронов, нейтр/см <sup>3</sup>
$E^*$ — энергия возбуждения, МэВ	$P, Q$ — вероятность столкновения нейтрона с ядром
$E_{ri}$ — энергия $i$ -го резонанса, эВ	$Q_T$ — тепловая мощность реактора, МВт
$F$ — площадь поверхности, м <sup>2</sup>	$Q_0$ — внутренний блок-эффект
$H$ — высота активной зоны, м	$Q_f$ — энергия деления, МэВ
$I$ — плотность диффузионного тока нейтронов, нейтр/(см <sup>2</sup> ·с)	$Q_1$ — внешний блок-эффект
$I_{a, \text{эф}}$ — эффективный резонансный интеграл поглощения, см <sup>2</sup>	$q$ — относительное вредное поглощение
$I_{a, \infty}$ — истинный резонансный интеграл поглощения, см <sup>2</sup>	$q_0$ — основное поглощение
$J$ — ток нейтронов нейтр/(см <sup>2</sup> ·с)	$q_1$ — избыточное поглощение
$j$ — плотность замедления, нейтр/(см <sup>2</sup> ·с × МэВ)	$R$ — радиус ядра, см; радиус активной зоны, м

$R_i$  — скорость  $i$  го взаимодействия нейтрона с ядром,  $1/(\text{см}^3 \cdot \text{с})$   
 $r_i$  — внешний радиус  $i$  й зоны ячейки, мм  
 $S$  — скорость генерации нейтронов, нейтр/ $(\text{см}^3 \cdot \text{с})$   
 $T_p$  — кампания реактора, сут  
 $T_2$  — время удвоения количества делящегося материала, годы  
 $T_{az}$  — кампания топлива, сут  
 $T$  — период реактора, с, толщина отражателя, см  
 $T, t$  — температура, К; °С  
 $T_n$  — температура нейтронного газа, К  
 $t$  — время, с  
 $u$  — летаргия  
 $V$  — объем, м<sup>3</sup>  
 $v$  — скорость нейтрона, см/с  
 $W(E \rightarrow E')dE'$  — вероятность для нейтрона рассеяться в интервал энергий  $dE'$   
 $W_f$  — барьер деления, МэВ  
 $Z$  — число протонов в ядре  
 $\alpha$  — параметр замедления  
 $\alpha_i$  — температурный коэффициент реактивности, 1/°С  
 $\beta_i$  — доля запаздывающих нейтронов  $i$  й группы  
 $\Gamma$  — ширина резонанса, эВ  
 $\Gamma_i$  — парциальная ширина резонанса, эВ  
 $\gamma$  — плотность материала, г/см<sup>3</sup>  
 $\gamma_p(k)$  — коэффициент затенения в решетке (канале)  
 $\Delta$  — доплеровская ширина резонанса, эВ  
 $\delta$  — эффективная добавка, см  
 $\epsilon$  — средняя энергия связи нуклона в ядре, МэВ  
 $\epsilon_i$  — объемная доля  $i$  го компонента  
 $\epsilon_n$  — энергия связи нейтрона в ядре, МэВ  
 $\xi$  — длина линейной экстраполяции в единицах  $\lambda_i$

$\eta$  — среднее число вторичных нейтронов на один поглощенный первичный  
 $\theta$  — коэффициент использования тепловых нейтронов, угол рассеяния нейтрона в лабораторной системе координат, град  
 $\kappa^2$  — материальный параметр, см<sup>2</sup>  
 $\lambda$  — длина волны нейтрона, см, длина свободного пробега, см, постоянная распада, с<sup>-1</sup>  
 $\lambda_i$  — длина пробега до  $i$  го взаимодействия, см  
 $\mu$  — коэффициент размножения на быстрых нейтронах  
 $\nu_i$  — среднее число нейтронов, образующихся в акте деления  $i$  го нуклида  
 $\nu_{\phi}$  — число вторичных нейтронов на один поглощенный в топливе первичный  
 $\nu'_{\phi}$  — число вторичных нейтронов на один поглощенный  $i$  м нуклидом  
 $\xi$  — средняя логарифмическая потеря энергии в одном акте рассеяния  
 $\xi \Sigma_s$  — замедляющая способность, см<sup>-1</sup>  
 $\rho$  — реактивность  
 $\Delta \rho_i$  — температурный эффект реактивности  
 $\rho_{шл}$  — глубина выгорания топлива, МВт · сут/кг  
 $\Sigma_i(\sigma_i)$  — полное макроскопическое (микроскопическое) сечение взаимодействия, см<sup>-1</sup> (см<sup>2</sup>)  
 $\Sigma_i(\sigma_i)$  — макроскопическое (микроскопическое) сечение  $i$ -го вида взаимодействия, см<sup>-1</sup> (см<sup>2</sup>)  
 $\tau$  — возраст нейтронов, см<sup>2</sup>  
 $\Phi$  — поток нейтронов, нейтр/(см<sup>2</sup> · с)

$\Phi$  — вероятность избежать резонансного поглощения  
 $\chi_i$  — доля нейтронов спектра деления, попадающих в  $i$ -ю группу  
 $\psi$  — угол рассеяния в системе центра инерции  
 $\omega$  — отношение объемов замедлителя и топлива

#### Подстрочные индексы

$t$  — температура  
 $a$  — поглощение  
 $s$  — рассеяние

$f$  — деление  
 $c, \gamma$  — радиационный захват  
 $p$  — потенциальное рассеяние  
 $r$  — резонансное рассеяние  
 $R$  — увод  
 $el$  — упругое рассеяние  
 $in$  — неупругое рассеяние  
 $comp$  — образование составного ядра  
 $\alpha$  — испускание  $\alpha$ -частицы  
 $n$  — нейтрон  
 $tr$  — транспортное



## Глава I

## СВОЙСТВА ЯДЕР И ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ

## § 1.1. Общие сведения о строении ядра

В настоящей главе очень кратко излагаются основные сведения о строении и свойствах атомных ядер, необходимые при изучении физики реакторов. Более полно ядерная физика обычно рассматривается в специальных курсах.

До 1932 г. были известны только две элементарные частицы: электрон  ${}^0_1e$  с зарядом  $q_e = -1,6022 \cdot 10^{-19}$  Кл и массой покоя  $m_e = 9,1095 \cdot 10^{-31}$  кг и протон  ${}^1_1p$  с положительным зарядом, численно равным заряду электрона, и массой покоя  $m_p \approx 1836,15 m_e$ . Было предложено несколько моделей ядра, включающих эти две частицы, но все они не выдержали экспериментальной проверки. В 1932 г. Д. Чедвик открыл новую частицу, названную нейтроном  ${}^1_0n$ . Эта частица электрически нейтральная и имеет массу покоя  $m_n = 1838,68 m_e$ . В том же году Д. Д. Иваненко и, независимо, В. Гейзенберг выдвинули гипотезу о протон-нейтронной структуре ядра. Эта гипотеза была полностью подтверждена всем последующим ходом развития ядерной физики и ее приложений.

Итак, ядро состоит из  $Z$  протонов ( $Z$  — целое число, численно равное порядковому номеру элемента в Периодической таблице Д. И. Менделеева) и  $A - Z$  нейтронов, где  $A$  — полное число (целое) нуклонов в ядре. Протон и нейтрон обладают собственным моментом количества движения (спином), равным  $\hbar/2$  ( $\hbar = h/2\pi$ ,  $h = 6,6262 \cdot 10^{-34}$  Дж·с — постоянная Планка), и связанным с ним магнитным моментом. Изучение взаимодействия нейтронов и протонов с ядром выявило целый ряд общих свойств этих частиц, а различия объяснялись наличием у протона электрического заряда и соответственно дополнительным кулоновским взаимодействием. В дальнейшем для них было принято общее название *нуклоны* — частицы, составляющие

ядро нуклида (*нуклид* — вид атома, характеризующийся массовым числом  $A$ , атомным номером и ядерным энергетическим состоянием, при условии, что средний срок жизни в этом состоянии достаточно продолжителен для наблюдения).

Так как полное число нуклонов  $A$  в ядре определяет его массу, то  $A$  получило название *массового числа*. Нуклиды с одинаковым массовым числом, но разным протон-нейтронным составом принято называть *изобарами*.

В настоящее время известно около 2000 различных нуклидов, включая полученные искусственно. Подобно тому, как, задавая  $Z$ , мы полностью определяем химический элемент, задавая пару чисел  $Z$  и  $A$ , мы полностью определяем нуклид. Рассмотрим некоторые ядерно-физические характеристики нуклидов с данными  $Z$  и  $A$ .

**Заряд.** Число протонов в ядре  $Z$  определяет непосредственно его заряд. Нуклиды с одинаковым числом протонов, но с разным числом нейтронов принято называть *изотопами* элемента. Ядерные свойства изотопов элемента, в отличие от химических, могут различаться чрезвычайно резко.

**Масса.** Из-за различий в числе нейтронов  $A - Z$  изотопы элемента имеют разную массу  $M$  ( $A$ ,  $Z$ ), которая является другой важной характеристикой ядра. В ядерной физике массу ядер принято измерять в атомных единицах массы (а.е.м.). За атомную единицу массы принимают  $1/12$  часть массы нуклида  ${}^{12}_6C$

$$1 \text{ а.е.м.} = M_{\text{ат}}({}^{12}_6C) / 12 \approx 1,66056 \cdot 10^{-27} \text{ кг.} \quad (1.1.1)$$

Кроме того, в ядерной физике часто используют энергетический эквивалент массы. Согласно соотношению Эйнштейна, каждому значению массы  $M$  соответствует полная энергия

$$E = Mc^2, \quad (1.1.2)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме. Установим соотношение между а.е.м. и ее энергетическим эквивалентом:

$$E_{1 \text{ а.е.м.}} = 1,66056 \cdot 10^{-27} (2,997924 \cdot 10^8)^2 = 1,492436 \cdot 10^{-10} \text{ Дж,}$$

так как  $1 \text{ эВ} = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$  (энергия, приобретаемая электроном при прохождении разности потенциалов в 1 В), то

$$E_{1 \text{ а.е.м.}} = 9,31502 \cdot 10^8 \text{ эВ} = 931,502 \text{ МэВ,}$$

таким образом, 1 а.е.м. соответствует энергии 931,502 МэВ.

**Радиус.** Резерфорд, исследуя процесс рассеяния  $\alpha$ -частиц на ядрах, оценил размеры ядра — порядка  $10^{-14}$  м. Анализ распада тяжелых ядер позволил уточнить этот результат и связать радиус ядра с массовым числом простым соотношением

$$R = r_0 A^{1/3}, \quad (1.1.3)$$

где  $r_0$  — константа. Поскольку радиус ядра не есть чисто геометрическая характеристика и связан прежде всего с радиусом

действия ядерных сил, то значение  $r_0$  зависит от процесса, при анализе которого получено значение  $R$ . Наилучшее значение  $r_0$  было определено из экспериментов по рассеянию быстрых электронов ядрами и равно  $1,21 \cdot 10^{-15}$  м.

## § 1.2. Избыток массы. Энергия связи

Сравним массу атома, выраженную в а.е.м. с массовым числом. Из определения (1.1.1) следует, что масса нуклида  $^{12}_6\text{C}$  в а.е.м. точно равна его массовому числу. Так как масса однозначно связана с энергией (1.1.2), то очевидно, чем меньше энергия потенциального поля ядерных сил, удерживающих нуклоны в ядре, тем меньше его масса. Принято потенциальную энергию свободных нуклонов, удаленных на бесконечность, считать равной нулю. Тогда потенциальная энергия поля ядерных сил отрицательная, и нуклоны тем сильнее связаны в ядре, чем больше по абсолютному значению потенциальная энергия ядра.

Рассмотрим разность массы нуклида, выраженной в а.е.м., и массового числа

$$\delta[M(A, Z)] = M - A, \quad (1.2.1)$$

называемую *избытком массы*. Из сказанного выше следует, что  $\delta[M(A, Z)]$  для нуклида  $^{12}_6\text{C}$  равна нулю. Для других нуклидов эта величина отлична от нуля.

Количественное рассмотрение устойчивости ядер стало возможным благодаря точному измерению масс нуклонов и ядер. Массы ядер всегда меньше суммы масс составляющих их нуклонов, так как потенциальная энергия связанной системы (ядра) меньше потенциальной энергии свободных нуклонов. Энергия, которую необходимо затратить, чтобы разделить данное ядро на составляющие его нуклоны, называется *энергией связи ядра*. Ее можно определить следующим образом:

$$E_{\text{св}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - M(A, Z)]c^2. \quad (1.2.2)$$

В таблицах, как правило, приводят значения масс нуклидов. Поэтому удобно использовать следующую запись (с точностью до энергии связи электронов):

$$E_{\text{св}} = [ZM_{\text{ат}}(^1_1\text{H}) + (A - Z)m_n - M_{\text{ат}}(A, Z)]c^2. \quad (1.2.3)$$

При использовании выражений (1.2.2) и (1.2.3) необходимо помнить, что энергия связи ядра на несколько порядков меньше полной энергии, соответствующей массе (1.1.2), и для получения достаточно точного результата необходимо знать значения масс с точностью не менее шести знаков (при вычислениях возникает малая разность). В практических расчетах удобнее использовать табулированные значения избытка массы (1.2.1).

В случае использования  $\delta$  выражение для энергии связи имеет следующий вид:

$$E_{\text{св}} = [Z\delta(^1_1\text{H}) + (A - Z)\delta(^1_0\text{n}) - \delta[M_{\text{ат}}(A, Z)]]c^2. \quad (1.2.4)$$

Рассмотрим отношение энергии связи ядра к массовому числу

$$\varepsilon = E_{\text{св}}/A. \quad (1.2.5)$$

По определению  $\varepsilon$  есть средняя энергия связи, приходящаяся на один нуклон. Тем самым она характеризует интенсивность ядерных сил. Как видно из рис. 1.1, при малых значениях массовых чисел  $\varepsilon$  резко возрастает и достигает максимума при  $A \approx 50 \div 60$ . Нуклиды с такими массовыми числами наиболее устойчивы. С дальнейшим ростом  $A$  средняя энергия связи уменьшается, однако в широком интервале массовых чисел значение средней энергии связи почти постоянно ( $\bar{\varepsilon} = 8$  МэВ). Из сказанного следует, что можно записать

$$E_{\text{св}} \approx \bar{\varepsilon}A. \quad (1.2.6)$$

Легко понять, что если бы каждый нуклон ядра взаимодействовал с  $(A - 1)$  другими нуклонами, то полная энергия этого взаимодействия была бы пропорциональна произведению  $A(A - 1) \approx A^2$ . Отличие этого соотношения от (1.2.6) указывает на свойство насыщения ядерных сил: каждый нуклон в ядре взаимодействует не со всеми остальными, а только с ограниченным числом соседних нуклонов. Ядерные силы — это силы притяжения, и, как свидетельствует факт существования стабильных ядер, при некоторых условиях они больше сил кулоновского отталкивания (энергия притяжения, как было сказано выше, равна примерно 8 МэВ, энергия кулоновского отталкивания двух соседних протонов в ядре на порядок меньше).

## § 1.3. Устойчивость ядер

Из факта убывания средней энергии связи для нуклидов с массовыми числами больше или меньше  $50 - 60$  следует, что для ядер с малыми  $A$  энергетически выгоден процесс слияния — термоядерный синтез, приводящий к увеличению массового числа, а для ядер с большими  $A$  — процесс деления. В настоящее время оба эти процесса, приводящие к выделению энергии, осуществлены, причем последний лежит в основе современной ядерной энергетики, а первый находится в стадии разработки.

Детальное исследование показало, что устойчивость ядер существенно зависит также от параметра  $(A - Z)/Z$  — отношения

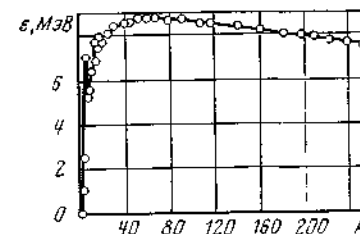


Рис. 1.1. Зависимость средней энергии связи  $\varepsilon$ , отнесенной к одному нуклону, от массового числа  $A$

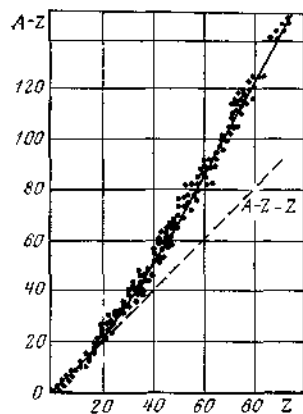


Рис. 1.2. Зависимость числа нейтронов  $A-Z$  от числа протонов  $Z$  для стабильных ядер

чисел нейтронов и протонов. Ядра легких нуклидов наиболее устойчивы при  $(A-Z)/Z=1$ . С ростом массового числа становится все более заметным электростатическое отталкивание между протонами, и область устойчивости сдвигается к значениям  $(A-Z)/Z>1$ . Это хорошо видно на рис. 1.2, где приведена зависимость  $(A-Z)=f(Z)$  для стабильных ядер. Для наиболее тяжелых нуклидов  $(A-Z)/Z \approx 1,5$ .

При рассмотрении таблиц стабильных нуклидов обращает на себя внимание их распределение по четным и нечетным значениям  $Z$  и  $A-Z$  (табл. 1.1). Все ядра с нечетными  $Z$  и  $A-Z$  являются ядрами легких нуклидов  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{10}\text{B}$ ,  ${}^{14}\text{N}$ . Среди изобар с нечетными  $A$ , как правило, стабилен лишь один. В случае же четных  $A$  часто встречаются по два, три и более стабильных изобар. Следовательно, наиболее стабильны четно-четные ядра, наименее стабильны нечетно-нечетные. Явление повышенной устойчивости четно-четных ядер свидетельствует о том, что как нейтроны, так и протоны проявляют тенденцию группироваться парами (с антипараллельными спинами). Это приводит к нарушению плавности зависимости средней энергии связи от  $A$  (см. рис. 1.1).

Таблица 1.1. Распределение стабильных ядер в природе в зависимости от четности  $Z$  и  $A-Z$

$Z$	$A-Z$	$A$	Число нуклидов
Четное	Четное	Четное	167
Четное	Нечетное	Нечетное	55
Нечетное	Четное	Нечетное	53
Нечетное	Нечетное	Четное	4
			108

#### § 1.4. Капельная модель ядра.

##### Полуэмпирическая формула Вайцеккера для энергии связи

Форма зависимости энергии связи от массового числа привела к мысли об аналогии между ядром и каплей жидкости и к созданию капельной модели ядра. Изложим кратко основные соображения, которые были положены в основу этой модели. Из связи радиуса ядра с массовым числом (1.1.3) можно получить ряд интересных результатов.

1. Масса ядра пропорциональна его объему ( $A \sim R^3$ ) следовательно, все ядра имеют одинаковую плотность нуклонов

$$n = A/V = A / \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right) = A / \left[ \frac{4}{3} \pi (1,21 \cdot 10^{-15})^3 A \right] \approx 1,35 \cdot 10^{14} \text{ нуклон/м}^3. \quad (1.4.1)$$

Поскольку  $m_n \approx m_p \approx m_N$  ( $m_N$  — масса нуклона), то плотность ядерного вещества также одинакова для всех ядер:

$$\rho = nm_N \approx 1,35 \cdot 10^{14} \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \approx 2,24 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3. \quad (1.4.2)$$

2. Среднее расстояние между центрами двух нуклонов также постоянно и не зависит от массового числа:

$$d = \sqrt[3]{V/A} = \sqrt[3]{1/n} \approx \sqrt[3]{1/1,35 \cdot 10^{14}} \approx 1,95 \cdot 10^{-15} \text{ м}. \quad (1.4.3)$$

Результаты (1.4.1)–(1.4.3) позволяют провести аналогию между ядерным веществом и несжимаемой жидкостью. Попробуем, опираясь на эту аналогию, написать формулу для энергии связи ядра-капли. Из предположения, что все нуклоны ядра равноценны и каждый взаимодействует только с близлежащими — как молекулы в капле жидкости, — следует, что энергия связи ядра должна быть пропорциональна полному числу нуклонов  $A$  и в первом приближении

$$E_{\text{св}} \approx \alpha A,$$

где  $\alpha$  — коэффициент пропорциональности.

Однако предположение о равноценности нуклонов не точно. Часть из них, находящаяся на поверхности, связана с соседними нуклонами слабее (испарение молекул капли жидкости протекает с ее поверхности). Это приводит к уменьшению энергии связи ядра, и в первое приближение необходимо ввести поправку. Общее число «поверхностных» нуклонов пропорционально  $R^2 \sim A^{2/3}$ . Тогда

$$E_{\text{св}} \approx \alpha A - \beta A^{2/3}.$$

В отличие от обычной, «ядерная жидкость» содержит заряженные частицы. Наличие кулоновского отталкивания также уменьшает энергию связи на величину

$$\Delta E_{\text{кул}} \sim Z(Z-1)/R \approx Z^2/R \sim Z^2/A^{1/3}.$$

Значит,

$$E_{\text{св}} \approx \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z^2/A^{1/3}.$$

Не все экспериментальные факты укладываются в рамки классической теории. Первый такой факт — наибольшая устойчивость легких ядер имеет место при  $Z=A-Z$ . Образование пары нейтрон — протон энергетически более выгодно, чем

образование пар протон—протон, нейтрон—нейтрон (в природе отсутствуют ядра бипротон  ${}^2_2\text{He}$ , бинейтрон). Отклонение в любую сторону от условия  $Z=A-Z$  приводит к уменьшению энергии связи. Нарушение этого условия при больших  $Z$  (см. рис. 1.2) объясняется возрастанием сил кулоновского отталкивания. С учетом члена, характеризующего протон-нейтронную асимметрию, формула для энергии связи приобретает вид:

$$E_{\text{св}} \approx \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z^2 / A^{1/3} - \varepsilon \left( \frac{A}{2} - Z \right)^2 / A.$$

Второй факт — влияние четности  $Z$  и  $A-Z$  на устойчивость ядер (см. табл. 1.1), а следовательно, и на энергию связи. Разобьем все ядра на три группы:

- 1) четно-четные ядра ( $A$  — четное);
- 2) нечетно-четные и четно-нечетные ( $A$  — нечетное);
- 3) нечетно-нечетные ( $A$  — четное).

Увеличение или уменьшение числа протонов или нейтронов на единицу скачком переводит ядро из одной группы в другую. Соответственно скачком должна изменяться энергия связи. Учтем этот экспериментальный факт введением в формулу для энергии связи ядра члена  $\delta$  следующим образом:

$$\delta = \begin{cases} +|\delta| & \text{для четно-четных ядер;} \\ 0 & \text{для ядер с нечетным } A; \\ -|\delta| & \text{для нечетно-нечетных ядер.} \end{cases}$$

Из сопоставления расчетных и экспериментальных данных получается

$$|\delta| = \chi A^{-3/4}.$$

В целом полуэмпирическую формулу для энергии связи ядра, так называемую формулу Вайцеккера, записывают следующим образом:

$$E_{\text{св}} = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \varepsilon \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + \delta. \quad (1.4.4)$$

Коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\varepsilon$  и  $\chi$  получают при статистической обработке экспериментальных данных. Необходимо помнить, что значения коэффициентов постоянно уточняются (в настоящее время принято  $\alpha=15,56$  МэВ;  $\beta=17,23$  МэВ;  $\gamma=0,71$  МэВ;  $\varepsilon=93,46$  МэВ;  $\chi=34$  МэВ), изменяется и вид формулы.

### § 1.5. Свойства нейтрона

Рассмотрим основные свойства нейтрона и его взаимодействие с ядрами. Интерес к этому вопросу вызван тем, что открытие нейтрона дало толчок бурному развитию ядерной физики. Действительно, отсутствие у нейтрона заряда сделало ней-

трон очень удобным инструментом для исследования структуры ядра. Наряду с массой и зарядом элементарные частицы обладают еще рядом характеристик. К ним относится собственный момент количества движения, или спин. Спин нейтрона равен  $\hbar/2$ . Заряженные вращающиеся тела обладают магнитным моментом. Хотя нейтрон и не несет заряда, он имеет отрицательный магнитный момент (т. е. такой, какой должна иметь частица с отрицательным зарядом). Магнитный момент измеряют в ядерных магнетонах  $\mu_N = \frac{e}{2m_p} \hbar$ . Магнитный момент нейтрона

примерно равен  $-1,9 \mu_N$ . Взаимодействие магнитного момента нейтрона с веществом невелико и в последующем изложении не рассматривается.

Как и все квантово-механические объекты, нейтроны обладают свойством тождественности или неразличимости. Для таких объектов законы классической статистики несправедливы. К ним применяют квантовую статистику. Нейтроны как частицы с полуцелым спином описываются статистикой Ферми. Ферми-частицы подчиняются принципу исключения Паули, согласно которому в каждом квантово-механическом состоянии может находиться не более одной частицы.

Масса нейтрона примерно на  $2,5 m_e$  больше массы протона. Вследствие этого свободный нейтрон неустойчив и испытывает  $\beta$ -распад с периодом полураспада  $T_{1/2} = 11,7$  мин.

Исследование  $\beta$ -распада ядер показало, что вылетающие электроны не имеют строго определенной энергии. Их энергия распределена в интервале от 0 до некоторого значения  $E_{\text{макс}}$ , приблизительно равного разности энергетических состояний исходного и конечного атомов:

$$E_{\text{макс}} \approx [M_{\text{ат}}(A, Z) - M_{\text{ат}}(A, Z+1)] c^2.$$

Для того чтобы не нарушался принцип сохранения энергии, было постулировано участие в этом процессе еще одной частицы — нейтрино, очень слабо взаимодействующей с веществом. Эта частица была обнаружена после многочисленных поисков в 1953 г. Ее взаимодействие с веществом в  $10^{20}$  раз меньше ядерного. Имеется два типа частиц: нейтрино и антинейтрино. При  $\beta$ -распаде вылетает антинейтрино  $\bar{\nu}$ . Распад свободного нейтрона можно представить в виде

$${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e + \bar{\nu}. \quad (1.5.1)$$

В квантовой механике свободное движение частиц описывается с помощью плоских монохроматических волн де Бройля с длиной волны

$$\lambda = \hbar/p, \quad (1.5.2)$$

где  $p$  — импульс частицы. Если длину волны нейтрона, см, выразить через его кинетическую энергию  $E$ , эВ, то в широком интервале энергий (0—100 МэВ) можно записать

$$\lambda = 4,45 \cdot 10^{-10} / \sqrt{E}. \quad (1.5.3)$$

Волновые свойства нейтрона проявляются тем сильнее, чем ближе его длина волны к размерам системы, с которой он взаимодействует. В энергетическом интервале от  $\sim 10^{-3}$  до  $\sim 10^7$  эВ длина волны нейтрона изменяется от значения много большего, чем расстояния между атомами вещества ( $E \sim 10^{-3}$  эВ,  $\lambda \sim 10^{-7}$  см), до значения, меньшего размеров ядер и примерно равного радиусу действия ядерных сил ( $E \sim 10^7$  эВ,  $\lambda \sim 10^{-12}$  см). Поэтому при малой энергии нейтрона проявляются его волновые свойства (преломление и отражение нейтронных волн в веществе). При больших энергиях преобладают корпускулярные свойства и нейтроны можно рассматривать как точечные частицы, сталкивающиеся с ядрами и даже отдельными нуклонами ядра.

### § 1.6. Уровни ядра

В отличие от свободных частиц, для которых энергия может принимать любые значения (непрерывный спектр), связанные частицы, т. е. частицы, кинетическая энергия которых меньше абсолютного значения потенциальной, согласно квантовой механике, могут находиться в состояниях только с определенными дискретными значениями энергии (дискретный спектр). Ядро — система связанных нуклонов и, следовательно, обладает дискретным спектром энергии. В обычных условиях оно находится в наиболее низком энергетическом состоянии, которое называют *основным*. Чтобы перевести ядро в *возбужденное состояние*, необходимо передать ему энергию. Эту энергию ядро может получить различным образом, в частности при взаимодействии с нейтроном. Характер взаимодействия нейтрона с ядром будет существенно зависеть от распределения уровней и от соотношения энергии налетающей частицы и энергии уровня данного ядра.

Расположение энергетических уровней ядер в первом приближении описывается формулой

$$D = a \exp(-b \sqrt{E^*}), \quad (1.6.1)$$

где  $D$  — среднее расстояние между уровнями, МэВ;  $E^*$  — энергия возбуждения ядра, отсчитываемая от основного состояния, МэВ;  $a$ ,  $b$  — коэффициенты, постоянные для данного ядра. Физический смысл  $a$  и  $b$  понятен из (1.6.1):  $a$  — среднее расстояние между первыми возбужденными уровнями, МэВ;  $b$  — кон-

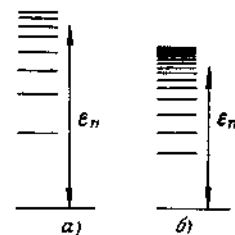


Рис. 13. Качественный характер распределения уровней в легких (а) и тяжелых (б) ядрах

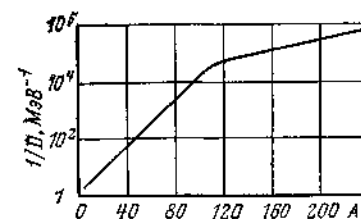


Рис. 14. Зависимость плотности уровней  $1/D$  от массового числа  $A$  при  $E^* = 7$  МэВ

станта, определяющая скорость сгущения уровней при увеличении энергии возбуждения,  $\text{МэВ}^{-1/2}$ . Коэффициенты  $a$  и  $b$  зависят от массового числа ядра. Для легких ядер  $a \approx 1$  МэВ,  $b \approx 2 \text{ МэВ}^{-1/2}$ , для тяжелых  $a \approx 0,1$  МэВ,  $b \approx 4 \text{ МэВ}^{-1/2}$ . С ростом энергии возбуждения уровни сближаются быстрее у тяжелых ядер. Качественно это иллюстрируется на рис. 13. Плотность энергетических уровней ядра зависит и от четности числа нейтронов в ядре. Для ядер с четным (особенно магическим) числом нейтронов плотность уровней меньше, чем для ядер с нечетным  $A - Z$ , при равных энергиях возбуждения первый возбужденный уровень в ядре с четным  $A - Z$  расположен выше, чем в ядре с нечетным числом нейтронов. На рис. 14 представлена экспериментальная зависимость плотности уровней  $1/D$  от массового числа при энергии возбуждения  $E^* = 7$  МэВ. Из анализа экспериментальных данных следует, что для легких ядер ( $A < 40$ ) при данной энергии возбуждения среднее расстояние между уровнями  $D \approx 100$  кэВ, для средних ядер ( $40 \leq A \leq 100$ )  $D \approx 1$  кэВ, для тяжелых ядер ( $A > 100$ )  $D \approx 1$  эВ.

Во всех возбужденных состояниях ядро может находиться лишь конечное время, до тех пор, пока возбуждение не будет снято тем или иным путем. Состояния, энергия возбуждения которых меньше энергии связи частицы или группы частиц в данном ядре, называют *связанными*. Возбуждение в этом случае может сниматься лишь  $\gamma$ -излучением. Состояния с  $E^*$ , превышающей энергию связи частиц, называют *квазистационарными*. В этом случае ядро может испустить частицу или  $\gamma$ -квант. В общем случае существует много каналов распада ядра.

Из квантовой механики известно, что между энергией состояния и его временем жизни имеет место соотношение неопределенности Гейзенберга

$$\Delta E = \hbar / \Delta t,$$

где  $\Delta E$  — ширина соответствующего уровня;  $\Delta t$  — время жизни уровня. Таким образом, каждый уровень вполне опреде-

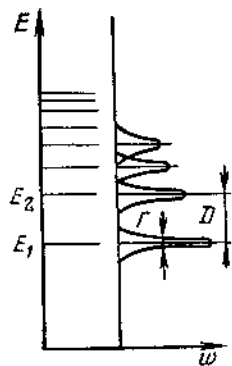


Рис. 15 Качественная зависимость вероятности взаимодействия  $\omega$  от энергии  $E$

по  $i$ -му каналу. Тогда вероятность распада в единицу времени  $\omega$  может быть представлена в виде

$$\omega = \sum_i \omega_i = \sum_i \Gamma_i / \hbar. \quad (1.6.3)$$

Относительная вероятность распада ядра по данному каналу

$$\eta_i = \omega_i / \omega = \Gamma_i / \Gamma = \Gamma_i / \sum_i \Gamma_i. \quad (1.6.4)$$

### § 1.7. Понятие составного ядра

Наиболее существенными, обуславливающими взаимодействие нейтронов с ядрами, являются ядерные силы. Мы рассмотрим только этот тип взаимодействия «Столкновение» нейтрона с ядром может привести или к отклонению его в поле ядерных сил от первоначального направления, или к различного рода ядерным реакциям. По механизму взаимодействия ядерные реакции делятся на два вида: реакции с образованием составного ядра и прямые ядерные реакции.

Прямые ядерные реакции происходят за *ядерное время*  $\tau_{\text{я}}$ , необходимое для того, чтобы нейтрон пересек ядро:

$$\tau_{\text{я}} = \frac{R_{\text{я}}}{v} \approx \frac{10^{-13} + 10^{-12}}{10^9 + 10^{10}} \approx 10^{-23} - 10^{-21} \text{ с}. \quad (1.7.1)$$

В интересующем нас интервале энергий нейтрона они не имеют практического значения и рассматриваться не будут.

Остановимся несколько подробнее на механизме реакции с образованием составного ядра. Теория такого рода реакции была разработана Н. Бором на основе капельной модели ядра в 1936 г. Согласно этой теории ядерная реакция идет в два

ленную ширину. Вероятность  $\omega$  того, что ядро имеет определенное значение энергии вблизи данного уровня, носит резонансный характер (качественно это представлено на рис. 15). За ширину уровня  $\Gamma$  принимают ширину резонанса на половине его высоты. Тогда время жизни  $\tau$  данного состояния определяется выражением

$$\tau = \hbar / \Gamma. \quad (1.6.2)$$

Так как величина, обратная времени жизни, есть вероятность распада в единицу времени, то  $\Gamma$  определяет также вероятность распада ядра. Поскольку такой распад в общем случае происходит различными способами, то можно ввести понятие парциальной ширины уровня  $\Gamma_i$ , которая характеризует вероятность распада ядра

этапа. Сначала исходные частицы образуют промежуточное (составное) ядро за ядерное время (1.7.1). Составное ядро всегда образуется в возбужденном состоянии, так как оно обладает избыточной энергией, приносимой нейтроном в ядро в виде энергии связи нейтрона в составном ядре  $\varepsilon_n$  и части его кинетической энергии, равной суммарной кинетической энергии ядра-мишени и нейтрона в системе центра инерции. В случае неподвижного ядра-мишени энергия возбуждения

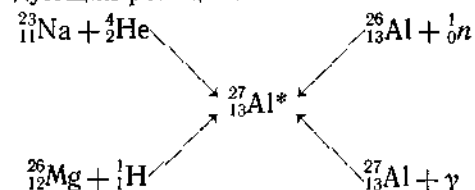
$$E^* = \varepsilon_n + E \left(1 - \frac{m_n}{M^*}\right) \approx \varepsilon_n + \frac{A}{A+1} E = \varepsilon_n + E'. \quad (1.7.2)$$

Вследствие сильного взаимодействия нейтрона в ядре энергия возбуждения (1.7.2) быстро распределяется между нуклонами ядра, в результате чего каждый из них будет иметь энергию, гораздо меньшую энергии связи в составном ядре.

На втором этапе энергия перераспределяется между нуклонами составного ядра. Однако этот процесс весьма медленный. В конечном счете, энергия может сконцентрироваться на одном нуклоне (или нескольких), находящемся вблизи границы ядра, и этот нуклон может покинуть ядро. Если учесть даже малую проницаемость ядерного барьера, то процесс распада составного ядра происходит за относительно большое время ( $\tau \approx 10^{-13} + 10^{-16}$  с), значительно превосходящее ядерное время (1.7.1).

Наряду с вылетом нуклонов ядро может претерпеть и другой тип распада — испускание  $\gamma$ -кванта. Время жизни составного ядра относительно испускания  $\gamma$ -кванта определяется электромагнитным взаимодействием и составляет для тяжелых ядер примерно  $10^{-14}$  с (для ядер середины Периодической системы это время может быть в 10 раз меньше).

Способ распада не зависит от способа образования составного ядра. Последнее свойство может быть объяснено большим временем жизни составного ядра: ядро «забывает», как оно образовалось. Следовательно, образование и распад можно рассматривать как независимые события. Например,  $^{27}_{13}\text{Al}$  может образоваться как составное ядро в возбужденном состоянии в одной из следующих реакций:



В дальнейшем, при одинаковой энергии возбуждения, это составное ядро может распасться путем, обратным одной из написанных выше реакций с определенной вероятностью, не зависящей от истории возникновения. Вероятность образования

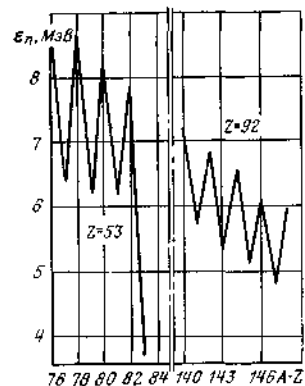


Рис. 1.6. Зависимость энергии связи нейтрона  $\epsilon_n$  от числа нейтронов  $A-Z$

составного ядра зависит от энергии налетающего нейтрона и от сорта ядра-мишени.

Если кинетическая энергия нейтрона  $E'$  (1.7.2) не совпадает с разностью между энергией возбуждения  $i$ -го состояния и энергией связи нейтрона ( $E_i^* - \epsilon_n \neq E'$ ), то вероятность образования составного ядра мала. При приближении энергии нейтрона к  $E_i^* - \epsilon_n$  вероятность взаимодействия возрастает и достигает максимума при  $E' = E_i^* - \epsilon_n$ . Расположение резонансов зависит от сорта ядра-мишени и от энергии нейтрона. Этот факт станет понятным, если рассмотреть значения энергий связи нейтронов и характер расположения энергетических уровней для различных ядер (§ 1.6).

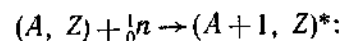
Энергия связи нейтрона в составном ядре зависит от четности числа нейтронов в нем (§ 1.4): энергия связи четных нейтронов выше энергии связи нечетных нейтронов (рис. 1.6); особенно велика энергия связи для нейтронов с магическими числами ( $A-Z=2, 8, 20, 50, 82, 126$ ). Следовательно, энергия возбуждения (1.7.2) составного ядра с четным (особенно с магическим) числом нейтронов выше энергии возбуждения составного ядра с нечетным числом нейтронов при равных кинетических энергиях нейтронов.

### § 1.8. Виды взаимодействия нейтронов с ядрами

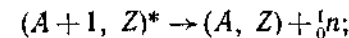
В интересующем нас интервале энергий ядерные взаимодействия нейтронов носят разнообразный характер. Первичную классификацию взаимодействий нейтрона с ядром можно свести к двум процессам: упругое рассеяние в поле ядерных сил (этот процесс обычно называют *потенциальным рассеянием*) либо захват нейтрона ядром с образованием составного ядра.

Взаимодействие первого типа сопровождается только перераспределением кинетической энергии и импульса нейтрона и ядра-мишени.

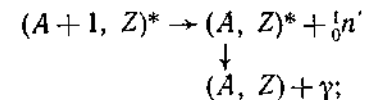
В процессе захвата нейтрона ядром-мишенью образуется составное ядро в возбужденном состоянии (1.7.2). Переход в невозбужденное состояние может осуществляться различными путями, называемыми *каналами реакции*. Приведем наиболее характерные каналы реакции (\* — возбужденное состояние ядра)



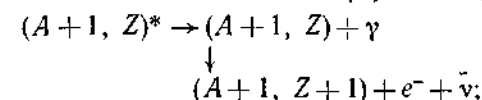
1) *резонансное рассеяние* ( $n, n$ )



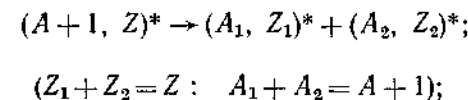
2) *неупругое рассеяние* ( $n, n'$ ), сопровождается испусканием  $\gamma$ -квантов при переходе ядра в основное состояние



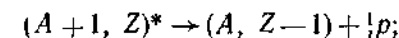
3) *радиационный захват* ( $n, \gamma$ ), иногда ядро-продукт получается неустойчивым и оно испытывает  $\beta$ -распад (1.5.1)



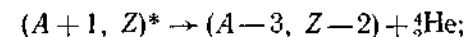
4) *деление ядра* ( $n, f$ ) с образованием двух осколков деления



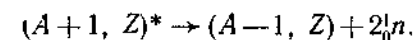
5) *реакция* ( $n, p$ ) с вылетом протона



6) *реакция* ( $n, \alpha$ ) с вылетом  $\alpha$ -частицы



7) *реакция* ( $n, 2n$ ) с вылетом двух нейтронов



Захват нейтрона с последующим испусканием какой-либо частицы (или нескольких частиц) представляет собой ядерное превращение [см. пп. 3—7]. Но испускаемой частицей может быть и нейтрон [см. пп. 1, 2], тогда ядерного превращения нет, ибо конечное ядро не отличается от ядра-мишени. После испускания нейтрона конечное ядро может остаться в основном или в одном из возбужденных состояний. С энергетической точки зрения можно рассматривать рассеяние упругое с сохранением кинетической энергии (п. 1) и неупругое с потерей энергии, которая идет на возбуждение ядра отдачи (п. 2).

Процесс упругого резонансного рассеяния с образованием составного ядра по результатам ничем не отличается от потенциального рассеяния. Однако вероятности этих процессов могут быть весьма различны и по-разному зависят от кинетической энергии нейтрона. Особого внимания заслуживает реакция деления (п. 4), положенная в основу современной ядерной

энергетики. Эта реакция подробно будет рассматриваться в гл. 3.

С ростом кинетической энергии налетающего нейтрона процессы становятся все более разнообразными. Например, если кинетическая энергия нейтрона больше энергии связи нейтрона в ядре-мишени, то становится возможным процесс п. 7, т. е. вылет двух нейтронов из составного ядра. С дальнейшим ростом энергии нейтрона возможны процессы  $(n, p)$ ,  $(n, pr)$ ,  $(n, 3n)$  и т. п. Эти процессы нашли широкое применение в ядерной технике, однако заметной роли в интересующем нас интервале энергий они не играют и мы не будем на них останавливаться подробно.

## § 1.9. Эффективные сечения

### 1.9.1. МИКРОСКОПИЧЕСКИЕ СЕЧЕНИЯ

Мерой взаимодействия нейтронов с ядрами является эффективное сечение. Рассмотрим упрощенную схему взаимодействия, которая, строго говоря, не отвечает действительности, однако позволяет получить очень важное соотношение, связывающее скорость взаимодействия и эффективное сечение. Пусть на тонкую мишень (ядра мишени не перекрывают друг друга) падает перпендикулярно поверхности пучок монохроматических нейтронов. Плотность нейтронов в пучке есть  $n$ , нейтр/см<sup>3</sup>, а их скорость  $v$ , см/с. Будем рассматривать нейтроны как корпускулы [т. е. длина волны нейтрона (1.5.3) много меньше радиуса ядра]. В этом случае «столкновение» нейтрона с ядром произойдет только тогда, когда он попадет в плоскость сечения ядра. Если сечение ядра обозначить  $\sigma$ , то в 1 с с ядром будут сталкиваться те нейтроны, которые заключены в объеме  $v\sigma$ . Это число равно  $n\sigma v$ . Полное число взаимодействий («столкновений») в единицу времени в единице объема мишени, содержащей в 1 см<sup>3</sup>  $N$  ядер,

$$R = \sigma n v N. \quad (1.9.1)$$

Простая геометрическая трактовка сечения, использованная при выводе выражения (1.9.1), удовлетворительно согласуется с экспериментом только при больших энергиях нейтронов, когда сечения взаимодействия нейтронов с ядрами имеют значения, примерно равные геометрическому сечению ядра ( $\sigma \approx 3 \cdot 10^{-24}$  см<sup>2</sup> для тяжелых ядер). Подтверждением этого факта является подобие сечений для быстрых нейтронов при переходе от ядра к ядру и очень слабое их изменение с энергией (более подробные сведения приведены в § 2.2). Сечения взаимодействия нейтронов других энергий сильно изменяются при переходе от ядра к ядру и с изменением их энергии (гл. 2). Поэтому говорят об эффективном сечении взаимодействия нейтронов с яд-

рами, которое определяет вероятность протекания процесса и не связано с геометрическими размерами ядра. Большинство сечений ядерных реакций имеют значения от  $10^{-27}$  до  $10^{-23}$  см<sup>2</sup>, т. е. порядка геометрических сечений ядер. Однако есть реакции, сечения которых много больше геометрических сечений ядра ( $\sim 10^{-18}$  см<sup>2</sup>), а есть реакции (например, реакции под действием медленных заряженных частиц), имеющие сечения много меньше геометрических сечений ядер.

Будем облучать мишень, содержащую  $N_j$  ядер  $j$ -го сорта в единице объема (в дальнейшем для  $N_j$  будем использовать термин *ядерная плотность*), пучком нейтронов с плотностью  $n$  и скоростью  $v$ . Тогда  $R_i$  — число реакций  $i$ -го типа, происходящих в единице объема мишени в единицу времени, будет пропорционально  $N_j$  и  $nv$ , т. е.

$$R_i = \sigma_i N_j n v. \quad (1.9.2)$$

Из сказанного выше и сопоставления выражений (1.9.2) и (1.9.1) ясно, что  $\sigma_i$  имеет размерность площади и физический смысл эффективного сечения ядра:

$$\sigma_i = R_i / (N_j n v). \quad (1.9.3)$$

Чаше используют термин *ядерное* или *микроскопическое сечение реакции*.

В зависимости от вида взаимодействия рассматривают различные сечения и вводят соответствующие обозначения. Сечения процессов, не приводящих к изменению структуры ядра, объединяют в сечение рассеяния  $\sigma_s$ . Оно включает в себя следующие сечения:  $\sigma_p$  — потенциального рассеяния;  $\sigma_r$  — резонансного рассеяния;  $\sigma_{in}$  — неупругого рассеяния. Итак,  $\sigma_s = \sigma_p + \sigma_r + \sigma_{in}$ . Для процессов, связанных только с упругим рассеянием, вводят сечение упругого рассеяния  $\sigma_{el} = \sigma_p + \sigma_r$ . Сечения образования составного (компаунд) ядра обозначают  $\sigma_{comp}$ . Сечения различных каналов распада составного ядра, не связанные с появлением нейтронов, объединяют в сечение поглощения  $\sigma_a$ . Приведем обозначения сечений для наиболее характерных каналов распада составного ядра:  $\sigma_c$  — радиационного захвата ( $n, \gamma$ );  $\sigma_f$  — деления ( $n, f$ );  $\sigma_{2n}$  — реакции ( $n, 2n$ ),  $\sigma_\alpha$  — реакции ( $n, \alpha$ ).

Для рассмотрения всех процессов взаимодействия нейтрона с ядром вводят полное сечение  $\sigma_t$ . Оно равно сумме всех парциальных сечений. Используя ранее введенные обозначения, его можно представить в виде суммы только двух сечений

$$\sigma_t = \sigma_p + \sigma_{comp}.$$

Для подавляющего большинства ядер в интервале энергий ( $10^{-3}$ — $10^7$ ) эВ

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a.$$



## 1.9.2. МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ СЕЧЕНИЯ

Макроскопическое сечение  $\Sigma_{ij}$   $i$ -го процесса для  $j$ -го нуклида в среде можно определить как произведение  $i$ -го микроскопического сечения ядра этого нуклида  $\sigma_{ij}$  и ядерной плотности  $j$ -го нуклида  $N_j$ :

$$\Sigma_{ij} = N_j \sigma_{ij}. \quad (1.9.4)$$

Используя (1.9.3), можно дать другое определение макроскопического сечения  $\Sigma_{ij}$  — это число взаимодействий  $i$ -го типа в единицу времени в единице объема  $j$ -го нуклида при единичном  $\nu$ .

Ядерную плотность определяют по формуле

$$N_j = N_A \rho_j / M_j, \quad (1.9.5)$$

где  $N_A = 6,02209 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> — число Авогадро;  $M_j$  — атомная масса, а. е. м.;  $\rho_j$  — плотность вещества, г/см<sup>3</sup>.

Если вещество представляет собой гомогенную смесь различных ядер, то макроскопическое сечение смеси определяют как сумму сечений

$$\Sigma_{\text{см}} = \sum_j \Sigma_{ij} \quad (1.9.6)$$

Ядерная плотность  $j$ -го компонента может быть легко определена, если задана его массовая концентрация  $c_j$  и плотность смеси  $\rho_{\text{см}}$ :

$$N_j = c_j N_A \rho_{\text{см}} / M_j. \quad (1.9.7)$$

В случае сложных химических соединений массовая концентрация  $j$ -го элемента

$$c_j = k_j M_j / M_{\text{мол}}, \quad (1.9.8)$$

где  $M_{\text{мол}}$  — молекулярная масса данного химического соединения,  $k_j$  — число атомов  $j$ -го элемента, входящих в данное соединение.

Подставляя (1.9.8) в (1.9.7) и используя  $\rho_{\text{мол}}$  — плотность химического соединения вместо  $\rho_{\text{см}}$ , получаем:

$$N_j = k_j N_A \rho_{\text{мол}} / M_{\text{мол}} \quad (1.9.9)$$

Например,  $\rho_{\text{мол}} = \rho_{\text{UO}_2}$ ;  $M_{\text{UO}_2} = M_{\text{U}} + 2M_{\text{O}}$ ;  $N_{\text{UO}_2} = N_A \rho_{\text{UO}_2} / M_{\text{UO}_2}$ ;  $N_{\text{U}} = 1 N_{\text{UO}_2}$ ;  $N_{\text{O}} = 2 N_{\text{UO}_2}$ .

При гетерогенном расположении материалов необходимо учитывать объемную долю, занятую данным веществом  $\omega_j$ . Тогда ядерные плотности каждого вещества  $N_{0j}$  домножают на  $\omega_j$ :

$$N_j = N_{0j} \omega_j \quad \left( \sum_j \omega_j = 1 \right).$$

Необходимо помнить, что в случае гетерогенного расположения материалов сечение не всегда определяют как сумму сечений (1.9.6), так как различные материалы находятся в разных условиях (более подробно об этом см. в гл. 8).

## Глава 2

### ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕЙТРОНОВ РАЗЛИЧНЫХ ЭНЕРГИЙ С ЯДРАМИ

#### § 2.1. Ядерный реактор

При рассмотрении взаимодействия нейтронов с ядрами будем оценивать роль различных реакций в реакторах и давать некоторые рекомендации по выбору материалов, входящих в состав реакторов. Поэтому целесообразно предварительно выяснить, что такое реактор и в чем различие с точки зрения физики между разными реакторами.

*Ядерным реактором* называется устройство, предназначенное для организации управляемой самоподдерживающейся цепной реакции деления — последовательности ядерных реакций деления, в которых и выделяются свободные нейтроны, необходимые для деления новых ядер. Важнейшей характеристикой цепной реакции деления служит отношение числа нейтронов данного поколения к числу нейтронов предыдущего поколения. Для бесконечной однородной\* среды эта величина называется *коэффициентом размножения нейтронов в бесконечной среде* и обозначается  $k_{\infty}$ . В дальнейшем будем называть ее просто *коэффициентом размножения*. Отметим, что часто используется и другое определение коэффициента размножения — отношение скоростей генерации и поглощения нейтронов. Значение  $k_{\infty}$  зависит от числа нейтронов, образующихся в одном акте деления, состава среды и сечений взаимодействия нейтронов с ее ядрами; существенное влияние на  $k_{\infty}$  оказывает также структура среды.

С нейтронно-физической точки зрения принято различать гетерогенную и гомогенную среды. *Гетерогенной* будем называть среду, в которой хотя бы один из компонентов отделен пространственно от других так, что потоки нейтронов каких-либо энергий внутри компонентов заметно отличаются друг от друга. Если потоки нейтронов любой энергии во всех компонентах различаются несущественно, то среда называется *гомогенной*. Отметим, что однородная среда может быть как гомогенной, так и гетерогенной.

Чаще всего реакторная среда оказывается гетерогенной потому, что *ядерное топливо* — материал, содержащий делящиеся ядра и обеспечивающий протекание самоподдерживающейся цепной реакции деления в реакторе, — отделено от других материалов. В этом случае потоки нейтронов определенных энергий в топливе существенно отличаются от соответствующих

\* Однородной будем называть среду, которая не содержит различных по размножающим свойствам областей, включающих в себя все компоненты (элементы структуры) среды.

потоков в других компонентах вследствие значительного различия в сечениях поглощения.

Используя понятие  $k_{\infty}$ , нетрудно выяснить, как изменяется во времени количество нейтронов в среде. Пусть в какой-то момент имеется  $N$  нейтронов одного поколения; тогда в следующем поколении их число будет равно  $k_{\infty}N$ . Если среднее время жизни нейтронов одного поколения  $\bar{l}$ , то скорость изменения числа нейтронов

$$dN/dt = N(k_{\infty} - 1)/\bar{l}. \quad (2.1.1)$$

Решение этого уравнения

$$N(t) = N_0 \exp [t(k_{\infty} - 1)/\bar{l}] = N_0 \exp (t/T) \quad (2.1.2)$$

( $N_0$  — число нейтронов в среде в момент начала отсчета;  $T = \bar{l}/(k_{\infty} - 1)$  — постоянная времени размножения нейтронов в среде) позволяет определить число нейтронов в любой момент времени. Видно, что  $N(t)$  зависит от разности  $k_{\infty} - 1$  и от времени жизни нейтронов одного поколения. Если  $k_{\infty} > 1$ , количество нейтронов в среде будет увеличиваться со временем; если  $k_{\infty} = 1$  — оставаться неизменным; если  $k_{\infty} < 1$  — уменьшаться. В дальнейшем под *размножающей средой* будем понимать такую среду, для которой  $k_{\infty} \geq 1$ . Цепная реакция деления в ней будет *самоподдерживающейся*.

Понятно, что при значительном превышении  $k_{\infty}$  над единицей и малом  $\bar{l}$  скорость роста числа нейтронов будет настолько большой, что цепной процесс станет неуправляемым (взрывным) и не может быть использован для продолжительного получения энергии.

Отметим, что формула (2.1.2) пригодна лишь для оценок; в гл. 9 будет получено более точное выражение.

Реакторы всегда имеют конечные размеры. В этом случае существует утечка нейтронов за пределы реактора, которую необходимо учитывать при рассмотрении баланса нейтронов. Аналогом коэффициента размножения  $k_{\infty}$  для реактора служит *эффективный коэффициент размножения*. Он также определяется как отношение числа нейтронов  $n$ -го поколения к числу нейтронов  $n - 1$ -го поколения (но в реакторе, а не в бесконечной среде) и обозначается  $k_{эф}$ . Величина  $k_{эф}$  зависит как от  $k_{\infty}$ , так и от факторов, определяющих утечку нейтронов, в частности от формы и размеров реактора. Количество нейтронов в реакторе в любой момент времени можно оценить по формуле (2.1.2), для чего достаточно  $k_{\infty}$  заменить  $k_{эф}$ . Если  $k_{эф} = 1$ , то количество нейтронов в реакторе не изменяется во времени. Такое стационарное состояние реактора называется *критическим*. Состояния с  $k_{эф} > 1$  и  $k_{эф} < 1$  называются соответственно *надкритическим* и *подкритическим*. Эффективный коэффициент

размножения называют иногда *коэффициентом критичности*. При заданном составе изменять значение  $k_{эф}$  можно, лишь изменяя долю нейтронов, покидающих реактор, т. е. форму и размеры реактора. В этом случае значение  $k_{эф} = 1$  может быть получено (если это возможно в принципе) только при определенных размерах реактора, которые называются *критическими размерами*.

Современные реакторы разнообразны по назначению, составу и конструкции. Ядерный реактор, главным назначением которого является выработка энергии, называется *ядерным энергетическим реактором*. Кроме энергетических существует большое количество реакторов, предназначенных для других целей (исследовательские, экспериментальные и др.). Мы будем рассматривать лишь энергетические ядерные реакторы, поэтому в дальнейшем будем называть их, как правило, просто *реакторами* (подробное обсуждение отдельных типов энергетических реакторов проведено в гл. 10—13).

Рассмотрим кратко лишь те различия между реакторами, которые важны с нейтронно-физической точки зрения. Сразу же отметим, что любой реактор обязательно содержит активную зону и отражатель. *Активная зона* — это часть реактора, в которой может протекать самоподдерживающаяся цепная реакция деления. Материалы, примыкающие к активной зоне и возвращающие часть уходящих из нее нейтронов обратно, в совокупности образуют *отражатель*.

Реакторы существенно различаются по энергетическому спектру нейтронов — распределению нейтронов по энергиям, а следовательно, и по спектру поглощаемых (вызывающих деление ядер) нейтронов. Если активная зона не содержит легких ядер, специально предназначенных для замедления нейтронов деления в результате упругого рассеяния, то практически все замедление обусловлено неупругим рассеянием нейтронов на тяжелых и средних по массе ядрах. При этом большая часть делений вызывается нейтронами с энергиями порядка десятков и сотен килоэлектрон-вольт. Такие реакторы называются *реакторами на быстрых нейтронах*. Другой класс реакторов — это реакторы, активная зона которых содержит такое количество замедлителя — материала, предназначенного для снижения энергии нейтронов без заметного их поглощения, что большая часть делений вызывается нейтронами с энергиями меньше 1 эВ. Такие реакторы называются *реакторами на тепловых нейтронах*. Третий класс — это *реакторы на промежуточных нейтронах*, в которых основное число делений обусловлено замедляющимися нейтронами. Такие реакторы содержат в активной зоне относительно малое количество замедлителя.

Так как процесс замедления нейтронов (рассеяния с потерей энергии) конкурирует с их поглощением, то спектр нейтронов в реакторе зависит от соотношения между числами ядер

замедлителя и поглотителей (в первую очередь топлива) Это означает, что стремление создать реактор одного из перечисленных классов накладывает определенные ограничения на состав активной зоны. Так, активная зона реактора на быстрых нейтронах не должна содержать замедлителя.

По структуре активной зоны реакторы принято делить на гомогенные и гетерогенные. *Гомогенный реактор* — это реактор, активная зона которого представляет собой гомогенную размножающую среду. В таком реакторе топливо и замедлитель (возможно, и другие компоненты активной зоны) находятся либо в растворе, либо в достаточно равномерной смеси, либо пространственно разделены, но так, что разница в потоках нейтронов любых энергий в них незначительна.

*Гетерогенный реактор* имеет активную зону в виде гетерогенной размножающей среды. В таком реакторе топливо в виде цилиндрических стержней (или пластин) выделено пространственно так, что создает основу *решетки активной зоны* — системы топливных и других материалов, расположенных в определенной периодической последовательности. Топливный стержень вместе с герметичной оболочкой, окружающей его для предотвращения утечки продуктов деления и химического взаимодействия топлива с теплоносителем, называется *тепловыделяющим элементом (ТВЭЛ)*. Такое название объясняется тем, что большая часть (более 90 %) энергии деления превращается в тепло в ТВЭЛе. Здесь полностью отдают свою энергию осколки деления и  $\beta$ -частицы, значительную часть —  $\gamma$ -кванты и небольшую — нейтроны. Оставшаяся доля (~6—8 %) энергии деления практически полностью выделяется в замедлителе, где превращается в тепло энергия нейтронов и  $\gamma$ -квантов. Захватные  $\gamma$ -кванты, испускаемые при радиационном захвате, поглощаются всеми материалами реактора (преимущественно тяжелыми).

Тепло отводится из реактора *теплоносителем* (жидкостью либо газом), циркулирующим вдоль ТВЭЛов и некоторых других частей реактора. В случае, когда замедлитель также пространственно выделен, ТВЭЛ (сборка ТВЭЛов) вместе с теплоносителем и трубой для теплоносителя составляют *технологический канал*, окруженный замедлителем. В противном случае либо один и тот же материал выполняет функции и теплоносителя и замедлителя (например, вода в водо-водяных реакторах), либо замедлитель отсутствует (реакторы на быстрых нейтронах). И тогда ТВЭЛы собирают в *кассеты* с правильной решеткой (квадратной или гексагональной), а активная зона набирается из регулярно расположенных кассет. Материалы, предназначенные для упорядочения расположения топлива, замедлителя и теплоносителя, называются *конструкционными*. Эти материалы активной зоны, лишние с точки зрения физики реактора, необходимы для его технического исполнения.

В активной зоне предусмотрены также каналы для размещения рабочих органов *системы управления и защиты реактора (СУЗ)*. Она предназначена для поддержания и изменения скорости протекания цепной реакции деления (в том числе и для остановки реактора в аварийных ситуациях). *Рабочий орган СУЗ* — движущийся узел реактора, как правило, цилиндрический стержень, содержащий материал с большим сечением поглощения, перемещение которого влияет на баланс нейтронов в активной зоне. Часто поглощение нейтронов сопровождается выделением относительно большого количества энергии, поэтому предусматривается отвод тепла из каналов СУЗ.

Реакторы принято делить также на *однородные* (активная зона состоит из однородной среды) и *неоднородные* (активная зона состоит из нескольких однородных областей с различными размножающими свойствами). В современных энергетических реакторах неоднородность часто обуславливается наличием достаточно больших областей, различающихся содержанием делящихся нуклидов в топливе.

Перейдем к рассмотрению взаимодействия нейтронов с ядрами. Из всего многообразия процессов, происходящих при взаимодействии нейтронов с ядрами, рассмотрим лишь те, которые важны для ядерных реакторов: деление, радиационный захват и рассеяние. Вклад сечений этих процессов в полное сечение и характер зависимости сечений от энергии нейтрона существенно меняются при переходе от одного нуклида к другому. Для каждого нуклида зависимости сечений от энергии нейтронов представляют собой сложные кривые, имеющие различные формы в отдельных энергетических интервалах.

Для наглядности разделим диапазон энергий нейтронов, имеющихся в реакторах, на интервалы. Можно предложить несколько вариантов такого деления, используя в качестве критерия те или иные особенности взаимодействия нейтронов с ядрами. Любой из них будет иметь свои достоинства и недостатки, соотношение между которыми зависит от конкретной задачи. Нас интересует взаимодействие нейтронов с ядрами лишь постольку, поскольку оно составляет основу работы ядерного реактора. Исходя из этого, выделим условно интервалы (области) быстрых (10 МэВ — 1 кэВ), промежуточных или резонансных (1 кэВ — 0,625 эВ) и тепловых нейтронов (0,625 эВ —  $10^{-3}$  эВ). В пользу такого разбиения приведем ряд соображений. Нейтроны, образующиеся при делении ядер в реакторах, имеют энергии выше нескольких килоэлектрон-вольт, т. е. это быстрые нейтроны.

Резонансы в зависимостях сечений от энергии свойственны в той или иной мере подавляющему числу ядер и расположены практически во всем интервале энергий реакторных нейтронов. Однако на физику реактора существенно влияет резонансная структура лишь в зависимости от энергии сечений деления и ра-

диационного захвата для тяжелых ядер. Резонансы для этих ядер занимают область  $E \approx 1 \div 10^3$  эВ, чем и объясняется в основном выбор границ интервала резонансных нейтронов.

В экспериментальной физике реакторов огромное значение имеет кадмий — материал, практически поглощающий нейтроны малых энергий (тепловые нейтроны) и пропускающий нейтроны больших энергий. Граница пропускания кадмия толщиной 2 мм для тонкой фольги с сечением поглощения, подчиняющимся закону  $1/v$ , расположенной в направленном пучке нейтронов, равна 0,625 эВ. Это значение энергии часто используется в физических расчетах реакторов как граница области тепловых нейтронов, что удобно для сравнения результатов расчета и эксперимента.

Выше энергии нескольких десятых долей электрон-вольта можно рассматривать взаимодействие нейтронов с ядрами без учета химических связей последних. И, наконец, такое разделение удобно еще и тем, что в зависимости от того, в какой из указанных областей происходит подавляющее количество делений (поглощений), реакторы называются реакторами на быстрых, промежуточных или тепловых нейтронах.

## § 2.2. Быстрые нейтроны

Большая часть полного интервала энергий нейтронов, имеющих в реакторах, приходится на долю быстрых нейтронов; нейтроны, рождающиеся в реакторах, также быстрые. Поэтому рассмотрение начнем именно с этого интервала.

Для наглядности на рис. 2.1 схематично (путем выделения характерных областей) показаны особенности взаимодействия быстрых нейтронов с ядрами. В табл. 2.1 даны пояснения к рисунку: указаны процессы, преобладающие в отдельных областях, и перечислены основные закономерности. Преобладающими будем называть те взаимодействия, сечения которых вносят значительный вклад в полное сечение. Таким образом, отсутствие какого-либо взаимодействия в списке преобладающих вовсе не означает, что это взаимодействие в принципе невозможно в рассматриваемом интервале энергий. Исключения составляют пороговые процессы, каждый из которых действительно имеет место только при энергиях, превышающих некоторое пороговое значение (например, неупругое рассеяние). Границы области преобладания отдельных процессов, границы области резонансов и линия, соответствующая равенству длины волны нейтрона  $\lambda$  радиусу ядра  $R$ , изображены условно в виде прямых линий.

Все дальнейшее рассмотрение особенностей взаимодействия быстрых нейтронов с ядрами представляет собой в значительной мере расшифровку рис. 2.1 и табл. 2.1. Отметим, что несмотря на наличие резонансов в зависимостях от энергии сечений

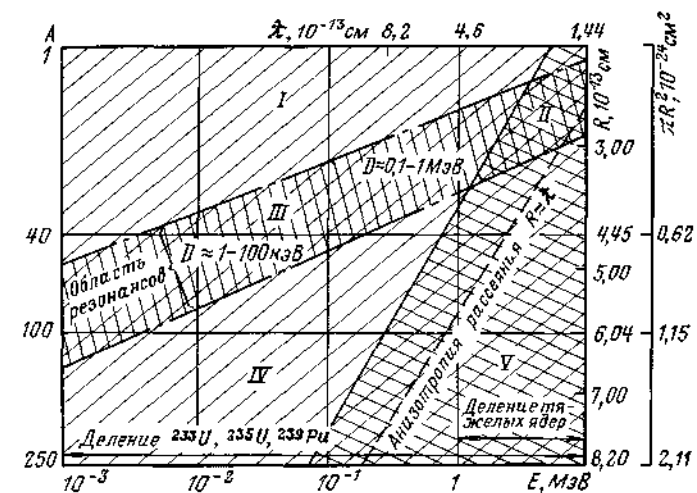


Рис. 2.1 К взаимодействию быстрых нейтронов с ядрами

взаимодействия быстрых нейтронов с легкими и средними ядрами основные закономерности резонансного взаимодействия будут рассмотрены в следующем параграфе, посвященном промежуточным (резонансным) нейтронам.

В настоящем параграфе основное внимание уделено областям IV и V, расположенным под прямой, соответствующей началу перекрывающихся резонансов. Сделаем лишь несколько замечаний по области, расположенной над указанной прямой. Резонансы для легких и средних ядер являются преимущественно резонансами рассеяния и располагаются на достаточно большом расстоянии друг от друга. До области резонансов (при меньших энергиях) значение сечения  $\sigma_i$  по порядку величины совпадает с сечением потенциального рассеяния  $\sigma_p$ . Следует помнить о том, что даже вдали от резонансов сохраняется их влияние. Поэтому в действительности всегда речь идет не о потенциальном, а о так называемом фоновом рассеянии, хотя и используется термин «потенциальное рассеяние». Этот факт учитывается введением в формулу  $\sigma_p \approx 4\pi R_{эф}^2$  эффективного радиуса ядра  $R_{эф}$  вместо геометрического  $R$ . Сечение радиационного захвата в этой области мало и изменяется приблизительно по закону  $1/\sqrt{E}$ .

Полное сечение  $\sigma_i$  при больших энергиях нейтронов медленно возрастает с уменьшением энергии для данного ядра и с увеличением массового числа при заданной энергии. Численное значение его можно приближенно оценить по формуле

$$\sigma_i \approx 2\pi(R + \lambda)^2 \approx 2\pi R^2. \quad (2.2.1)$$

Т а б л и ц а 2.1. Особенности взаимодействия быстрых нейтронов с ядрами

Номер области	Преобладающие процессы	Основные закономерности
I	Потенциальное рассеяние	$\sigma_t = \text{const} + \text{const}'/\sqrt{E}$ ; $\sigma_t \approx \sigma_p \approx 4\pi R_{\text{эф}}^2$ ; $\sigma_c \sim 1/v$
II	Потенциальное рассеяние Резонансное рассеяние Неупругое рассеяние	$\sigma_t \approx \sigma_p + \sigma_r + \sigma_{in}$ ; $\sigma_p \approx \text{const}$ ; $\bar{\sigma}_r \sim 1/\sqrt{E}$ ; $\bar{\sigma}_c \sim 1/E$
III	Потенциальное рассеяние Резонансное рассеяние	$\sigma_t \approx \sigma_p + \sigma_r$ ; $\sigma_r > \sigma_c$ ; $\sigma_p \approx 4\pi R_{\text{эф}}^2$ ; $\bar{\sigma}_r \sim 1/\sqrt{E}$ ; $\bar{\sigma}_c \sim 1/E$
IV	Потенциальное рассеяние Резонансное рассеяние	Перекрывающиеся резонансы $\sigma_t \approx \sigma_p + \sigma_r + \sigma_c$ ; $\sigma_c < \sigma_r$ ; $\sigma_p \approx \pi(R + \lambda)^2$ ; $\sigma_r \sim 1/\sqrt{E}$ ; $\sigma_c \sim 1/E$
V	Потенциальное рассеяние Неупругое рассеяние	Непрерывный спектр $\sigma_t \approx \sigma_p + \sigma_{in}$ ; $\sigma_{in} \rightarrow \pi(R + \lambda)^2 \rightarrow \pi R^2$ ; $\sigma_p \approx \pi(R + \lambda)^2 \rightarrow \pi R^2$ ; $\sigma_t \rightarrow 2\pi R^2$ Деление тяжелых ядер $\sigma_f + \sigma_{in} \rightarrow \pi R^2$

Последнее равенство справедливо лишь при очень высоких энергиях нейтронов для достаточно тяжелых ядер. Из (2.2.1) следует, что с ростом энергии  $\sigma_t$  стремится к значению, не зависящему от энергии и равному удвоенной площади геометрического сечения ядра. Полное сечение состоит практически из двух приблизительно равных (часто просто одного порядка) сечений: сечения потенциального рассеяния  $\sigma_p$  и сечения образования составного ядра  $\sigma_{\text{comp}}$ , т. е.  $\sigma_p \approx \sigma_{\text{comp}} \approx \pi(R + \lambda)^2$ . Последняя величина численно равна нескольким единицам, умноженным на  $10^{-24}$  см<sup>2</sup> в данной области энергий нейтронов для большинства ядер.

Для быстрых нейтронов сечение потенциального рассеяния равно приблизительно сечению упругого рассеяния, поскольку вероятность резонансного рассеяния мала. Отметим, что это утверждение не относится к легким ядрам, так как они практически не попадают в рассматриваемые области IV и V (рис. 2.1).

В упругом рассеянии принимают участие нейтроны с моментом количества движения относительно ядра (орбитальным квантовым числом  $l$ ), отличным от нуля. Это приводит к тому,

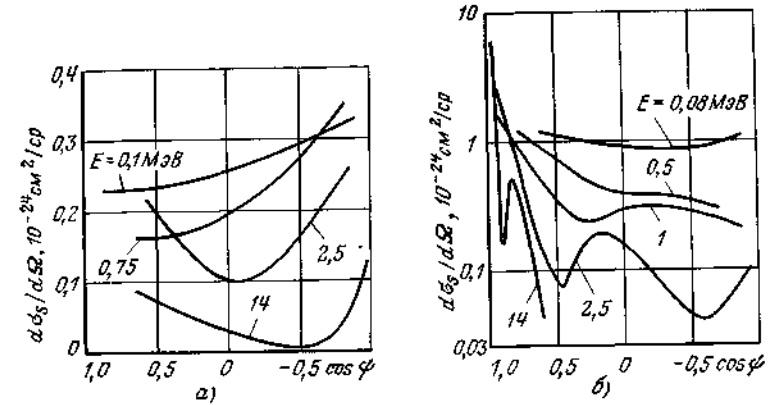


Рис. 2.2 Угловое распределение нейтронов, рассеянных на дейтерии (а) и <sup>238</sup>U (б)

что угловое распределение рассеянных нейтронов отличается от сферически-симметричного в системе центра инерции (система С). На рис. 2.2 приведены угловые распределения (в системе С) нейтронов различных энергий, упруго рассеянных на дейтерии и <sup>238</sup>U. С ростом энергии нейтронов и массового числа ядер максимально возможное значение  $l$  увеличивается, что приводит к увеличению степени анизотропии (преимущественного рассеяния вперед при  $l=1$  и выделения других направлений для больших  $l$ ). При увеличении энергии увеличивается и доля рассеяний нейтронов, у которых  $l \neq 0$ . Когда энергия становится такой, что соответствующая ей  $\lambda$  заметно меньше  $R$ , угловое распределение имеет четкие максимумы, объясняемые дифракционным характером рассеяния.

Для количественной оценки степени анизотропии удобно ввести понятие среднего косинуса угла рассеяния  $\overline{\cos \psi}$ . В гл. 6 рассматривается зависимость

$$\overline{\cos \psi} = 0,07 A^{2/3} E \quad (2.2.2)$$

( $A$  — массовое число;  $E$  — энергия нейтрона, МэВ), которая справедлива для малых отклонений от сферической симметрии, т. е. для случая, когда максимально возможное  $l$  равно 1 (для изотропного рассеяния  $\overline{\cos \psi} = 0$ ). Эта зависимость показывает, что анизотропия проявляется в преимущественном рассеянии вперед ( $\overline{\cos \psi} > 0$ ) и увеличивается с ростом  $E$  и  $A$ . Следует подчеркнуть, что для реакторов важен эффект анизотропии, связанный лишь с  $l=1$ . Действительно, максимально возможное  $l$  определяется соотношением  $l \leq R/\lambda$ , и существенную роль в реакторах играет процесс упругого рассеяния лишь на легких

ядрах, а из рис. 2.1 видно, что для легких ядер  $R \approx \lambda$  ( $l=1$ ) при достаточно больших энергиях нейтронов.

Ясно, что рассеяние на ядрах с разными массовыми числами становится анизотропным при разных энергиях нейтронов. Сначала анизотропия появляется при рассеянии нейтронов на тяжелых ядрах (при  $E \geq 100$  кэВ), затем — на более легких, но в интервале энергий быстрых нейтронов она наблюдается в системе  $C$  для всех элементов Периодической системы элементов Д. И. Менделеева, кроме водорода, для которого анизотропия проявляется лишь при энергиях, больших 10 МэВ (рассеяние на дейтерии становится заметно анизотропным при энергиях, больших 0,2 МэВ).

В лабораторной системе координат анизотропия проявляется еще более резко, чем в системе центра инерции, хотя различие в распределениях для этих систем и уменьшается с ростом массового числа ядер. Угол рассеяния в лабораторной системе координат  $\theta$  связан с углом рассеяния  $\psi$  в системе  $C$  соотношением

$$\cos \theta = \frac{A \cos \psi + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \psi + 1}}. \quad (2.2.3)$$

Видно, что угол рассеяния в лабораторной системе координат меньше, чем в системе  $C$  (предельные значения 0 и 180 совпадают всегда, кроме случая  $A=1$ ). С помощью этого соотношения можно получить зависимость

$$\overline{\cos \theta} = \frac{2}{3A} + \overline{\cos \psi} \left(1 - \frac{3}{5A}\right), \quad (2.2.4)$$

справедливую для случая, когда максимально возможное  $l$  равно 1 [Для сферической симметрии в системе  $C$   $\overline{\cos \theta} = 2/(3A)$ ].

Таким образом, анизотропия рассеяния в лабораторной системе координат зависит от анизотропии в системе  $C$  тем сильнее, чем больше  $A$ , однако анизотропия в лабораторной системе координат все же уменьшается с ростом  $A$  вследствие определяющей роли члена  $2/(3A)$ . Это означает, что анизотропия играет существенную роль для легких ядер. Такое положение важно для диффузии нейтронов. Анизотропия приводит к увеличению расстояния, проходимого нейтроном по прямой в процессе диффузии, и к уменьшению средней потери энергии в процессе упругого столкновения.

Сечение образования составного ядра для большей части энергетического интервала быстрых нейтронов практически равно сечению неупругого рассеяния [плюс сечение деления для делящихся ядер (рис. 2.3)]. Действительно, сечение радиационного захвата  $\sigma_c$  в области быстрых нейтронов изменяется по закону

$$\sigma_c \approx \text{const}/E. \quad (2.2.5)$$

Этот закон справедлив там, где сечение резонансного рассеяния  $\sigma_r$  больше сечения радиационного захвата  $\sigma_c$ , что выполняется даже для самых тяжелых ядер, начиная с энергий нейтронов  $\sim 10$  кэВ. Понятно, что достаточно быстро сечение радиационного захвата становится очень малым (рис. 2.3). Однако

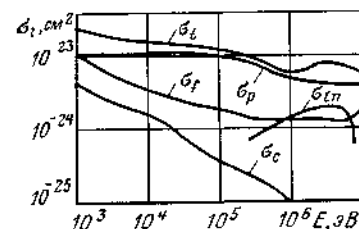


Рис. 2.3 Зависимость от энергии полного и парциальных сечений  $^{235}\text{U}$  для быстрых нейтронов

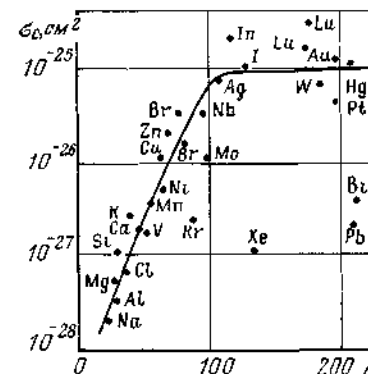


Рис. 2.4 Зависимость сечения радиационного захвата от массового числа при  $E = 1$  МэВ

существует ряд ядер, для которых несправедлив закон (2.2.5) в указанном интервале энергий. Так, для  $^{238}\text{U}$  и  $^{232}\text{Th}$  сечение радиационного захвата изменяется значительно слабее вплоть до  $\sim 1$  МэВ, и лишь при больших энергиях начинается быстрое падение  $\sigma_c$  с ростом  $E$ . Кстати, такое же или даже более резкое изменение  $\sigma_c$  (примерно по закону  $\sigma_c \sim 1/E^2$ ) справедливо в этой области энергий и для ряда других ядер.

С ростом массового числа сечение радиационного захвата при данной энергии растет, причем в области малых и средних массовых чисел рост довольно резкий, а в области больших — слабый. На рис. 2.4 приведена зависимость  $\sigma_c$  от  $A$  при эффективной энергии нейтронов 1 МэВ. Для тяжелых ядер сечение практически постоянно и равно приблизительно  $10^{-25}$  см².

Отметим, что эти особенности объясняются характером изменения средней плотности энергетических уровней в зависимости от массового числа (см. рис. 1.4). Значение  $\sigma_c$  зависит от четности числа протонов (нейтронов) в ядре: для ядер с четным числом протонов (нейтронов)  $\sigma_c$  меньше, чем для ядер с нечетным числом протонов (нейтронов). Наименьшие значения  $\sigma_c$  имеют четно-четные (особенно магические) ядра. Все сказанное справедливо и для нейтронов меньших энергий, включая и тепловые. В связи с этим желательно в качестве замедлителей и конструкционных материалов в ядерных реакторах использовать вещества с четно-четными (магическими) ядрами.

Реакции с образованием заряженных частиц и с вылетом двух и более нуклонов, как указывалось выше, не играют заметной роли в балансе нейтронов в реакторе. Правда, и здесь существует несколько важных исключений. Основное из них — беспороговая реакция  $(n, \alpha)$  на  $^{10}\text{B}$ . Именно эта реакция используется для поглощения нейтронов рабочими органами СУЗ

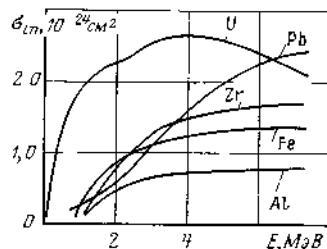


Рис. 25 Зависимость сечения неупругого рассеяния  $\sigma_{un}$  от энергии нейтронов

из боросодержащих материалов. Далее следует напомнить о реакции  $D(n, 2n)H$ , которая возможна при энергиях нейтрона, превышающих 3,34 МэВ. Она играет определенную роль в реакторах с тяжелой водой. И наконец, реакция  $^{239}Pu(n, 2n)^{238}Pu$  возможна при  $E > 5,4$  МэВ, а  $^{238}U(n, 2n)^{237}U$  — при  $E > 6,1$  МэВ, что необходимо учитывать в некоторых точных расчетах. Важно помнить также, что реакции такого типа, в частности  $(n, \alpha)$ , могут играть значительную роль в изменении во времени физико-механических свойств (прочности) реакторных материалов.

Сечение резонансного рассеяния  $\sigma_r$  изменяется по закону

$$\sigma_r \approx \text{const} / \sqrt{E} \quad (2.2.6)$$

практически везде в рассматриваемых областях IV и V (см. рис. 2.1). Строго говоря, этот закон справедлив лишь для нейтронов с  $l=0$ . Для ряда ядер существенно рассеяние быстрых нейтронов с  $l=1$ ; тогда закон (2.2.6) не выполняется. Так, для циркония (Zr) резонансное рассеяние нейтронов с  $l=1$  важно уже при энергии  $\sim 0,1$  МэВ. Поэтому  $\sigma_r^{Zr}$  при 10 кэВ даже несколько меньше, чем при 100 кэВ. При энергиях, несколько больших порогового значения для неупругого рассеяния,  $\sigma_r$  с ростом энергии начинает уменьшаться еще быстрее, чем по закону (2.2.6) и довольно быстро становится ничтожно малым. Резкое уменьшение  $\sigma_r$  начинается при таких энергиях, когда процесс неупругого рассеяния играет заметную роль. Это объясняется тем, что испускание составным ядром упруго рассеянного нейтрона более вероятно, чем неупруго рассеянного. И лишь когда число возможных способов неупругого рассеяния значительно возрастает, сечение  $\sigma_r$  начинает быстро падать.

Неупругое рассеяние возможно в случае, если налетающий нейтрон имеет энергию, достаточную для того, чтобы ядро после рассеяния на нем нейтрона осталось, по крайней мере, в первом возбужденном состоянии, т. е. энергия нейтрона должна превышать порог, который в  $(A+1)/A$  раз больше энергии возбуждения первого уровня ядра с массовым числом  $A$ . Пороговая энергия с увеличением  $A$  уменьшается в среднем примерно от 1 МэВ до 100 кэВ. Так как плотность уровней с энергией меняется по экспоненциальному закону, то сечение должно расти с ростом энергии нейтрона вначале резко, а затем все более плавно. Имеющиеся экспериментальные данные подтверждают такой характер зависимости (рис. 25). Следует отметить, что при очень больших энергиях нейтронов ( $\sim 10$  МэВ) сечение неупругого рассеяния начинает уменьшаться в результате появления процесса  $(n, 2n)$  (см. рис. 2.3).

С ростом массового числа ядер сечение неупругого рассеяния растет, средние потери энергии на акт рассеяния также возрастают. Эти особенности легко объясняются характером расположения энергетических уровней в ядрах.

Угловое распределение неупруго рассеянных нейтронов можно всегда считать приблизительно сферически симметричным.

Неупругое рассеяние — очень важный процесс для физики реакторов. В реакторах на быстрых нейтронах нежелательно замедление нейтронов, поэтому в качестве конструкционных материалов и теплоносителей выгодно использовать четные нуклиды (известно, что положение первых уровней в четных ядрах выше, а значит сечение неупругого рассеяния меньше, чем в нечетных). В реакторах на тепловых нейтронах этот процесс важен потому, что потеря энергии быстрыми нейтронами при неупругом рассеянии на тяжелых ядрах гораздо больше, чем при упругом рассеянии на легких ядрах. Поэтому желательно замедлять нейтроны спектра деления путем неупругого рассеяния на нечетных тяжелых ядрах до энергий  $\sim 100$  кэВ, а дальнейшее замедление проводить на ядрах водородсодержащего замедлителя. При создании защиты реактора надо исходить из аналогичных соображений.

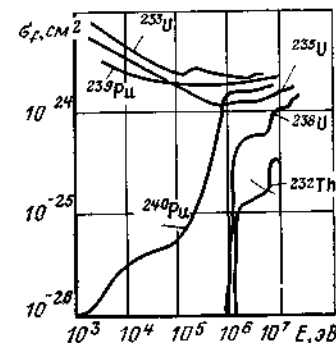


Рис. 26 Зависимость сечения деления  $\sigma_d$  от энергии нейтронов

Большое значение неупругого рассеяния достаточно наглядно подтверждается следующим фактом. Казалось бы, что возможно создание реактора на быстрых нейтронах с  $^{238}U$  в качестве ядерного топлива, если удастся практически исключить процессы, снижающие энергию нейтронов в конструкционных материалах и теплоносителе. Однако сечение неупругого рассеяния нейтронов спектра деления ядрами  $^{238}U$  больше, чем сечение деления, а потери при неупругом рассеянии таковы, что достаточно одного столкновения для уменьшения энергии нейтронов деления ниже порога деления  $^{238}U$ . Поэтому создание такого реактора невозможно в принципе.

Таким образом, для быстрых нейтронов сечение образования составного ядра практически для всех неделящихся ядер равно приблизительно сечению неупругого рассеяния в области плато и численно равно  $\pi R^2$ , т. е. приблизительно половине полного сечения.

В сечении образования составного ядра для самых тяжелых ядер вносит заметный вклад сечение деления. Быстрыми нейтронами делятся тяжелые ядра не только с нечетным числом нейтронов, наиболее важные из которых  $^{233}U$ ,  $^{235}U$  и  $^{239}Pu$  (сечения деления этих ядер отличны от нуля при любых энергиях



Т а б л и ц а 2.2. Сечения  $^{235}\text{U}$  и  $^{238}\text{U}$  при  $E = 2 \text{ МэВ}$ ,  $10^{-24} \text{ см}^2$

Парциальное сечение	$^{235}\text{U}$	$^{238}\text{U}$
$\sigma_f$	0,55	1,32
$\sigma_c$	0,05	0,05
$\sigma_{in}$	2,3	1,8
$\sigma_p$	4,3	4,2
$\sigma_t$	7,2	7,37

энергии сечения быстро увеличиваются и достигаются примерно постоянные значения, меньшие соответствующих сечений для четно-нечетных нуклидов. Пороговая энергия для  $^{240}\text{Pu}$  значительно меньше ( $\sim 10^3 \text{ эВ}$ ).

Интересно отметить соотношение между сечениями для изотопов урана с четным и нечетным  $A$  (табл. 2.2). Поскольку при увеличении энергии нейтронов сечения радиационного захвата уменьшаются более резко, чем сечение деления для  $^{235}\text{U}$ , отношение этих сечений становится при больших энергиях намного меньше, нежели при малых энергиях. При больших энергиях нейтронов все парциальные и полное сечения для  $^{235}\text{U}$  сравнимы по значениям с соответствующими сечениями для  $^{238}\text{U}$ , чего нет при малых энергиях. Более подробно процесс деления ядер рассматривается в гл. 3.

### § 2.3. Резонансные нейтроны

При взаимодействии промежуточных нейтронов с тяжелыми ядрами составные ядра возбуждаются до состояний, для которых ширины уровней меньше расстояний между ними. В этом случае резко проявляется роль отдельных уровней составного ядра, т. е. зависимости сечений образования и распада составного ядра от энергии нейтрона имеют резонансный характер. Поэтому промежуточные нейтроны называют часто резонансными.

В области энергий промежуточных нейтронов с заметной вероятностью происходят потенциальное и резонансное рассеяния нейтронов, радиационный захват и деление ядер. Последнее возможно лишь для самых тяжелых ядер с нечетным числом нейтронов, таких, как  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  и т. д. Для всех взаимодействий  $\hbar > R$ , значит могут взаимодействовать только нейтроны, у которых  $l=0$ .

Указанные особенности и определяют характер взаимодействия резонансных нейтронов с ядрами. Отметим, что резонансы в сечениях у легких и средних ядер наблюдаются при взаимо-

действии с быстрыми нейтронами. Однако они будут рассмотрены в этом параграфе ввиду совпадения закономерностей, справедливых в области резонансов для всех ядер.

Для наглядности на рис. 2.7 и в табл. 2.3 схематично даны основные закономерности взаимодействия резонансных нейтронов с ядрами. Все сказанное об условности рис. 2.1 относится в той же мере и к рис. 2.7.

Сечение образования составного ядра  $\sigma_{comp}$  вблизи одиночного изолированного уровня имеет вид

$$\sigma_{comp} = \pi^2 \lambda^2 g \frac{\Gamma_n \Gamma}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (2.3.1)$$

а сечения различных  $i$ -х процессов  $\sigma_i$ , идущих через стадию образования составного ядра, изменяются по закону

$$\sigma_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma} \sigma_{comp} = \pi \lambda^2 g \frac{\Gamma_n \Gamma_i}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (2.3.2)$$

где  $g$  — статистический весовой множитель;  $E_r$  — резонансная энергия, т. е. энергия, при которой сечение имеет максимальное значение

$$\sigma_i^0 = 4\pi \lambda^2 g \Gamma_n \Gamma_i / \Gamma^2, \quad (2.3.3)$$

$i$  — индекс процесса (парциальной ширины), который может принимать следующие значения:  $r(n)$  — резонансное рассеяние (нейтронная ширина);  $c(\gamma)$  — радиационный захват (радиационная ширина);  $f(f)$  — деление (ширина деления).

Статистический множитель  $g$  учитывает тот факт, что как исходное ядро и нейтрон, так и составное ядро могут находиться в различных состояниях. Величина  $g$  равна отношению количеств возможных состояний составного ядра и исходной системы. Для  $l=0$

$$g = \frac{2J + 1}{2(2I + 1)} \quad (2.3.4)$$

и может принимать два значения.

$$g_1 = 1/(2I + 1) \quad \text{и} \quad g_2 = (I + 1)/(2I + 1),$$

в соответствии с двумя возможными значениями спина составного ядра  $J_1 = I - 1/2$  и  $J_2 = I + 1/2$ , где  $I$  — спин ядра-мишени;  $J$  — спин составного ядра. При взаимодействии нейтронов с четно-четными ядрами  $g=1$ , потому что для последних  $I=0$ , а при больших значениях  $I$   $g \approx 1/2$ .

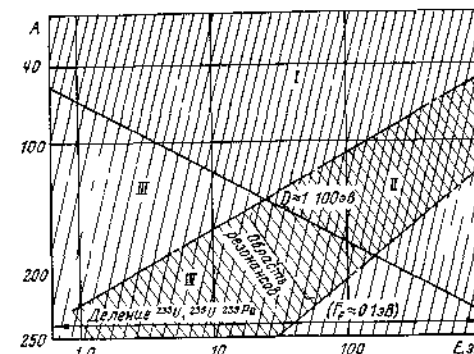


Рис. 2.7. К взаимодействию резонансных нейтронов с ядрами



Таблица 2.3. Особенности взаимодействия резонансных нейтронов с ядрами

Номер области	Преобладающие процессы	Основные закономерности
I	Потенциальное рассеяние	$\sigma_t = \text{const} + \text{const}'/\sqrt{E}$ ; $\sigma_t \approx \sigma_p \approx 4\pi R_{\text{эф}}^2$ ; $\sigma_c \sim 1/v$
II	Потенциальное рассеяние Резонансное рассеяние	$\sigma_t \approx \sigma_p + \sigma_r + \sigma_{\text{инт}} = 4\pi R_{\text{эф}}^2 + \pi \lambda^2 g \times$ $\times \frac{\Gamma_n^2}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2/4} + 4\pi \lambda R_{\text{эф}} g \Gamma_n \times$ $\times \frac{E - E_r}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2/4}$ ; $\sigma_r^0 \sim \frac{1}{\sqrt{E}}$ ; $\sigma_c^0 \sim \frac{1}{E}$ ; $\bar{\sigma}_r \sim \frac{1}{\sqrt{E}}$ ; $\bar{\sigma}_c \sim \frac{1}{E}$ ; $\Gamma_n = \Gamma_{n0} \sqrt{E}$ ; $\Gamma_\gamma \approx \text{const}$ ; $\Gamma_n > \Gamma_\gamma$
III	Радиационный захват	$\sigma_t = \text{const} + \text{const}'/\sqrt{E}$ ; $\sigma_t \approx \sigma_c \sim 1/v$ ; $\sigma_p \approx 4\pi R_{\text{эф}}^2$
IV	Радиационный захват	$\sigma_t \approx \sigma_c = \pi \lambda^2 g \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2/4}$ ; $\sigma_p \approx 4\pi R_{\text{эф}}^2$ ; $\sigma_c^0 \sim 1/\sqrt{E}$ ; $\sigma_r^0 \approx \text{const}$ ; $\bar{\sigma}_c \sim 1/\sqrt{E}$ ; $\bar{\sigma}_r \approx \text{const}$ ; $\Gamma_n = \Gamma_{n0} \sqrt{E}$ ; $\Gamma_\gamma \approx \text{const}$ ; $\Gamma_\gamma > \Gamma_n$

Зависимости (2.3.1), (2.3.2) называются формулами Брейта—Вигнера. Они состоят из двух множителей, один из которых —  $\pi \lambda^2 g \Gamma_n \Gamma_\gamma$  — плавно изменяется с энергией, а второй —  $1/\{(E - E_r)^2 + \Gamma^2/4\}$  — имеет резонансную зависимость. Резонансный множитель резко изменяется лишь вблизи энергии резонанса  $E_r$  и остается практически неизменным и малым по значению вдали от резонанса.

Формула Брейта—Вигнера несправедлива в той области энергий, где резонансы расположены близко друг к другу. В этом случае надо пользоваться общей дисперсионной формулой, учитывающей вклады в сечение (взаимное влияние) нескольких резонансов. По этой причине, в частности, формула (2.3.2) неточно описывает изменение сечения деления, потому что уровни делящихся ядер близки даже в области первых резонансов.

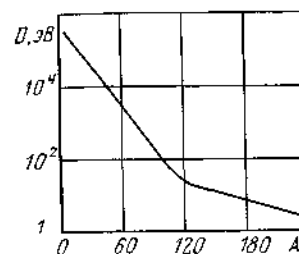


Рис. 2.8 Зависимость среднего расстояния между резонансами от массового числа при энергии возбуждения  $E^* = 7$  МэВ

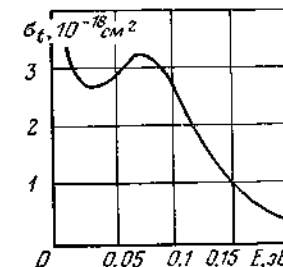


Рис. 2.9 Зависимость полного сечения для  $^{135}\text{Xe}$  от энергии нейтронов

Резонансная энергия, сечение при резонансной энергии, полная и парциальные ширины резонанса называются параметрами резонанса. Зная эти параметры, можно воспроизвести в области энергий, где резонансы хорошо разделены, зависимости сечений различных процессов от энергии нейтронов и массовых чисел ядер, пользуясь формулой Брейта—Вигнера.

Расположение резонансов сильно зависит от массового числа ядра. Легкие ядра имеют резонансы в интервале энергий приблизительно от 100 кэВ до 10 МэВ, средние — от 1 до 100 кэВ и тяжелые — от 1 до 1000 эВ. Резонансы делящихся ядер расположены при  $E \leq 100$  эВ. Среднее расстояние между резонансами меняется примерно от  $10^5$  эВ для легких ядер до 1 эВ для тяжелых (рис. 2.8). С увеличением энергии среднее расстояние между резонансами уменьшается. Истинное расстояние между уровнями флуктуирует вокруг среднего. Имеет место также зависимость от четности ядер. Перечисленные закономерности полностью объясняются характером расположения энергетических уровней составных ядер.

Интересно отметить такой факт. Резонансы тяжелых ядер расположены в относительно узком интервале энергий. Среднее же расстояние между резонансами  $D$  определяется энергией возбуждения  $E^*$ . Это означает, что для тяжелых ядер  $D$  остается практически неизменным во всей области резонансов, ибо практически неизменно значение  $E^*$  (основной вклад в  $E^*$  дает  $e_n \gg 1$  кэВ).

Сечения при энергиях резонансов в среднем увеличиваются с уменьшением энергии и для тяжелых ядер могут достигать больших значений в области первых резонансов ( $E \leq 100$  эВ). В реакторе всегда есть такие ядра. К ним относятся в первую очередь изотопы урана (наиболее эффективный резонансный поглотитель —  $^{238}\text{U}$ ) и плутония, а также продукты деления этих ядер. Особенно велики значения  $\sigma_c$  для расположенных

в области тепловых нейтронов резонансов некоторых продуктов деления. Например,  $\sigma_c \approx 3,3 \cdot 10^{-18}$  см<sup>2</sup> для <sup>135</sup>Xe в резонансе при  $E_r = 0,08$  эВ (рис. 2.9).

Зависимость радиационной ширины  $\Gamma_\gamma$  от энергии нейтронов и массового числа относительно слабая. С ростом массового числа значение  $\Gamma_\gamma$  в среднем несущественно уменьшается и имеет максимумы вблизи магических чисел. Для средних ядер  $\Gamma_\gamma \approx 0,2$  эВ, для тяжелых  $\Gamma_\gamma \approx 0,05$  эВ.

Нейтронная ширина  $\Gamma_n$  существенно зависит как от энергии нейтрона, так и от массового числа. Для анализа этой зависимости удобно ввести понятие приведенной нейтронной ширины  $\Gamma_{n0}$  с помощью соотношения

$$\Gamma_n = \Gamma_{n0} \sqrt{E}. \quad (2.3.5)$$

Значения  $\Gamma_{n0}$  распределены по статистическому закону (нормальное распределение  $\sqrt{\Gamma_{n0}}$  вокруг среднего  $\bar{\Gamma}_{n0}$ , которое является характеристикой данного ядра. Значение  $\bar{\Gamma}_{n0}$  зависит от массового числа приблизительно так же, как среднее расстояние между уровнями  $D$ . Таким образом, нейтронные ширины возрастают в среднем с уменьшением массового числа ядер и с ростом энергии. При энергии нейтронов 1 эВ  $\Gamma_n$  имеет следующие значения: для легких ядер  $\sim 1$  кэВ, для средних ядер  $\sim 1$  эВ и для тяжелых ядер  $\sim 10^{-3}$  эВ.

Различие в зависимости от энергии величин  $\Gamma_\gamma$  и  $\Gamma_n$  объясняется тем, что первая из них определяется энергией возбуждения составного ядра  $E^*$  (1.7.2), практически постоянной в достаточно широком интервале энергии  $E$  ( $E \ll E^*$ ), а вторая — именно  $E$ .

Ширина деления  $\Gamma_f$  имеет распределение, аналогичное распределению  $\Gamma_{n0}$ , т. е. флуктуирует от резонанса к резонансу по определенному статистическому закону приблизительно одинаково для всех делящихся ядер. Среднее значение  $\bar{\Gamma}_f \approx 0,1$  эВ.

Знание энергетических зависимостей парциальных ширин позволяет записать формулу Брейта — Вигнера (2.3.2) для любого  $i$ -го процесса в виде, показывающем явную зависимость  $\sigma_i$  от энергии. Приведем одну из них, наиболее часто используемую. Это — формула для сечения радиационного захвата  $\sigma_c$ , которую можно применять в качестве оценочной в случае, если  $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$ , т. е.  $\Gamma \approx \Gamma_\gamma \approx \text{const}$ . Ниже отмечается, что такой случай имеет место для тяжелых ядер в области первых резонансов. Формула имеет вид

$$\sigma_c(E) = \frac{\sigma_c^0 \sqrt{E_r/E}}{\left(\frac{E - E_r}{\Gamma/2}\right)^2 + 1}, \quad (2.3.6)$$

где

$$\sigma_c^0 = 4\pi\lambda_0^2 g \Gamma_n^0 \Gamma_\gamma^0 / \Gamma^2 \quad (2.3.7)$$

— значение сечения  $\sigma_c$  при резонансной энергии  $E_r$ ;  $\lambda_0$  и  $\Gamma_n^0$  — соответственно значения  $\lambda$  и  $\Gamma_n$  при  $E_r$ . При написании формулы (2.3.6) использовались зависимости (1.5.3) и (2.3.5).

На основе данных о параметрах резонансов можно оценить роль различных процессов в области резонансов. Интересно, например, сравнить сечения радиационного захвата и резонансного рассеяния. Из (2.3.2) следует, что отношение этих сечений можно записать в виде

$$\sigma_c/\sigma_r = \Gamma_\gamma/\Gamma_n, \quad (2.3.8)$$

т. е. для сравнения сечений достаточно сравнить соответствующие ширины. Такое сравнение показывает, что относительная роль процесса резонансного рассеяния увеличивается с ростом энергии, потому что нейтронная ширина увеличивается, а радиационная остается неизменной. Действительно, с учетом (2.3.5) из соотношения (2.3.8) следует, что

$$\sigma_r \sim \sigma_c \sqrt{E}. \quad (2.3.9)$$

Рассмотрение ядер с различными массовыми числами дает следующие результаты (см. экспериментальные данные по  $\Gamma_n$  и  $\Gamma_\gamma$ ):

1) для легких ядер сечение резонансного рассеяния много больше сечения радиационного захвата при любой энергии;

2) для средних по массе ядер в области первых резонансов эти процессы приблизительно равновероятны, а в области последующих резонансов рассеяние становится преобладающим;

3) для тяжелых ядер первые резонансы — это в основном резонансы радиационного захвата; при энергиях  $10^2$ — $10^3$  эВ  $\sigma_c \approx \sigma_r$ ; при больших энергиях происходит преимущественно резонансное рассеяние.

Сечения при энергиях резонансов  $\sigma_i^0$  изменяются в среднем по различным законам в зависимости от соотношения между  $\Gamma_n$  и  $\Gamma_\gamma$ . Если  $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$ , то

$$\sigma_c^0 \sim 1/\sqrt{E} \quad (2.3.10)$$

и

$$\sigma_r^0 \approx \text{const}. \quad (2.3.11)$$

Если  $\Gamma_n \gg \Gamma_\gamma$ , то

$$\sigma_c^0 \sim 1/E \quad (2.3.12)$$

и

$$\sigma_r^0 \sim 1/\sqrt{E}. \quad (2.3.13)$$

Соотношения (2.3.10) — (2.3.13) легко получить из (2.3.3), используя (2.3.5) и (2.3.9). Таким образом, сечение образования составного ядра в резонансе, которое равно сумме  $\sigma_c^0$  и  $\sigma_r^0$ , изменяется по закону (2.3.13) для легких ядер и по (2.3.10) в области первых резонансов, а затем по (2.3.13) для тяжелых ядер.

Иногда важно знать характер изменения сечений  $\sigma_i$ , усредненных по энергетическому интервалу, содержащему много резонансов. Сечения, усредненные в предположении справедливости формул Брейта — Вигнера, изменяются по тем же законам, что и в области перекрывающихся резонансов,

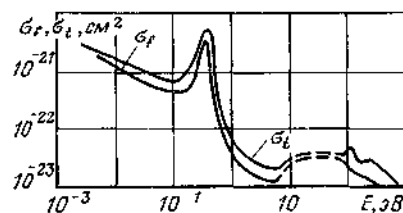


Рис 2.10 Зависимость от энергии полного сечения и сечения деления  $^{239}\text{Pu}$  для промежуточных и тепловых нейтронов

т. е. в интервале энергий быстрых нейтронов. Если  $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$ , то

$$\bar{\sigma}_c \sim 1/\sqrt{E} \quad (2.3.14)$$

и

$$\bar{\sigma}_r \approx \text{const} \quad (2.3.15)$$

Если  $\Gamma_n \gg \Gamma_\gamma$ , но неупругое рассеяние еще невозможно, то

$$\bar{\sigma}_c \sim 1/E \quad (2.3.16)$$

и

$$\bar{\sigma}_r \sim 1/\sqrt{E}. \quad (2.3.17)$$

Отметим, что для усредненных сечений также справедливо соотношение (2.3.9), т. е. с ростом энергии сечение радиационного захвата убывает гораздо быстрее, чем сечение резонансного рассеяния.

Для делящихся ядер заметный (в большинстве случаев преобладающий) вклад в сечение образования составного ядра вносит сечение деления (рис 2.10 и табл 2.4). Резонансы деля-

Таблица 2.4. Параметры первых резонансов тяжелых ядер

Ядро	$E_r$ , эВ	$\Gamma_\gamma$ , мэВ	$2g\Gamma_n$ , мэВ	$\Gamma$ , мэВ	Ядро	$E_r$ , эВ	$\Gamma_\gamma$ , мэВ	$2g\Gamma_n$ , мэВ
$^{233}\text{U}$	0,17	40	0,00020	60	$^{232}\text{Th}$	21,78	23	1,90
	1,55	45	0,165	555		23,43	25	3,36
	1,79	40	0,34	220		59,49	23,2	4,04
	2,17	—	0,072	115		69,07	21,9	44,0
	2,29	40	0,17	35		112,95	20,1	13,0
	3,49	45	0,07	455		120,77	21	23,0
	3,66	50	0,12	135		129,10	18,8	3,4
	4,76	45	0,24	855		154,24	—	0,21
	5,89	45	0,17	320		170,3	22,4	60
	0,285	36	0,0032	100	$^{238}\text{U}$	6,67	26	1,52
$^{235}\text{U}$	1,135	42	0,0154	115		20,90	25	8,7
	2,028	38	0,0077	10		36,80	25	32,0
	2,84	—	0,003	100		66,15	22	26,0
	3,145	44	0,028	116		80,74	—	2,0
	3,613	37	0,046	50		102,47	26	70
	4,845	35	0,059	5		116,85	22	30
	5,446	46	0,022	24		145,58	—	0,84
	5,83	—	0,016	75		165,27	18	3,2
	0,296	39	0,110	60		1,056	31	2,30
	7,82	40,0	1,23	47	$^{240}\text{Pu}$	20,46	32,2	2,65
$^{239}\text{Pu}$	10,93	46	2,75	138		38,34	—	17,5
	11,89	42	1,52	24		41,64	32,8	16,3
	14,31	37	0,89	65		66,62	28	53,2
	14,68	38	2,80	33		72,80	28	21,0
	15,46	37	0,94	662		90,78	—	13,0
	17,66	43	2,68	38		92,51	—	3,2
	22,29	44	3,8	65		105,05	36,5	46,0

щихся ядер изучены особенно хорошо. Ширина деления обычно самая большая, а нейтронная ширина очень мала, хотя и резко меняется от резонанса к резонансу. Радиационная ширина практически постоянна, а отношение ее к ширине деления изменяется значительно. В отличие от делящихся, четно-четные тяжелые ядра имеют первые резонансы при гораздо больших энергиях. Нейтронная и радиационная ширины соизмеримы уже для первых резонансов, а при энергии  $\sim 200$  эВ первая становится больше второй.

Поскольку промежуточные нейтроны могут взаимодействовать только при  $l=0$ , рассеяние становится изотропным. Несмотря на это оно остается довольно сложным вследствие интерференции двух различных по механизму процессов (потенциального и резонансного рассеяний). Сечение рассеяния можно представить в виде

$$\sigma_s = \sigma_p + \sigma_r + \sigma_{\text{интерф}}$$

Первое слагаемое в правой части выражения соответствует потенциальному рассеянию, второе — резонансному рассеянию, а третье учитывает интерференцию двух предыдущих процессов. Сечение потенциального рассеяния  $\sigma_p$ , как и в области быстрых нейтронов, не зависит практически от энергии и в первом приближении определяется радиусом ядра

$$\sigma_p = 4\pi R_{\text{я}}^2. \quad (2.3.18)$$

Зависимость сечения резонансного рассеяния  $\sigma_r$  от энергии описывается формулой Брейта—Вигнера. Интерференция приводит к тому, что формула для сечения рассеяния имеет вид

$$\sigma_s = 4\pi R_{\text{я}}^2 + \frac{I}{2I+1} \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n^2}{(E-E_r)^2 + \Gamma^2/4} + \frac{I}{2I+1} \times \\ \times 4\pi \lambda R_{\text{я}} \Gamma_n \frac{E-E_r}{(E-E_r)^2 + \Gamma^2/4} \quad (2.3.19)$$

для резонанса, соответствующего  $J=I-1/2$ , и

$$\sigma_s = 4\pi R_{\text{я}}^2 + \frac{I+1}{2I+1} \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n^2}{(E-E_r)^2 + \Gamma^2/4} + \frac{I+1}{2I+1} \times \\ \times 4\pi \lambda R_{\text{я}} \Gamma_n \frac{E-E_r}{(E-E_r)^2 + \Gamma^2/4} \quad (2.3.20)$$

для резонанса, соответствующего  $J=I+1/2$ . Вдали от резонанса, т. е. при  $|E-E_r| \gg \Gamma$ , сечение рассеяния стремится к сечению потенциального рассеяния. Вблизи резонанса изменение сечения определяется в основном вторым и третьим слагаемыми. При  $E < E_r$  третье слагаемое отрицательное, вследствие интерференции сечение может быть даже меньше сечения потенциального рассеяния. При  $E > E_r$  сечение увеличивается, что при-

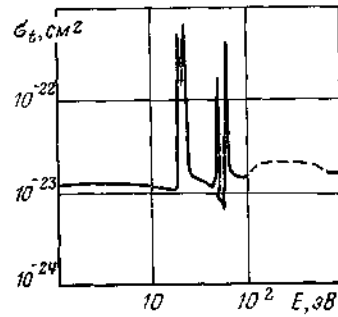


Рис. 2.11. Зависимость полного сечения для  $^{232}\text{Th}$  от энергии нейтронов

водит к сдвигу максимального значения сечения вправо от  $E_r$ . Влияние интерференции на характер изменения сечения хорошо видно на примере  $^{232}\text{Th}$  (рис. 2.11). Резонанс при энергии 70 эВ приблизительно наполовину обусловлен рассеянием, поэтому влияние члена, характеризующего интерференцию, довольно велико.

Рассмотрим важный для физики реакторов вопрос о влиянии температуры среды на сечение поглощения. В формулах Брейта—Вигнера энергия  $E$  представляет собой кинетическую энергию сталкивающихся нейтрона и ядра в системе центра инерции. В реальных средах ядра имеют конечные массы и участвуют в тепловом движении. Это означает, что  $E$  не совпадает с кинетической энергией нейтрона в лабораторной системе координат  $E'$  и определяется формулой

$$E = \frac{1}{2} \frac{m_n M}{M + m_n} (\mathbf{v} - \mathbf{u})^2 = \frac{M}{M + m_n} E' + \frac{m_n}{M + m_n} E_T - \frac{m_n M}{M + m_n} \mathbf{v} \mathbf{u}, \quad (2.3.21)$$

где  $M$  — масса ядра-мишени;  $\mathbf{v}$  — скорость нейтрона;  $\mathbf{u}$  — скорость теплового движения ядра (атома);  $E_T$  — кинетическая энергия ядра.

Если энергия  $E'$  велика по сравнению с  $E_T$  ( $E \sim kT$ ), а  $M \gg m_n$ , то второй член в (2.3.21) много меньше первого, поэтому им можно пренебречь. Третий член пропорционален скорости нейтрона, и именно он является причиной существенного иногда отличия  $E$  от  $E'$ . Равенство (2.3.21) удобно представить в виде

$$E = \frac{M}{M + m_n} (E' - \sqrt{2m_n E'} u), \quad (2.3.22)$$

где  $u$  — проекция  $\mathbf{u}$  на направление движения нейтрона. Из (2.3.22) видно, что при одной и той же энергии нейтрона в лабораторной системе координат  $E'$  энергия относительного движения нейтрона и ядра  $E$  может быть как больше  $E'$  (случай движения нейтрона навстречу ядру), так и меньше (движение нейтрона в одну сторону с ядром). Это означает, что нейтрон с заданной энергией  $E'$  будет взаимодействовать с ядрами с различными вероятностями, зависящими от скоростей ядер. Понятно, что это различие будет особенно существенным в области резкого изменения сечения взаимодействия, т. е. в обла-

сти резонанса. Так, если  $E'$  совпадает с энергией резонанса  $E_r$ , то лишь часть нейтронов будет взаимодействовать с максимальным сечением  $\sigma^0$ . Для остальных нейтронов  $\sigma$  будет меньше  $\sigma^0$ , и отличие это тем больше, чем больше значение  $u$  для взаимодействующего ядра. Если  $E'$  незначительно отличается от  $E_r$ , то среди взаимодействий найдутся и такие, которые идут с сечением, большим сечения, соответствующего  $E'$ .

Таким образом, влияние теплового движения ядер (атомов) сводится к уменьшению высоты и увеличению ширины резонансов. Этот эффект по аналогии с оптикой принято называть эффектом Доплера. Из (2.3.22) видно, что эффект Доплера не проявляется при взаимодействии быстрых нейтронов с ядрами. Поскольку в области малых значений  $E'$  резонансы наблюдаются лишь для тяжелых ядер, то и эффект Доплера заметен только при взаимодействии нейтронов с такими ядрами. Чем меньше энергия резонанса и выше температура среды, тем сильнее проявляется эффект Доплера. Практическое значение имеет влияние эффекта на зависимость сечения радиационного захвата (поглощения для делящихся ядер) от энергии.

Для определения  $\bar{\sigma}_c$  с учетом теплового движения ядер необходимо усреднить сечение  $\sigma_c$ , взятое без учета теплового движения, по всем возможным значениям  $E$  при заданном значении  $E'$ . Распределение атомов по энергиям известно (закон Максвелла), и процедура усреднения довольно проста. Однако результат не удается выразить аналитически, поэтому он представляется обычно в виде

$$\bar{\sigma}_c = \sigma_c \Psi, \quad (2.3.23)$$

где  $\Psi$  — протабулированная поправочная функция, зависящая, в частности, от величины

$$\Delta = 2\sqrt{m_n E_r kT/M}, \quad (2.3.24)$$

которая называется доплеровской шириной резонанса. Из (2.3.24) видно, что при большой температуре  $T$  величина  $\Delta$  может быть больше естественной ширины резонанса  $\Gamma$ , т. е. действительная ширина резонанса ( $\Gamma + \Delta$ ) может значительно превышать  $\Gamma$ .

Для выяснения сути эффекта Доплера рассмотрим некоторые его свойства. Можно показать, что

$$\int \sigma_c(E) dE = \int \bar{\sigma}_c(E) dE = \pi \sigma_c^0 \frac{\Gamma}{2}, \quad (2.3.25)$$

т. е. площади под кривыми  $\sigma_c(E)$  и  $\bar{\sigma}_c(E)$  равны. Если  $\Gamma \gg \Delta$ , то  $\bar{\sigma}_c(E_r) = \sigma_c^0$ , т. е. эффект Доплера в этом случае не оказывает влияния на процесс захвата. В другом предельном случае, когда  $\Delta \gg \Gamma$ ,

$$\bar{\sigma}_c(E_r) = \sigma_c^0 \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma}{\Delta}. \quad (2.3.26)$$

Отсюда можно сделать вывод о том, что эффект Доплера сводится к уменьшению сечения радиационного захвата вблизи резонанса и к увеличению ширины резонанса, о чем говорилось ранее.

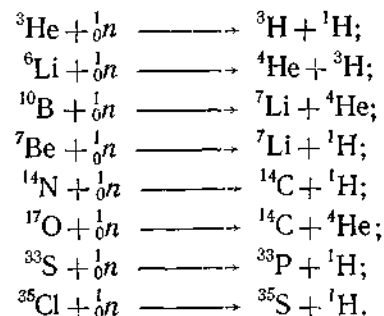
Отметим еще одно свойство: эффект Доплера практически не оказывает влияния на вид  $\sigma_c(E)$  при энергиях, достаточно удаленных от резонансной энергии  $E_r$ . Это объясняется тем, что вдали от  $E_r$  влияние эффекта возможно лишь для ядер с большими скоростями; число таких ядер, однако, мало.

Эффект Доплера играет существенную роль в реакторах. В результате деления ядер температура в реакторе изменяется, а значит изменяется и соотношение между  $\Gamma$  и  $\Delta$ . Если в реакторе присутствуют резонансные поглотители, которые сильно влияют на распределение плотности нейтронов в пространстве (например, уран), то эффект Доплера будет сказываться на поглощении замедляющихся нейтронов в области не слишком узких и высоких резонансов вследствие изменения размеров энергетического интервала с большим сечением поглощения и изменения самоэкранировки. Эффект самоэкранировки особенно велик в гетерогенных реакторах. В таких реакторах с увеличением температуры топлива самоэкранировка существенно уменьшается, что приводит к увеличению так называемого заблокированного резонансного поглощения. Более подробно влияние эффекта Доплера на физику ядерного реактора будет рассмотрено в дальнейшем.

## § 2.4. Тепловые нейтроны

Интервал энергий тепловых нейтронов мал по сравнению с другими интервалами энергий нейтронов, присутствующих в реакторах, однако он имеет большое значение для реакторов на тепловых нейтронах.

При взаимодействии тепловых нейтронов с ядрами распад составного ядра возможен лишь путем излучения  $\gamma$ -квантов. Исключение составляют деление тяжелых ядер с нечетным числом нейтронов и следующие реакции с образованием заряженных частиц:



Т а б л и ц а 2.5. Сечения радиационного захвата для легких ядер при  $E = 0,025$  эВ

Ядро	$\sigma_c, \text{см}^2$	Ядро	$\sigma_c, \text{см}^2$	Ядро	$\sigma_c, \text{см}^2$
${}^1\text{H}$	$3,32 \cdot 10^{-26}$	${}^9\text{Be}$	$9,2 \cdot 10^{-27}$	${}^{19}\text{F}$	$< 10^{-26}$
${}^2\text{D}$	$5,3 \cdot 10^{-28}$	${}^{12}\text{C}$	$3,8 \cdot 10^{-27}$	${}^{23}\text{Na}$	$5,3 \cdot 10^{-26}$
${}^4\text{He}$	0	${}^{16}\text{O}$	$2,7 \cdot 10^{-28}$	${}^{24}\text{Mg}$	$3,4 \cdot 10^{-26}$

Все эти реакции идут с выделением энергии и имеют большие сечения. Следует напомнить о том, что реакции деления ядер  ${}^{235}\text{U}$  и  ${}^{239}\text{Pu}$  используются в качестве источника энергии в ядерных реакторах. Реакции с участием ядер  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^{10}\text{B}$  создают основу регистрации нейтронов.

Для всех ядер, кроме некоторых тяжелых, первые резонансы расположены достаточно далеко от энергий тепловых нейтронов. В этом случае из формулы Брейта—Вигнера для  $\sigma_c(E \ll E_r \text{ и } \Gamma \ll E_r)$  следует, что

$$\sigma_c \sim 1/\sqrt{E} \sim 1/v. \quad (2.4.1)$$

Отметим, что соотношение (2.4.1) справедливо и в случае неприменимости формулы Брейта—Вигнера. Закон  $1/v$  имеет простой физический смысл: вероятность захвата нейтрона ядром пропорциональна времени пребывания нейтрона вблизи ядра. Значит, захват нейтрона происходит с наибольшей вероятностью при  $E \rightarrow 0$ .

Некоторые тяжелые ядра имеют резонансы вблизи энергий тепловых нейтронов, в том числе и при отрицательных энергиях (в последнем случае речь идет об энергетических уровнях составного ядра с энергиями возбуждения, меньшими энергии связи нейтрона в этом ядре). Для таких ядер закон  $1/v$  нарушается. Если отклонение невелико, то принято учитывать его введением так называемого  $g$ -фактора (гл. 8). Есть и такие ядра, для которых отклонение большое, — это ядра, имеющие резонансы в рассматриваемом интервале энергии. Например, сечение  $\sigma_c$  для кадмия практически постоянно в этом интервале (рис. 2.12).

Значения сечения радиационного захвата сильно изменяются в зависимости от массового числа ядер. Можно, тем не менее, отметить, некоторые закономерности. Сечение  $\sigma_c$  обычно мало для легких ядер (табл. 2.5). Некоторые из них поэтому используются

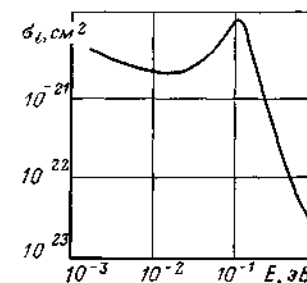


Рис 2.12 Зависимость полного сечения для кадмия от энергии нейтронов

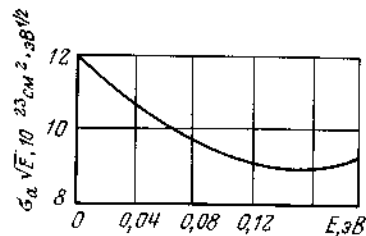


Рис. 2.13 Зависимость величины  $\sigma_0 \sqrt{E}$  для  $^{235}\text{U}$  от энергии нейтронов

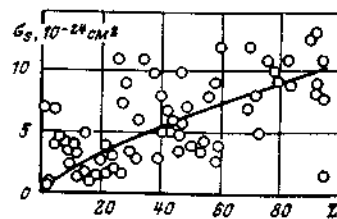


Рис. 2.14. Зависимость сечения рассеяния нейтронов малых энергий от заряда ядра

в качестве замедлителей в реакторах. С ростом массового числа  $A$  сечение  $\sigma_0$  в среднем увеличивается. Особенно велики значения  $\sigma_0$  для ядер с  $A > 100$ . Среди последних выделим в первую очередь те, которые образуются при делении тяжелых ядер. Они играют большую роль в работе реакторов на тепловых нейтронах, ибо являются «вредными» поглотителями.

Сечение  $\sigma_0$  сильно зависит от четности числа протонов и нейтронов в ядре. Для четно-четных ядер сечения обычно меньше, чем для ядер с другой четностью. Это объясняется тем, что четно-четные ядра образуют при захвате нейтрона составные ядра с относительно малой энергией возбуждения, а это приводит к малой плотности уровней, а значит, и к малой вероятности расположения резонансов вблизи интервала энергий тепловых нейтронов. Особенно малы сечения захвата нейтронов ядрами с магическим числом нейтронов (протонов). Например, природный цирконий имеет  $\sigma_0 = 1,8 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$ , потому что основной его изотоп  $^{90}\text{Zr}$  имеет магическое число нейтронов. Подобные материалы можно использовать в реакторах в качестве конструкционных.

Зависимость сечения деления  $\sigma_f$  от энергии для делящихся ядер аналогична зависимости  $\sigma_0$  от энергии для тяжелых ядер с резонансами вблизи интервала энергий тепловых нейтронов, т. е.  $\sigma_f$  изменяется с точностью до  $g_f$ -фактора по закону  $1/v$ . Это хорошо видно на рис. 2.13. Отличие от закона  $1/v$  может

Таблица 2.6. Парциальные сечения для тяжелых ядер при  $E = 0,0253 \text{ эВ}$

Ядро	$\sigma_a, 10^{-24} \text{ см}^2$	$\sigma_f, 10^{-24} \text{ см}^2$	$\sigma_s, 10^{-24} \text{ см}^2$
$^{233}\text{U}$	575,2	529,9	12,1
$^{235}\text{U}$	680,9	583,5	14,4
$^{239}\text{Pu}$	1011,2	744,0	7,2
$^{241}\text{Pu}$	1378	1015	10,8
$^{232}\text{Th}$	7,40	$3,9 \cdot 10^{-5}$	12,67
$^{238}\text{U}$	2,70	—	8,90
$^{240}\text{Pu}$	289,5	0,030	1,54

быть довольно существенным. Особенно оно велико для  $^{239}\text{Pu}$ , который имеет большой резонанс при  $E \approx 0,3 \text{ эВ}$  (см. рис. 2.10). Значения различных сечений для некоторых тяжелых ядер при энергии нейтронов  $0,0253 \text{ эВ}$  представлены в табл. 2.6.

В интервале энергий тепловых нейтронов сечение их рассеяния большинством ядер практически представляет собой сечение потенциального рассеяния, а точнее, сечение рассеяния вне области влияния ближайшего резонанса (см § 2.2). Зависимость сечения рассеяния  $\sigma_s$  при малых энергиях нейтронов от заряда  $Z$  показана на рис. 2.14 (точки). Там же приведена кривая  $\sigma_s = 4\pi R^2$ . Отличие истинных значений  $\sigma_s$  от  $4\pi R^2$  для большинства ядер объясняется в основном влиянием резонансного рассеяния. Казалось бы, тогда должна появиться зависимость  $\sigma_s$  от энергии, однако этого не происходит. И действительно, из формулы Брейта—Вигнера для  $\sigma_r$  при выполнении условий  $E \ll E_r$  и  $\Gamma \ll E_r$  следует, что

$$\sigma_r = \pi \lambda^2 g \Gamma_n^2 / E_r^2 = \text{const}, \quad (2.4.2)$$

т. е. вдали от резонанса сечение резонансного рассеяния не зависит от энергии нейтронов. Основной вклад в сечение рассеяния вносит все же сечение потенциального рассеяния.

Значения сечения рассеяния нейтронов для большинства ядер лежат в пределах от  $3 \cdot 10^{-24}$  до  $10 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$ . Около десяти ядер имеют сечение рассеяния, большее  $10 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$ , и приблизительно столько же — меньшее  $3 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$ . В табл. 2.7 перечислены некоторые из этих ядер.

Таблица 2.7. Сечения рассеяния, большие  $10 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$  и меньшие  $3 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$

Ядро	$\sigma_s, 10^{-24} \text{ см}^2$	Ядро	$\sigma_s, 10^{-24} \text{ см}^2$
$^1\text{H}$	20,436*	$^4\text{He}$	0,76
$^{35}\text{Cl}$	16	$^7\text{Li}$	1,4
$^{45}\text{Sc}$	24	$^{27}\text{Al}$	1,49
$^{56}\text{Fe}$	12,8	$^{28}\text{Si}$	1,7
$^{58}\text{Ni}$	24,4	$^{40}\text{Ar}$	1,5
$^{143}\text{Nd}$	76	$^{39}\text{K}$	1,5
$^{164}\text{Dy}$	100	$^{55}\text{Mn}$	2,1

\* При  $E = 1 \text{ эВ}$ .

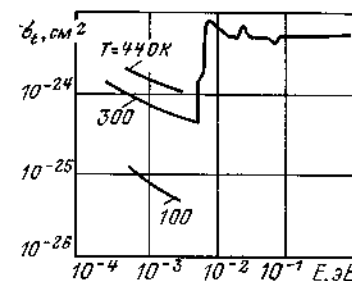


Рис. 2.15 Зависимость полного сечения для бериллия от энергии нейтронов

числены некоторые из этих ядер.

Таким образом, полное сечение  $\sigma_t$  для тепловых нейтронов представляет собой сумму сечения рассеяния  $\sigma_s$  и сечения радиационного захвата  $\sigma_c$  (для делящихся ядер сечения поглощения  $\sigma_a$ ) и в большинстве случаев имеет вид

$$\sigma_t = \text{const} + \text{const}' / \sqrt{E}. \quad (2.4.3)$$

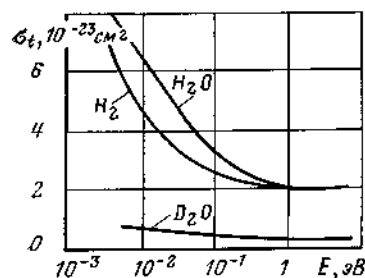


Рис. 2.16 Зависимость полного сечения от энергии нейтронов для водорода и дейтерия, связанных в молекулах

отраженных от многих ядер, расположенных в узлах решетки. При энергиях меньше 0,005 эВ возможно практически только неупругое тепловое рассеяние (рассеяние на кристаллической решетке), сечение которого возрастает с уменьшением энергии и при нагревании кристаллического вещества.

Влияние химической связи атомов хорошо видно на примере зависимостей от энергии нейтронов полных сечений для водорода и дейтерия, связанных в различных молекулах (рис. 2.16). При уменьшении энергии ниже  $\sim 1$  эВ сечение увеличивается и для H, например, при энергии  $\sim 0,005$  эВ превышает в 4 раза сечение в области плато, т. е. сечение для свободного атома водорода. Этот рост вызван влиянием химических связей, которое проявляется при энергиях нейтрона, примерно равных и меньших энергии химических связей. Для количественной оценки эффекта можно воспользоваться соотношением, полученным из квантовомеханического рассмотрения явления в случае совершенно жесткой связи атомов:

$$\sigma_s = \sigma_{s0} [(A+1)/A]^2, \quad (2.4.4)$$

где  $\sigma_{s0}$  — сечение рассеяния на свободном атоме;  $\sigma_s$  — сечение рассеяния на связанном атоме.

Из формулы (2.4.4) следует, что эффект наблюдается лишь для легких ядер (практически для водорода и дейтерия). В реальных молекулах связь конечно не абсолютно жесткая, поэтому существует зависимость от массы молекулы и от энергии химической связи, т. е. от природы химического соединения. Из рис. 2.16 видно, что кривая для  $H_2O$  возрастает при уменьшении энергии более резко, чем для  $H_2$ . При очень низких энергиях нейтронов рост сечения вызван не только влиянием

Эта зависимость нарушается для ядер с резонансами при малых энергиях, а также из-за влияния кристаллической структуры, химических связей и теплового движения атомов.

На рис. 2.15 приведена зависимость полного сечения от энергии нейтронов для бериллия. Справа от  $E \approx 0,005$  эВ, где длина волны нейтрона соизмерима с межатомными расстояниями (постоянными кристаллической решетки бериллия), отчетливо видна дифракционная картина — чередование максимумов и минимумов, обусловленная интерференцией нейтронных волн,

химической связи, но также и вкладом сечения теплового неупругого рассеяния.

## § 2.5. Систематика взаимодействий нейтронов с ядрами

Подведем некоторые итоги рассмотрения основных закономерностей взаимодействия нейтронов различных энергий с ядрами. Каков характер зависимости полного сечения  $\sigma_t$  от энергии нейтрона  $E$  и как он изменяется при переходе от одного ядра к другому? Ответ на вопрос можно получить, рассмотрев зависимости парциальных сечений  $\sigma_i$  от энергии  $E$  (рис. 2.17) с учетом вклада этих сечений в полное сечение (табл. 2.8).

На рис. 2.17 указаны основные закономерности, присущие отдельным видам взаимодействия нейтронов различных энергий с ядрами, рассмотренные в предыдущих параграфах. Большая часть из них не требует дополнительных пояснений. Отметим лишь следующее.

При энергии нейтронов больше верхней границы интервала разрешенных резонансов для большинства ядер  $\Gamma_n \gg \Gamma_\gamma$ . Это означает, что справедливы законы (2.3.16) и (2.3.17), указанные на рис. 2.17. Лишь самые тяжелые ядра имеют вблизи нижней границы этого интервала  $\Gamma_n \approx \Gamma_\gamma$ , вследствие чего для них законы изменения  $\sigma_c$  и  $\sigma_r$  превращаются постепенно с ростом энергии из (2.3.14) и (2.3.15) в (2.3.16) и (2.3.17) соответственно.

В области разрешенных резонансов законы изменения средних сечений  $\bar{\sigma}_c$  и  $\bar{\sigma}_r$  также плавно переходят с ростом энергий от (2.4.1) и (2.4.2) к (2.3.16) и (2.3.17) соответственно.

Сечение потенциального рассеяния тепловых нейтронов может либо не зависеть от энергии, либо возрастать с уменьшением энергии (влияние химических связей), либо иметь дифракционный характер (влияние кристаллической структуры вещества). Эти три вида закономерностей указаны на рис. 2.17 штриховыми линиями.

Кривые изображены схематично, и их можно использовать лишь для оценки характера зави-

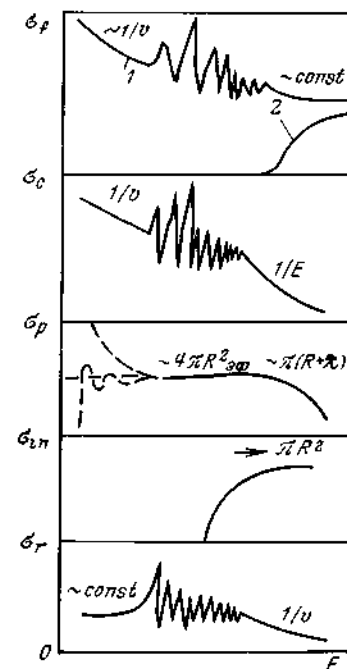


Рис. 2.17. Качественные зависимости парциальных сечений от энергии нейтронов для четно-нечетных (1) и четно-четных (2) ядер

Таблица 2.8. Области преобладания различных процессов и положение резонансов

A	Тепловые нейтроны $10^{-3} \leq E \leq 0,625$ эВ	Промежуточные нейтроны $0,625 < E < 10^5$ эВ	Быстрые нейтроны $10^5 \leq E \leq 10^8$ эВ
$A < 40$	Потенциальное рассеяние		Резонансы
			Резонансное рассеяние
$40 \leq A \leq 100$	Потенциальное рассеяние		Резонансы
	Радиационный захват		Резонансное рассеяние
			Неупругое рассеяние
$A > 100$	Радиационный захват	Резонансы	Резонансное рассеяние
			Потенциальное рассеяние
			Неупругое рассеяние
	Деление $^{233}\text{U}$ , $^{235}\text{U}$ , $^{239}\text{Pu}$		Деление ядер

симостей  $\sigma_i = f(E)$  без уточнения конкретных деталей. Они позволяют также рассмотреть качественно вопрос об изменении соотношений между различными парциальными сечениями в зависимости от энергии нейтронов.

В табл. 2.8 указаны процессы, преобладающие в различных энергетических интервалах для легких, средних и тяжелых ядер. Там же показано расположение резонансов для разных ядер. Таблицу, как и рис. 2.17, можно использовать лишь для иллюстративных целей.

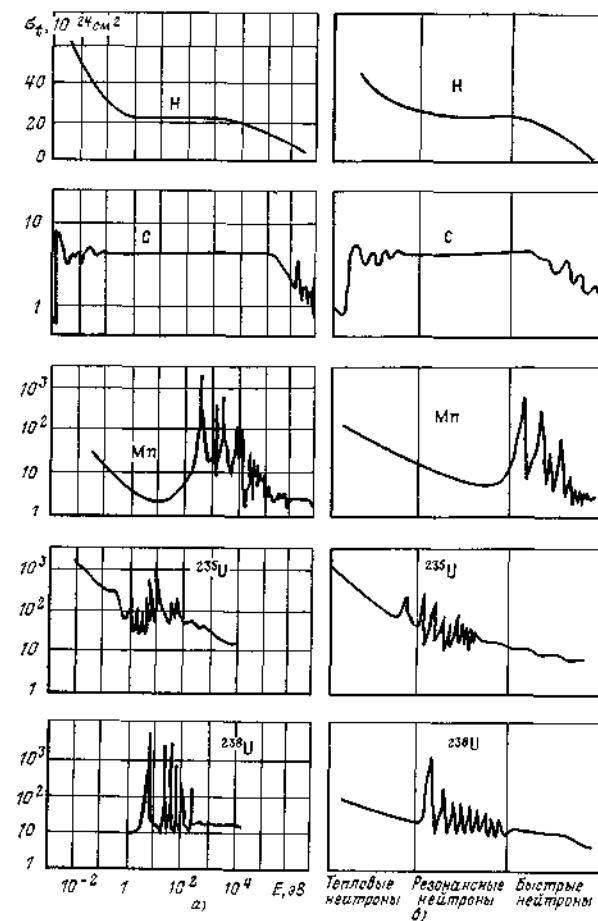


Рис 2.18 Экспериментальные (а) и качественные (б) зависимости полных сечений для разных ядер от энергии нейтронов

Для подтверждения «возможностей» рис. 2.17 и табл. 2.8 рассмотрим экспериментальные зависимости полных сечений от энергии нейтронов для легких (водорода, связанного в молекуле воды, и графита), среднего (марганца) и тяжелых ( $^{235}\text{U}$  и  $^{238}\text{U}$ ) ядер (рис. 2.18, а) и зависимости, полученные качественно с помощью рис. 2.17 и табл. 2.8, для тех же ядер (рис. 2.18, б). Видно хорошее (качественное, но не количественное!) совпадение указанных зависимостей.

Выбор в качестве примеров указанных ядер не случаен. Они имеют типичные для представляемых ими групп ядер зависимости  $\sigma_i$  от  $E$  (кроме ядра  $\text{H}$ , которое, так же как и ядра  $\text{D}$  и



Не, не имеет возбужденных энергетических уровней). Существуют ядра, взаимодействие нейтронов с которыми не подчиняется рассматриваемым закономерностям, но они — лишь исключение из общего правила.

Для легких ядер преобладает процесс потенциального рассеяния нейтронов всех энергий. При больших энергиях, кроме того, существенно резонансное рассеяние. Разрешенные резонансы рассеяния у легких ядер расположены в интервале  $10^5 \leq E \leq 10^7$  эВ (углерод имеет резонансы при  $2 \cdot 10^5 \leq E \leq 10^7$  эВ). В области энергий тепловых нейтронов сказывается влияние химических связей (Н) и кристаллической структуры вещества (С).

Потенциальное рассеяние нейтронов — преобладающий процесс при любых энергиях также и для средних по массе ядер. Кроме того, для них при малых энергиях нейтронов преобладает радиационный захват, в интервале  $10^3 \leq E \leq 10^5$  эВ — резонансное рассеяние, а при энергиях  $E \leq 1$  МэВ — неупругое рассеяние. Область резонансов совпадает с областью преобладания резонансного рассеяния (резонансы Мп расположены в интервале  $3 \cdot 10^2 \leq E \leq 10^6$  эВ).

Для тяжелых ядер набор преобладающих процессов при рассматриваемых энергиях нейтронов наиболее сложный. С ростом энергии постепенно уменьшается вклад в полное сечение парциальных сечений одних видов взаимодействия и увеличивается других. Соответственно изменяется и набор преобладающих процессов (см. § 2.2), схематично показанный в табл. 2.8, в зависимости от энергии. Радиационный захват входит в этот набор для тепловых и промежуточных нейтронов. Затем одним из преобладающих процессов становится резонансное ( $10^2 \leq E \leq 10^5$  эВ), потенциальное ( $E \leq 10^3$  эВ) и неупругое ( $E \leq 10^5$  эВ) рассеяние, а для самых тяжелых ядер — также их деление ( $E \leq 10^6$  эВ). Ядра с нечетным числом нейтронов ( $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  и т. д.) делятся нейтронами любых энергий. Деление таких ядер — один из преобладающих процессов во всем диапазоне энергий нейтронов, и более того, при малых энергиях  $\sigma_f$  вносит основной вклад в  $\sigma_t$  для этих ядер. Резонансы тяжелых ядер расположены в интервале  $1 \leq E \leq 1000$  эВ (для  $^{235}\text{U}$  —  $0,3 \leq E \leq 70$  эВ, для  $^{238}\text{U}$  —  $6,7 \leq E \leq 2000$  эВ). Отметим, что ядро  $^{238}\text{U}$  четно-четное и, следовательно, имеет пониженное значение  $\sigma_c$ . В результате при малых энергиях для него  $\sigma_p > \sigma_c$ , что приводит к малому изменению  $\sigma_t$  в зависимости от энергии (значительно слабее, чем по закону  $1/v$ ) и к наличию отчетливых дифракционных максимумов, расположенных в интервале  $0,003 \leq E \leq 0,02$  эВ (уран имеет кристаллическую структуру).

И в заключение приведем еще несколько замечаний, важных для изучения ядерных реакторов. Для всех ядер как полное, так и парциальные сечения, кроме сечений пороговых процессов, при больших энергиях нейтронов значительно меньше, чем

при средних и малых (см. рис. 2.17, 2.18 и табл. 2.2, 2.6). Особенно велики сечения для тепловых нейтронов.

Сечения  $\sigma_c$  и  $\sigma_f$  при резонансных энергиях для тяжелых и средних ядер в области первых резонансов часто значительно превышают сечения в интервале энергий тепловых нейтронов. Более того, сечения, усредненные по области резонансов, также значительно превышают сечения до резонансов. Однако интервалы энергии с большими значениями сечений занимают лишь малую часть всей области резонансов. Это означает, что нейтроны, уменьшающие свою энергию при потенциальном рассеянии относительно большими порциями, с большой вероятностью минуют такие интервалы. Поэтому доля поглощений в резонансной области мала для всех ядер, кроме самых тяжелых. В ядерных реакторах наибольший вклад в радиационный захват резонансных нейтронов вносит  $^{238}\text{U}$ .

Резонансное рассеяние играет еще меньшую роль в ядерных реакторах, потому что кроме уже названной причины сказывается еще и существование в резонансной области другого рассеяния — потенциального. Однако резонансное рассеяние существенно как процесс, конкурирующий с радиационным захватом (увод из области резонанса).

Важнейшая для ядерных реакторов особенность — изменение соотношений между парциальными сечениями при изменении энергии нейтронов. Это особенно важно для самых тяжелых ядер. Данные, приведенные в табл. 2.2, 2.6 и 2.9, позволяют проанализировать рассматриваемую особенность. Видно, что при больших энергиях нейтронов соответствующие парциальные сечения для всех ядер приблизительно одинаковы (соизмеримы), и основной вклад в  $\sigma_t$  вносит  $\sigma_s = \sigma_p + \sigma_{in}$ . В интервале энергий тепловых нейтронов парциальные сечения и их вклады в полное сечение для четно-четных и четно-нечетных ядер существенно различны. Для первых преобладает потенциальное рассеяние, для вторых — деление. Вклад в  $\sigma_t$  сечения  $\sigma_c$  приблизительно один и тот же.

Таблица 2.9. Вклады парциальных сечений в полное и отношение  $\sigma_c/\sigma_a$  для изотопов урана

Отношение	$^{235}\text{U}$		$^{238}\text{U}$	
	$E=0,025$ эВ	$E=2$ МэВ	$E=0,025$ эВ	$E=2$ МэВ
$\sigma_c/\sigma_t$	0,140	0,007	0,233	0,007
$\sigma_p/\sigma_t$	0,021	0,570	0,767	0,597
$\sigma_{in}/\sigma_t$	0	0,244	0	0,320
$\sigma_f/\sigma_t$	0,839	0,179	0	0,076
$\sigma_c/\sigma_a$	0,143	0,037	1	0,083

Для баланса нейтронов в ядерном реакторе важен вклад сечения радиационного захвата в сечение поглощения (см табл. 2.9). Для четно-нечетных ядер он мал при любых энергиях и существенно уменьшается при переходе от 0,025 эВ к 2 МэВ. Для четно-четных ядер этот вклад мал лишь при больших энергиях и превышает соответствующее значение для четно-нечетных ядер.

## Глава 3

### ПРОЦЕСС ДЕЛЕНИЯ ЯДЕР

#### § 3.1. Механизм деления

Деление ядер — лишь один из множества процессов, возможных при взаимодействии нейтронов с ядрами. Именно он лежит в основе работы любого ядерного реактора.

Энергетически выгодно деление тяжелых ядер (энергия деления  $Q_f > 0$  почти для всех ядер с  $A > 90$ ). Этот вывод легко получить, анализируя зависимость средней энергии связи нуклона в ядре  $\epsilon$  от массового числа  $A$  (см. рис. 1.1). Из этой же зависимости следует, что с ростом  $A$  значение  $Q_f$  увеличивается.

Оценим, например, значение  $Q_f$  для реакции деления урана. По определению

$$Q_f = [M_U - (M_1 + M_2)] c^2,$$

где  $M_U$  — масса ядра урана,  $M_1, M_2$  — массы ядер, образующихся при делении урана. Массу любого ядра ( $A, Z$ ) можно вычислить, используя формулы (1.2.2) и (1.2.5)

$$M(A, Z) = Zm_p + (A - Z)m_n - \epsilon A/c^2.$$

С учетом этого

$$Q_f = \epsilon_1 A_1 + \epsilon_2 A_2 - \epsilon_U A_U.$$

Вводя в рассмотрение величину

$$\bar{\epsilon} = (A_1 \epsilon_1 + A_2 \epsilon_2) / (A_1 + A_2),$$

имеем

$$Q_f = A_U (\bar{\epsilon} - \epsilon_U),$$

так как  $A_1 + A_2 = A_U$ . Оценка величин  $\bar{\epsilon}$  и  $\epsilon_U$  с использованием зависимости  $\epsilon = f(A)$  дает  $\bar{\epsilon} - \epsilon_U \approx 0,8$  МэВ, т. е.  $Q_f \approx 238 \cdot 0,8 \approx 200$  МэВ.

Интересно отметить, что энергия деления в рассмотренном случае составляет очень малую долю энергии покоя делящегося ядра ( $\sim 0,1\%$ ). И в то же время она настолько велика, что используется в широких масштабах в современной энергетике.

Таким образом, процесс деления самых тяжелых ядер сопровождается выделением большого количества энергии. Однако, как показывает опыт, даже такие ядра делятся самопроизвольно с очень малой вероятностью. Это означает, что су-



Рис. 3.1 Стадии деформации ядра (капли) в процессе деления

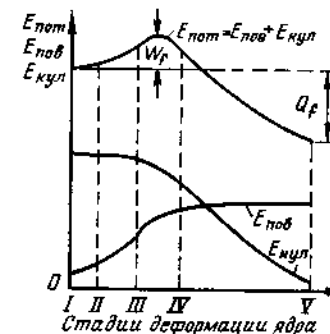


Рис. 3.2 Изменение потенциальной энергии и ее составляющих в процессе деления ядра

ществует энергетический барьер, препятствующий делению, т. е. для деления с большой вероятностью ядра должны получить извне энергию, превышающую значение барьера.

Для описания процесса деления ядер используется несколько моделей, но ни одна из них не позволяет объяснить процесс полностью. Традиционно механизм деления рассматривается в рамках капельной модели ядра (§ 1.4). Если ядро находится в возбужденном состоянии, то оно совершает колебательные движения, связанные с отклонением его формы от сферической (рис. 3.1). Максимальная деформация увеличивается с ростом энергии возбуждения и при некотором значении последней может превысить критическое значение, что приведет к разрыву исходной капли и образованию двух новых (состояние V). В этом случае исходная капля проходит последовательно все состояния I—IV.

Колебательные движения возможны под действием сил поверхностного натяжения (аналог ядерных сил в капельной модели ядра) и кулоновских. На рис. 3.2 показано изменение потенциальной энергии и отдельных ее составляющих в процессе деления заряженной капли. Энергия поверхностного натяжения резко возрастает с ростом малых деформаций (состояния I—III) и остается практически неизменной после того, как капля приобретает гантелевидную форму. Энергия кулоновского взаимодействия плавно уменьшается с ростом деформации практически во всем диапазоне состояний. Ядра, образовавшиеся

Таблица 3.1. Оценочные значения  $Q_f$  и  $W_f$  для некоторых ядер

$A$	16	60	100	140	200	236
$Q_f$ , МэВ	—14,5	—16	13,5	44	135	205
$W_f$ , МэВ	18,5	48	47	62	40	6

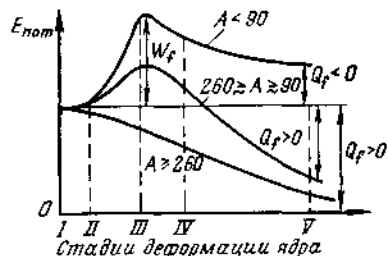


Рис. 3.3. Изменение потенциальной энергии в процессе деления различных ядер

(исходное состояние) принято называть барьером деления  $W_f$ . Именно он препятствует самопроизвольному делению тяжелых ядер. Разность между начальным значением потенциальной энергии и ее минимальным конечным значением равна энергии реакции деления  $Q_f$ .

Значения  $W_f$  и  $Q_f$  зависят от массового числа ядра (рис. 3.3). В табл. 3.1 приведены оценочные значения  $W_f$  и  $Q_f$  для ядер с различными массовыми числами. Для ядер с  $A \approx 100 \div 200$  барьер деления равен нескольким десяткам мегаэлектрон-вольт (40—60); с ростом  $A$  значение  $W_f$  уменьшается и для самых тяжелых ядер становится равным приблизительно 6 МэВ (табл. 3.2). Для ядер с  $A \approx 260$  барьер деления равен практически нулю, поэтому таких ядер в природе нет. Энергия реакции деления  $Q_f$  возрастает с ростом массового числа  $A$  от отрицательных значений для ядер с  $A \leq 90$  до  $\sim 200$  МэВ для ядер с  $A \approx 230 \div 240$ .

Таким образом, для протекания процесса деления с заметной вероятностью ядро должно получить извне энергию, превышающую значение барьера деления. Такую энергию можно передать ядру различными способами (облучением  $\gamma$ -квантами, бомбардировкой частицами и др.). Из всех возможных способов практическое применение нашел лишь один — образование возбужденного составного ядра путем присоединения к исходному ядру нейтрона. Этот способ имеет огромное преимущество по сравнению с другими по двум причинам. Во-первых, пороговое значение кинетической энергии (минимальное значение, при котором возможен процесс деления) для нейтрона меньше, чем для  $\gamma$ -кванта, приблизительно

после деления исходного ядра, разлетаются в противоположные стороны под действием кулоновских сил, и потенциальная энергия превращается в кинетическую. В итоге суммарная потенциальная энергия возрастает до момента деления капли, а затем уменьшается.

Разность между максимальным значением потенциальной энергии и ее значением для сферической капли

на величину  $\epsilon_n$ , что следует из формулы для энергии возбуждения составного ядра (1.7.2). Напомним, что для самых тяжелых ядер  $\epsilon_n \approx W_f$  (табл. 3.3).

Во-вторых, деление ядер сопровождается испусканием нейтронов, что создает основу для протекания цепной реакции деления.

Итак, основной процесс в ядерных реакторах — это деление ядер нейтронами; вклад остальных способов деления (в том числе фотоделение — деление  $\gamma$ -квантами) меньше 1%. Поэтому дальнейшее рассмотрение процесса деления будет проводиться лишь для этого способа.

Из рассмотрения механизма деления ядер следует, что условие большой вероятности деления (соизмеримой с вероятностями других взаимодействий нейтронов с ядрами) можно записать в виде

$$E^* \geq W_f, \quad (3.1.1)$$

т. е. энергия возбуждения составного ядра должна быть не меньше барьера деления этого ядра. Деление возможно и при  $E^* < W_f$ , но вероятность такого процесса резко уменьшается с уменьшением энергии возбуждения.

Механизм этого процесса объясняется в рамках квантовой механики (проницаемость любого энергетического барьера отлична от нуля, хотя и уменьшается с увеличением ширины и высоты барьера).

Ядра, для которых энергетически выгоден процесс деления, могут делиться даже в случае, если они находятся в основном состоянии. Такой процесс называется *спонтанным делением*. Вероятность спонтанного деления увеличивается с ростом массового числа, ибо при этом уменьшается величина барьера деления. Для всех существующих в природе ядер вероятность и соответственно скорость спонтанного деления очень малы. Лишь для самых тяжелых из них ( $Z \geq 90$ ) скорости увеличиваются настолько, что могут быть определены экспериментально (табл. 3.4). Интересно отметить, что даже для ядер, представленных в табл. 3.4, скорости спонтанного деления существенно различны. Так, период полураспада  $^{238}\text{U}$  ( $8 \cdot 10^{15}$  лет) намного меньше, чем  $^{235}\text{U}$  ( $1,9 \cdot 10^{17}$  лет). Ядра более тяжелые, чем указанные в табл. 3.4, имеют гораздо большие скорости спонтанного деления: ядро с зарядом

Таблица 3.3. Значения энергии связи нейтрона в тяжелых ядрах

Ядро	$\epsilon_n$ , МэВ
$^{232}\text{Th}$	4,79
$^{234}\text{U}$	6,84
$^{236}\text{U}$	6,55
$^{238}\text{U}$	4,80
$^{240}\text{Pu}$	6,53

Таблица 3.2. Значения барьера деления для тяжелых ядер

Ядро	$W_f$ , МэВ
$^{232}\text{Th}$	5,9
$^{233}\text{U}$	5,5
$^{235}\text{U}$	5,75
$^{238}\text{U}$	5,85
$^{239}\text{Pu}$	5,5

Таблица 3.4. Характеристики спонтанного деления

Ядро	Период полураспада при спонтанном делении, год	Число делений в 1 с в 1 кг вещества
$^{232}\text{Th}$	$1,4 \cdot 10^{18}$	0,04
$^{233}\text{U}$	$3 \cdot 10^{17}$	0,2
$^{235}\text{U}$	$1,9 \cdot 10^{17}$	0,3
$^{238}\text{U}$	$8 \cdot 10^{15}$	7
$^{239}\text{Pu}$	$5,5 \cdot 10^{15}$	10

$^{104}\text{Pu}$  имеет период полураспада, обусловленный спонтанным делением, порядка десятых долей секунды. Однако таких ядер в природе нет, и они могут быть получены лишь искусственно.

### § 3.2. Делящиеся и воспроизводящие нуклиды

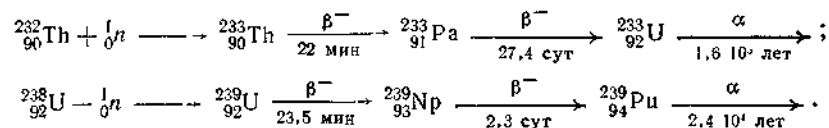
Для детального выяснения возможностей деления различных ядер сравним энергии возбуждения составных ядер с барьерами деления. Как следует из (1.7.2), минимальное значение энергии возбуждения составного ядра  $E^*$  равно энергии связи нейтрона в этом ядре  $\epsilon_n$ . В гл. 1 было показано, что значение  $\epsilon_n$  существенно зависит от четности числа нейтронов в ядре. Энергия связи четного нейтрона гораздо больше энергии связи нечетного при приблизительно равных массовых числах. В табл. 3.3 даны значения  $\epsilon_n$  для наиболее важных ядер. Сопоставим эти данные с данными табл. 3.2.

Отметим, что в табл. 3.3 приведены ядра, образующиеся путем присоединения нейтрона к соответствующим ядрам, указанным в табл. 3.2. Однако величина барьера деления слабо зависит от массового числа и состава ядра, поэтому качественное сравнение  $\epsilon_n$  и  $W_f$  правомерно.

Сравнение  $\epsilon_n$  с  $W_f$  показывает, что для одних ядер  $\epsilon_n > W_f$ , для других  $\epsilon_n < W_f$ . Это означает, что в первом случае деление возможно нейтронами с любой сколь угодно малой кинетической энергией, во втором — лишь нейтронами с кинетической энергией, превышающей некое пороговое значение. К первой группе относятся ядра с нечетным числом нейтронов (присоединяемый нейтрон — четный):  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ , которые принято называть *делящимися*; ко второй — с четным числом нейтронов (присоединяемый нейтрон — нечетный):  $^{232}\text{Th}$  и  $^{238}\text{U}$ , которые называются пороговыми. Значения пороговых энергий равны  $\sim 1,2$  МэВ для  $^{232}\text{Th}$  и  $\sim 1$  МэВ для  $^{238}\text{U}$ .

Для других тяжелых ядер (не указанных в табл. 3.2) поведение аналогичное, т. е. ядра с нечетным числом нейтронов — делящиеся, с четным — пороговые. Как будет показано ниже, пороговые ядра не могут служить основой цепной реакции деления.

Из пяти рассмотренных ядер ( $^{232}\text{Th}$ ,  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ ) только три имеются в природе ( $^{232}\text{Th}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}$ ). Природный уран содержит  $\sim 99,3\%$   $^{238}\text{U}$  и лишь  $\sim 0,7\%$   $^{235}\text{U}$ . Другие делящиеся ядра ( $^{233}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$ ) могут быть получены искусственным путем. Практические способы их получения основаны на использовании пороговых ядер  $^{232}\text{Th}$  и  $^{238}\text{U}$  по следующим схемам



Процесс радиационного захвата в обоих случаях приводит к образованию радиоактивных ядер. После двух последовательных  $\beta^-$ -распадов образуются

делящиеся нуклиды. Промежуточные ядра имеют достаточно малые периоды полураспада, что и позволяет использовать эти способы на практике. Образовавшиеся делящиеся ядра также радиоактивны, но их периоды полураспада настолько велики, что ядра могут рассматриваться как стабильные при использовании их в ядерных реакторах.

В связи с возможностью получения делящихся ядер из пороговых, встречающихся в природе ( $^{232}\text{Th}$  и  $^{238}\text{U}$ ), последние принято называть *воспроизводящими*. В дальнейшем будет показано, что будущее ядерной энергетики связано именно с превращением воспроизводящих материалов в делящиеся.

### § 3.3. Стадии процесса деления

Понятие процесса деления ядер охватывает все события, связанные с делением составного ядра на два новых. На рис. 3.4 схематично изображены стадии деления ядра и указаны основные характеристики процесса деления. Он начинается с образования составного ядра. Спустя  $\sim 10^{-14}$  с это ядро делится на два осколка, которые, ускоряясь под действием кулоновских сил, разлетаются в противоположные стороны. Ускоренное движение осколков заканчивается спустя  $\sim 10^{-17}$  с с момента их образования. К этому времени они имеют суммарную кинетическую энергию  $\sim 170$  МэВ и находятся на расстоянии друг от друга  $\sim 10^{-8}$  см (порядка размера атома).

Часть энергии деления переходит в энергию возбуждения осколков деления. Естественно, что они ведут себя как любые другие ядра, находящиеся в возбужденных состояниях: либо переходят в основные состояния, излучая  $\gamma$ -кванты, либо испускают нуклоны и превращаются в новые ядра. Последние также могут оказаться в возбужденных состояниях, и тогда их поведение будет аналогично поведению ядер, образовавшихся при делении исходного составного ядра.

Испускание ядром нуклона возможно лишь в случае, когда энергия возбуждения превышает энергию связи нуклона в ядре. Тогда нуклон испускается с большей вероятностью, нежели  $\gamma$ -квант, ибо последний процесс протекает гораздо медленнее, чем первый (электромагнитное взаимодействие много слабее ядерного). Чаще всего испускаемым нуклоном бывает нейтрон, так как ему не приходится преодолевать кулоновский барьер при вылете из ядра. Для осколков деления испускание нейтронов становится еще более вероятным, потому что осколки перегружены нейтронами, что приводит к понижению энергии связи нейтрона по сравнению со стабильными ядрами в той же области массовых чисел (см. рис. 1.2). Энергия возбуждения осколков деления ( $\sim 20$  МэВ) намного больше энергии связи нейтрона в осколках. Следовательно, возможно испускание одного или двух нейтронов каждым из осколков спустя  $10^{-17}$ — $10^{-14}$  с с момента образования последних. Таким образом, практически

3\*



Рис 34. Схематическое изображение стадий процесса деления ( $r$  — расстояние между образовавшимися ядрами,  $t$  — время протекания стадий. Перемещение осколков деления условно изображено в виде прямых линий)

мгновенно после деления составного ядра осколки деления испускают два или три нейтрона, которые так и принято называть *мгновенными*. Так как энергия возбуждения осколков велика, то нейтроны испускаются с большой кинетической энергией (в среднем 2 МэВ).

Образовавшиеся ядра по-прежнему находятся в возбужденных состояниях, однако в каждом из них энергия возбуждения меньше энергии связи нейтрона. Поэтому остатки энергии возбуждения излучаются в виде  $\gamma$ -квантов спустя  $10^{-14}$ — $10^{-9}$  с с момента испускания нейтронов. Эти  $\gamma$ -кванты также называются *мгновенными*.

В остальном движение осколков деления не связано с какими-либо их превращениями. Осколки увлекают за собой не все электроны исходного атома, в результате чего образуются многозарядные ионы. Поэтому при движении в среде кинетическая энергия ионов тратится на ионизацию и возбуждение атомов среды, что в основном и вызывает их торможение. В конце пути ионы превращаются в нейтральные атомы с ядрами в основных энергетических состояниях. Эти атомы принято называть *продуктами деления*.

Продукты деления имеют ядра все еще с избытком нейтронов по сравнению со стабильными ядрами в той же области массовых чисел, ибо процесс деления «переводит» ядра из области больших массовых чисел в область средних (см. рис. 1.2). Это означает, что ядра продуктов деления  $\beta$ -радиоактивны, и каждое из них служит началом целой серии  $\beta$ -превращений, заканчивающихся лишь при достижении стабильного состояния. Ядра одной серии составляют так называемую цепочку распада. Средняя цепочка состоит из трех  $\beta$ -переходов. Скорость  $\beta$ -распадов зависит от избытка нейтронов и уменьшается по мере приближения к стабильному состоянию. Однако она всегда много меньше скоростей рассмотренных ранее стадий процесса деления ядра. Из теории известно, что  $\beta$ -распад сопровождается испусканием антинейтрино.

В результате  $\beta$ -распадов могут образовываться ядра в возбужденных состояниях. Такие ядра переходят в основные состояния путем излучения  $\gamma$ -квантов либо, что бывает очень редко, превращаются в другие ядра путем испускания нейтронов. Эти нейтроны называются *запаздывающими*.

Образованием стабильных ядер заканчивается ряд событий, связанных с процессом деления исходного ядра.

Следует отметить, что в процессе деления возможно образование частиц, не упомянутых в нашем рассмотрении (например,  $\alpha$ -частиц), либо осколков деления в количестве, большем двух. Однако эти события настолько маловероятны, что не могут иметь практического значения для ядерного реактора, и здесь не рассматриваются.

### § 3.4. Энергия деления. Остаточное энерговыделение

В начале настоящей главы было показано, что при делении тяжелого ядра освобождается  $\sim 200$  МэВ и более 80 % этой энергии составляет кинетическая энергия осколков деления. Остальная часть распределяется между нейтронами,  $\gamma$ -квантами,  $\beta$ -частицами и антинейтрино. В табл. 3.5 дано распределение энергии при делении. Соотношение между отдельными составляющими энергии деления слабо зависит от делящегося ядра и от энергии нейтрона, вызывающего процесс деления.

Энергия осколков деления, мгновенных  $\gamma$ -квантов и нейтронов превращается в тепло практически мгновенно. Энергия  $\beta$ -распада ( $\sim 7$  % всей энергии деления) выделяется постепенно в течение длительного промежутка времени, так как сами процессы  $\beta$ -распадов происходят с большими сдвигами во времени по отношению к моменту деления ядра. Это запаздывание приводит к существованию так называемого *остаточного энерговыделения* в остановленном ядерном реакторе. Если реактор работал до остановки на большой мощности, то остаточное энерговыделение настолько велико, что надо принимать меры для охлаждения реактора. Вначале остаточное энерговыделение уменьшается довольно быстро (из всего количества энергии, выделяющейся после остановки реактора, примерно одна треть выделяется за 1 мин, 60 % — за 1 ч, около 75 % — за

Таблица 3.5. Распределение энергии деления, МэВ

Ядро	Кинетическая энергия осколков $E_{оск}$	Энергия мгновенных $\gamma$ -квантов $E_{\gamma мн}$	Энергия запаздывающих $\gamma$ -квантов $E_{\gamma зап}$	Энергия нейтронов $E_n$	Энергия $\beta$ -частиц $E_{\beta}$	Энергия антинейтрино $E_{\bar{\nu}}$	Суммарная энергия $\sum E_i$
$^{235}\text{U}$	160,5	7,0	7,0	5,0	9,0	10	198,5
$^{238}\text{U}$	166,0	7,2	7,2	4,9	9,0	10	204,1
$^{239}\text{Pu}$	171,5	7,0	7,0	5,8	9,0	10	210,3

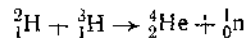
1 сут). В дальнейшем энергия выделяется все медленнее, вследствие чего отработавший в реакторах уран обладает настолько большой радиоактивностью (остаточным энерговыделением), что требует длительной выдержки (как правило, с охлаждением) в специальных бассейнах перед отправкой на переработку.

Значение энергии деления обычно округляют до 200 МэВ. Эта энергия много больше выделяющейся в любой другой ядерной реакции. Интересно сравнить отнесенные к единице массы топлива значения энергии, выделяющейся в реакциях деления тяжелых ядер, синтеза легких ядер и химических реакциях.

При делении 1 г  $^{235}\text{U}$  выделяется энергия

$$\frac{6,02 \cdot 10^{23}}{236} \cdot 200 \approx 5,1 \cdot 10^{23} \text{ МэВ} \approx 81,5 \text{ ГДж} \approx 0,95 \text{ МВт} \cdot \text{сут.}$$

В реакции синтеза



выделяется энергия 17,6 МэВ, что в пересчете на 1 г дает

$$\frac{6,02 \cdot 10^{23}}{5} \cdot 17,6 \approx 21 \cdot 10^{23} \text{ МэВ} \approx 320 \text{ ГДж} \approx 3,9 \text{ МВт} \cdot \text{сут.}$$

В химической реакции горения на 1 г выделяется энергия  $\sim 29,4 \text{ кДж} \approx 3,4 \times 10^{-7} \text{ МВт} \cdot \text{сут}$

Из приведенных данных видно, что теплотворная способность термоядерного топлива в несколько раз (в нашем примере приблизительно в 4 раза) больше, чем  $^{235}\text{U}$  (хотя энергия реакции синтеза в 11 раз меньше энергии реакции деления), а теплотворная способность химического топлива приблизительно в  $3 \cdot 10^6$  раз меньше, чем  $^{235}\text{U}$ .

Следует отметить, что проведенные расчеты носят лишь оценочный характер, ибо в них не учитывался вклад радиационного захвата для  $^{235}\text{U}$ , а также тот факт, что в реальных ядерных реакторах используется уран с относительно малым содержанием  $^{235}\text{U}$ .

### § 3.5. Осколки деления

Рассмотрим более детально отдельные стадии процесса деления. На первой стадии образуются осколки деления (как правило, их два). На рис. 3.5 даны зависимости выхода осколков деления от массового числа при делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами и нейтронами с энергией 14 МэВ. Распределения нормированы так, чтобы сумма выходов в каждом случае равнялась 200 %. При делении ядер  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами образуется около 30 пар осколков. Самый легкий из них имеет массовое число 72, самый тяжелый — 161. Наиболее вероятно деление на осколки с отношением масс 3/2. Выход таких осколков достигает  $\sim 6\%$ , в то время как выход осколков с равными массами  $\sim 10^{-2}\%$ . Такой характер распределения осколков по массам наблюдается для всех делящихся нуклидов как при спонтанном делении, так и при делении возбужденных состав-

ных ядер независимо от вида частиц, бомбардирующих исходные ядра. Кривые выхода осколков деления слабо различаются для разных делящихся ядер. Это означает, что асимметрия в распределении осколков по массам не связана с какими-либо индивидуальными свойствами ядер или частиц и присуща самому механизму деления ядер. Однако асимметрия деления уменьшается при увеличении энергии возбуждения делящегося ядра и при больших энергиях исчезает. Так, в случае деления  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами вероятность симметричного деления составляет  $\sim 0,01\%$ , а нейтронами с энергией 14 МэВ — около 1 %. При энергии нейтрона более 100 МэВ распределение осколков деления по массам имеет один максимум, соответствующий симметричному делению ядра.

Осколки деления образуются в возбужденных состояниях, с широким распределением по энергии возбуждения. Средняя энергия возбуждения легкого осколка равна  $\sim 11$  МэВ, а тяжелого — около 9 МэВ. Переходы в основные состояния осуществляются путем испускания мгновенных нейтронов и  $\gamma$ -квантов.

Кинетическая энергия распределяется между осколками в соответствии с законом сохранения импульса ( $A_1 v_1 = A_2 v_2$ ), т. е. обратно пропорционально массовым числам осколков. В табл. 3.6 приведены экспериментальные значения наиболее вероятной кинетической энергии осколков деления для различных делящихся ядер.

Пробеги осколков распределены с большим разбросом вокруг двух значений, соответствующих средним пробегам легкого и тяжелого осколков (пробеги легких осколков больше, чем тяжелых). Пробег зависит от плотности вещества, но всегда это достаточно малая величина. Так, в металлическом

уране максимальный пробег равен приблизительно  $7 \cdot 10^{-4}$  см, в алюминии —  $10^{-3}$  см, в воздухе — 2 см. Знание максимальных пробегов осколков деления важно для проектирования ядерных реакторов; чтобы предотвратить выход продуктов деления, ядерное топливо обычно помещается в герметичные оболочки; толщина оболочки должна превышать пробег осколков деления.

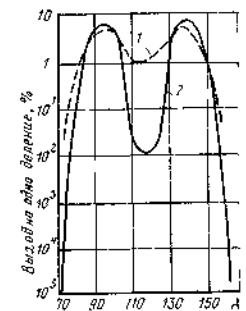


Рис. 3.5. Выход осколков деления  $^{235}\text{U}$ : 1 —  $E = 14$  МэВ, 2 — тепловые нейтроны

Таблица 3.6. Наиболее вероятные кинетические энергии осколков деления, МэВ

Ядро	$E_{\text{легк. оск}}$	$E_{\text{тяж. оск}}$	Суммарная энергия
$^{235}\text{U}$	95	65,5	160,5
$^{238}\text{U}$	98,5	67,5	166,0
$^{239}\text{Pu}$	100	71,5	171,5

### § 3.6. Мгновенные нейтроны деления

Испускание нейтронов осколками деления — это, безусловно, одна из важнейших особенностей процесса деления тяжелых ядер. Именно она позволяет создать при определенных условиях цепную реакцию деления. Количество нейтронов, испускаемых в одном акте деления, — величина случайная, распределенная примерно по закону Гаусса около среднего значения.

Среднее число нейтронов  $\nu_f^i$ , образующихся при делении, зависит от сорта ядра-мишени и энергии налетающего нейтрона. В табл. 3.7 приводятся значения  $\nu_f^i$  для разных ядер в зависимости от энергии нейтронов, вызывающих процесс деления. Наблюдается заметный рост  $\nu_f^i$  при увеличении энергии возбуждения делящегося ядра. При испускании нейтрона энергия возбуждения осколка деления уменьшается примерно на величину, равную сумме энергии связи нейтрона в ядре и кинетической энергии испускаемого нейтрона. Средняя энергия связи нейтрона в осколках деления равна  $\sim 5$  МэВ, а средняя кинетическая энергия испускаемого нейтрона — 2 МэВ. Следовательно, величина  $\nu_f^i$  должна возрасть приблизительно на единицу при увеличении энергии нейтрона, вызывающего процесс деления, на каждые 7 МэВ. Эксперименты подтверждают эту закономерность (рис. 3.6). Полученные данные хорошо описываются линейной зависимостью вида

$$\nu_f^i(E) = \nu_{f0}^i + E_n d\nu_f^i/dE, \quad (3.6.1)$$

где  $\nu_{f0}^i$  — значение  $\nu_f^i$  при  $E=0,025$  эВ. Согласно данным табл. 3.7 для  $^{233}\text{U}$   $d\nu_f^i/dE=0,123$ ; для  $^{235}\text{U}$   $d\nu_f^i/dE=0,133$  и для  $^{239}\text{Pu}$   $d\nu_f^i/dE=0,135$  МэВ $^{-1}$ .

Спектр мгновенных нейтронов деления — непрерывный в области  $\sim 0,01$ —10 МэВ. На рис. 3.7 показан нормированный на единицу спектр нейтронов, испускаемых при делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами. Наиболее вероятная энергия нейтронов деления равна 0,7 МэВ; средняя — 2 МэВ. Сплошная линия на рисунке соответствует зависимости

$$n(E) \sim \exp(E) \operatorname{sh} \sqrt{2E}. \quad (3.6.2)$$

Таблица 3.7. Значения  $\nu_f^i$  для различных ядер

E	$^{233}\text{U}$	$^{235}\text{U}$	$^{239}\text{Pu}$
0,025 эВ	2,479	2,416	2,862
1 МэВ	2,56	2,55	3,02
2 МэВ	2,67	2,67	3,15
3 МэВ	2,82	2,78	3,27
4 МэВ	2,97	2,95	3,40

Экспериментальные спектры нейтронов деления могут быть достаточно хорошо аппроксимированы различными зависимостями, однако (3.6.2) — самая простая из них и при том удовлетворительно описывает экспериментальные данные; поэтому она получила наибольшее распространение. Спектры нейтронов деления

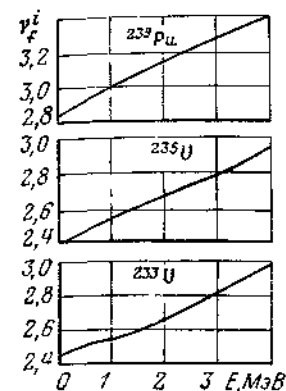
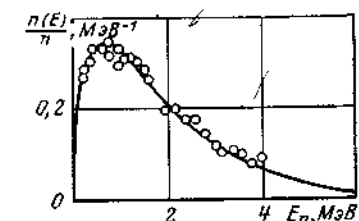


Рис 3.6 Зависимость  $\nu_f^i$  от энергии нейтронов, вызывающих деление

Рис 3.7 Спектр нейтронов деления



для других делящихся ядер практически не отличаются от приведенного на рис. 3.7. Средняя энергия нейтронов деления для всех ядер возрастает при увеличении среднего числа нейтронов деления. Однако этот рост настолько незначительный, что обычно не учитывается.

Мгновенные нейтроны испускаются осколками деления равновероятно по всем направлениям. Но из-за движения осколков угловое распределение нейтронов в лабораторной системе координат имеет максимум в направлении движения легкого осколка и несколько меньший максимум в направлении движения тяжелого осколка. Отношение максимального значения к минимальному в угловом распределении равно примерно 5 и зависит от ядра-мишени.

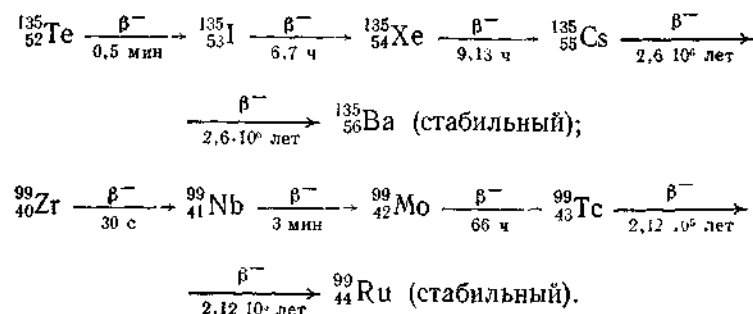
### § 3.7. Продукты деления

Сравнение ядер продуктов деления и стабильных с одинаковыми массовыми числами показывает, что длины цепочек  $\beta^-$ -распада могут меняться от 1 до 6. Существует восемь цепочек, начинающихся с  $Z=36$  и семь — с  $Z=54$ . Общий выход их равен примерно 75 %. Всего обнаружено  $\sim 200$  продуктов деления ( $\sim 60$  цепочек). Постоянные распада уменьшаются в среднем с уменьшением числа избыточных нейтронов, т. е. по мере приближения к стабильному состоянию. Первые  $\beta^-$ -частицы испускаются в течение секунд, даже долей секунд, в то время как последние продукты деления могут существовать в течение многих лет или даже миллионов лет.

Массовое число продуктов деления, как правило, не изменяется в процессе  $\beta^-$ -превращений, поэтому выход осколка деления с массовым числом  $A$  (см. рис. 3.5) можно одновременно рассматривать и как выход всех продуктов деления с тем же массовым числом. Таким образом, среди продуктов деления находятся в основном атомы с массовыми числами ядер в ин-



тервалах 90—105 и 130—145. Примерами цепочек с большим выходом могут служить следующие:



Интересно сравнить значения отношений числа нейтронов к числу протонов для ядер из цепочки распада и для стабильных изотопов соответствующих ядер (табл. 3.8).

В табл. 3.9 приведены основные продукты деления и указаны их выходы, а также сечения радиационного захвата  $\sigma_c$  при энергии 0,025 эВ. Некоторые продукты деления имеют исключительно большие сечения радиационного захвата. Так,  $\sigma_c$  для пяти из них превышает  $10^{-20}$  см<sup>2</sup>. Как показано в дальнейшем, продукты деления существенно влияют на баланс нейтронов в реакторах на тепловых нейтронах.

Состав продуктов деления в общем случае постоянно изменяется. Однако если процесс деления продолжается достаточно долго с постоянной скоростью, то в большинстве цепочек достигается равновесие и химический состав продуктов деления становится неизменным. Каждый элемент при этом представлен многими изотопами из разных цепочек. В состоянии равновесия четверть всех продуктов деления — редкоземельные элементы; из других присутствуют цирконий (15 %), молибден (12 %), цезий (6,5 %). Благородные газы (ксенон и криптон) составляют 16 %.

Таблица 3.8. Значения  $(A - Z)/Z$  для нуклидов цепочки распада, начинающейся с  ${}^{135}_{52}\text{Te}$ , и соответствующих им стабильных изотопов

Нуклид цепочки распада	1,60	1,55	1,50	1,45	1,41
Стабильный изотоп	1,42—1,50	1,40	1,30—1,52	1,42	1,32—1,50
Природная смесь	1,45	1,40	1,43	1,42	1,45

Таблица 3.9. Основные продукты деления тяжелых ядер

Нуклид	$\sigma_c$ (0,025 эВ), 10 <sup>-24</sup> см <sup>2</sup>	$T_{1/2}$	Выход при делении, %		
			<sup>235</sup> U	<sup>238</sup> U	<sup>239</sup> Pu
<sup>130</sup> Xe	2,65 · 10 <sup>8</sup>	9,13 ч	6,6	6,4	5,3
<sup>133</sup> Xe	2 · 10 <sup>2</sup>	5,27 сут	6,0	6,5	5,0
<sup>143</sup> Nd	3,2 · 10 <sup>2</sup>	Стабильный	5,2	5,98	6,31
<sup>134</sup> Cs	29	»	6,0	6,5	5,0
<sup>95</sup> Mo	13,9	»	6,0	6,3	5,6
<sup>139</sup> La	8,2	»	6,3	6,4	6,8
<sup>93</sup> Zr	<4	11,1 · 10 <sup>6</sup> лет	7,0	6,4	4,3
<sup>137</sup> Cs	<2	26,6 года	6,9	6,1	4,9
<sup>95</sup> Zr	1,1	Стабильный	6,0	6,3	5,6
<sup>95</sup> Nb	—	36 сут	6,0	6,3	5,6
<sup>134</sup> Cs	—	2,3 года	6,3	8,0	5,4
<sup>140</sup> Ba	—	12,8 сут	6,0	6,4	7,3
<sup>149</sup> Sm	4,1 · 10 <sup>4</sup>	Стабильный	0,70	1,15	1,8
<sup>133</sup> Cd	2 · 10 <sup>4</sup>	»	0,019	0,011	0,075
<sup>153</sup> Eu	1,4 · 10 <sup>4</sup>	1,7 года	0,015	0,031	0,22
<sup>151</sup> Sm	1 · 10 <sup>4</sup>	73 года	0,30	0,45	1,1

Количество продуктов деления примерно в 2 раза превышает количество разделившихся ядер. Так как размеры всех атомов приблизительно одинаковы, то продукты деления занимают больший объем, чем атомы делящегося материала. В случае кристаллического топлива это приводит к распуханию топлива, т. е. росту его объема. Существует и другой (основной) механизм распухания — образование пор, заполненных газообразными продуктами деления. Распухание сопровождается растрескиванием и деформацией материала. Поэтому время пребывания твэла в реакторе может ограничиваться эффектом распухания топлива.

### § 3.8. Запаздывающие нейтроны

В очень редких случаях в цепочке  $\beta^-$ -превращений образуется ядро с энергией возбуждения, превышающей энергию связи нейтрона в этом ядре. Такие ядра могут испускать нейтроны, которые называются запаздывающими (рис. 3.8). Испускание запаздывающего нейтрона конкурирует с  $\gamma$ -излучением. Однако в случае, когда ядро сильно перегружено нейтронами, более вероятным будет испускание нейтрона. Это означает, что запаздывающие нейтроны излучаются ядрами, находящимися ближе к началу цепочки распада, ибо здесь особенно малы энергии связи нейтронов в ядрах. Ядро, образовавшееся при испускании запаздывающего нейтрона, может находиться либо в основном, либо в возбужденном состоянии. В последнем случае возбуждение снимается  $\gamma$ -излучением.



Таблица 3.10. Основные характеристики запаздывающих нейтронов

Номер группы	Средняя энергия, МэВ	Возможные ядра-предшественники
1	0,25	$^{87}\text{Br}$ , $^{142}\text{Cs}$
2	0,56	$^{137}\text{I}$ , $^{88}\text{Br}$ , $^{136}\text{Te}$
3	0,43	$^{138}\text{I}$ , $^{89}\text{Br}$
4	0,62	$^{139}\text{I}$ , $^{94}\text{Kr}$ , $^{143}\text{Xe}$ , $^{144}\text{Xe}$
5	0,42	} Любые короткоживущие ядра продуктов деления
6	—	

Ядро  $(Z, N)^*$  принято называть *предшественником запаздывающих нейтронов*, а ядро  $(Z+1, N-1)$  — *излучателем запаздывающих нейтронов*. Ядро  $(Z+1, N-1)$  испускает нейтрон практически мгновенно, но со значительным запаздыванием по отношению к моменту деления исходного (составного) ядра. Среднее время запаздывания практически совпадает со средним временем жизни ядра-предшественника.

Запаздывающие нейтроны принято делить на несколько (чаще всего шесть) групп в зависимости от времени запаздывания. В табл. 3.10 приведены основные характеристики этих групп и перечислены некоторые из возможных предшественников для случая деления  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами. В настоящее время насчитывают около 50 возможных ядер-предшественников, причем заметную долю в этом количестве составляют изотопы брома и йода. Как правило, нейтроны испускаются ядрами с числом нейтронов, на единицу большим магических чисел (50 и 82), так как значения  $\epsilon_n$  в таких ядрах особенно малы.

Энергия запаздывающих нейтронов (среднее значение  $\sim 0,5$  МэВ) в несколько раз меньше средней энергии мгновенных нейтронов.

Доля запаздывающих нейтронов  $\beta$  полностью определяется делящимся ядром (табл. 3.11) и практически не зависит от энергии нейтронов, вызывающих деление (в области энергий от 0,025 эВ до 14 МэВ). Для всех ядер значение  $\beta$  составляет менее 1 %.

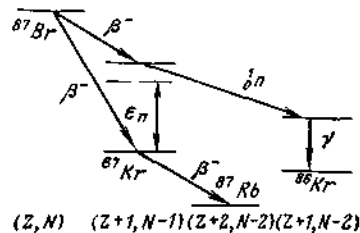


Рис 38 Схема испускания запаздывающего нейтрона

\* Здесь  $N = A - Z$

Период полураспада ядер-предшественников $T_{1/2}$ , с			Доля запаздывающих нейтронов $\beta_i$		
$^{235}\text{U}$	$^{239}\text{Pu}$	$^{240}\text{U}$	$^{235}\text{U}$	$^{239}\text{Pu}$	$^{240}\text{U}$
55,72	54,28	55,00	0,00021	0,000072	0,000224
22,72	23,04	20,57	0,00140	0,000626	0,000776
6,22	5,60	5,0	0,00126	0,000444	0,000654
2,30	2,13	2,13	0,00252	0,000685	0,000725
0,61	0,62	0,62	0,00074	0,000180	0,000134
0,23	0,26	0,28	0,00027	0,000093	0,000087
		$\beta = \sum_i \beta_i$	0,0064	0,0021	0,0026

Т а б л и ц а 3 II. Доля запаздывающих нейтронов

Деление	Ядро				
	$^{235}\text{U}$	$^{238}\text{U}$	$^{239}\text{Pu}$	$^{232}\text{Th}$	$^{234}\text{U}$
Тепловыми нейтронами	0,0026	0,0064	0,0021	—	—
Быстрыми нейтронами	0,0026	0,0060	0,0020	0,0190	0,0155

Несмотря на малый выход, запаздывающие нейтроны играют огромную роль в ядерных реакторах. Благодаря большому запаздыванию эти нейтроны существенно (примерно на два порядка и более) увеличивают время жизни нейтронов одного поколения в ядерном реакторе и тем самым создают возможность управления самоподдерживающейся цепной реакцией деления.

### § 3.9. Ядерное топливо

Дадим краткую характеристику ядерному топливу. Прежде чем говорить о достоинствах либо недостатках того или иного вида топлива, необходимо выяснить, какие же материалы можно использовать в качестве топлива в реакторах и почему. Рассмотрим только те материалы, которые либо существуют в природе, либо могут быть получены искусственно в достаточно больших количествах.

Согласно определению топливо поддерживает цепную реакцию деления в активной зоне реактора. Отсюда следует, что на роль топлива могут претендовать лишь делящиеся либо воспро-

Таблица 3.12. Значения  $\nu_{эф}^i$  для делящихся ядер

$E, \text{эВ}$	$^{235}\text{U}$	$^{239}\text{Pu}$	$^{241}\text{Pu}$
0,025	2,283	2,071	2,106
$10^5$	2,3	1,9	2,5
$5 \cdot 10^5$	2,4	2,2	2,8
$2 \cdot 10^6$	2,6	2,6	3,1

изводящие материалы. Однако нетрудно показать, что последние не подходят для такой роли. Для этого рассмотрим гипотетический реактор с топливом в виде воспроизводящего материала, в котором созданы наилучшие условия для размножения нейтронов. Таким реактором, очевидно, будет бесконечная среда из воспроизводящего материала. Оценим, например, значение  $k_\infty$  для среды из  $^{238}\text{U}$ . Нейтроны, образовавшиеся при делении ядра, в этом случае могут вызвать деление новых ядер, испытать радиационный захват, неупругое либо упругое рассеяние. Упругое рассеяние на тяжелых ядрах практически не изменяет энергии нейтрона, поэтому может быть исключено из рассмотрения. Неупругое рассеяние снижает энергию нейтрона деления, как правило, до значений, меньших пороговой энергии деления  $^{238}\text{U}$ , т. е. этот процесс эквивалентен радиационному захвату в отношении размножения нейтронов. Тогда, исходя из определения  $k_\infty$ , имеем

$$k_\infty = \nu_f^8 \sigma_f^8 / (\sigma_a^8 + \sigma_{in}^8). \quad (3.9.1)$$

Используя  $\nu_f^8 = 2,8$  и данные табл. 2.2, получаем  $k_\infty = 0,55$ . Отметим, что часть нейтронов деления имеет энергии ниже пороговой, а другая обладает сечениями  $\sigma_f$ , меньшими принятого нами значения ( $\sigma_f = 1,32 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$ ). Поэтому полученное значение  $k_\infty$  завышено примерно вдвое. Аналогичный результат получается и для  $^{232}\text{Th}$ .

Итак, воспроизводящие материалы не могут быть топливом для реакторов, так как не могут поддерживать цепную реакцию деления. Тем не менее они не выводятся, как правило, из топлива, а используются для получения новых делящихся ядер (§ 3.2) и дополнительных нейтронов.

Аналогичное рассмотрение для сред из чистых делящихся материалов удобно проводить, используя понятие  $\nu_{эф}^i$  — числа нейтронов деления, приходящегося на одно поглощение нейтрона  $i$ -м нуклидом. Эта величина связана с  $\nu_f^i$  очевидным соотношением

$$\nu_{эф}^i = \nu_f^i \sigma_f^i / \sigma_a^i \quad (3.9.2)$$

и определяется видом нуклида и энергией поглощаемого нейтрона (табл. 3.12). Нетрудно понять, что значения  $k_\infty$  для рассматриваемых сред достаточно точно совпадают со значениями

$\nu_{эф}^i$ . Действительно, теперь неупругое рассеяние не исключает возможности деления ядра рассеянным нейтроном, а просто переводит его в область меньших энергий, где  $\nu_{эф}^i$  ненамного отличается от значения при исходной энергии нейтрона. Таким образом, материалы, состоящие лишь из делящихся нуклидов — прекрасное топливо ( $k_\infty$  значительно больше единицы).

К сожалению, стоимость делящихся веществ очень высока. Поэтому для получения энергии в реакторах желательно использовать топливо по возможности с меньшим содержанием делящихся нуклидов. Определим минимально возможную концентрацию делящихся нуклидов в топливе. Она зависит от спектра нейтронов в активной зоне реактора, от состава и структуры активной зоны, а также от размеров реактора. Рассмотрим, например, в качестве топлива уран — смесь  $^{235}\text{U}$  и  $^{238}\text{U}$  и оценим минимально возможное обогащение урана. *Обогащением* принято называть выраженное в процентах массовое (атомарное) содержание изотопа  $^{235}\text{U}$  в уране. Гипотетический реактор, о котором шла речь выше, представляет собой упрощенный вариант реактора на быстрых нейтронах. В таком реакторе  $k_\infty \gg 1$  можно получить при обогащении не менее 5 %. Это объясняется тем, что нейтроны деления с очень большой вероятностью испытывают неупругое рассеяние (см. табл. 2.2) с заметным уменьшением энергии. Но при снижении энергии сечение радиационного захвата (как  $^{235}\text{U}$ , так и  $^{238}\text{U}$ ) увеличивается гораздо быстрее, чем сечение деления  $^{235}\text{U}$ . Это приводит к относительному возрастанию роли радиационного захвата по сравнению с делением, а при малой концентрации  $^{235}\text{U}$  (менее 5 %) решающую роль играет радиационный захват ядрами  $^{238}\text{U}$ .

Утечка нейтронов из активной зоны реального реактора на быстрых нейтронах велика вследствие малости размеров зоны и сечений взаимодействия быстрых нейтронов с ядрами. Целый ряд технических условий требует уменьшения доли топлива в активной зоне, а также включения в состав топлива некоторых других элементов (кроме делящихся и воспроизводящих), что приводит к увеличению требуемого обогащения урана. В итоге минимальное обогащение для реальных реакторов на быстрых нейтронах достигает примерно 20 %.

Положение существенно меняется, когда в реактор вводится достаточно большое количество замедлителя. В этом случае нейтроны с большой вероятностью станут тепловыми и только затем поглощаются. А это означает, что доля нейтронов, поглощенных  $^{238}\text{U}$ , резко уменьшится, так как отношение сечений поглощения тепловых нейтронов  $^{235}\text{U}$  и  $^{238}\text{U}$  много больше, чем быстрых. Соответствующие отношения по данным табл. 2.6 и 2.2 равны  $\sim 250$  и  $\sim 2$ . Последнее значение увеличивается, правда, до  $\sim 10$  при энергиях в области порога деления  $^{238}\text{U}$ , но различие по-прежнему остается существенным. Благодаря этому количество нейтронов деления, образующихся при поглощении одного

теплового нейтрона ураном, незначительно отличается от  $\nu_{эф}^5$  уже при относительно малых обогащениях:

Обогащение, %	$\nu_{эф}^5 \Sigma_a^5 / (\Sigma_a^5 + \Sigma_a^8)$
0,714 (природный уран)	1,32
2	1,73
3	1,83
4	1,89
100	2,071

Даже для природного урана эта величина существенно больше единицы. Таким образом, в реакторах с достаточно большим количеством замедлителя можно применять в качестве топлива уран с малым обогащением (иногда даже меньшим, чем в природном уране).

Обогащение определяется в первую очередь видом замедлителя. Так, при использовании тяжелой воды или графита для замедления нейтронов реактор на тепловых нейтронах может работать с природным ураном; при использовании же обычной воды в качестве замедлителя топливом может быть лишь обогащенный уран. Это различие связано с тем, что  $\sigma_c^{D_2O}$  и  $\sigma_c^C$  много меньше, чем  $\sigma_c^{H_2O}$ .

Существенное влияние, хотя и более слабое, чем вид замедлителя, на минимально возможное обогащение урана оказывает структура реактора. В гетерогенном реакторе можно использовать уран с меньшим обогащением, чем в гомогенном (при прочих равных условиях). Так, реактор на природном уране с графитом в качестве замедлителя может быть лишь гетерогенным.

Утечка из реакторов на тепловых нейтронах играет относительно малую роль, так как размеры этих реакторов и сечения взаимодействия тепловых нейтронов с ядрами велики. Технические требования влияют на выбор обогащения так же, как и для реакторов на быстрых нейтронах, хотя и в меньшей степени. В итоге в существующих реакторах на тепловых нейтронах используют в качестве топлива как природный, так и обогащенный (до ~5 %) уран.

Таким образом, ядерное топливо обязательно содержит делящиеся и воспроизводящие нуклиды. Качество его с нейтронно-физической точки зрения тем лучше, чем больше значение  $\nu_{эф}^5$  для делящегося нуклида и чем выше содержание делящегося нуклида в топливе. Обычно топливо содержит ряд элементов, образующих либо химические соединения, либо просто смесь с делящимися и воспроизводящими элементами. Цель введения их в топливо будет выяснена при рассмотрении особенностей различных реакторов. Сейчас отметим лишь, что присутствие таких элементов связано с требованиями техники.

## часть II

# ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

## Глава 4

### ДИФфуЗИЯ МОНОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ НЕЙТРОНОВ

#### § 4.1. Понятие о диффузии нейтронов

Диффузия (распространение, растекание) — это процесс, обусловленный тепловым движением частиц вещества и наличием градиентов их концентрации. В применении к нейтронам понятие диффузии часто распространяют на нетепловое движение и рассматривают совокупность (группу) нейтронов с одинаковой энергией, как угодно отличной от энергии теплового движения ядер.

Диффузия нейтронов аналогична диффузии в газах и подчиняется тем же закономерностям. Во всех диффузионных явлениях, например, таких, как диффузия газовых молекул, диффундирующее вещество распространяется от областей с большей концентрацией к областям с меньшей концентрацией.

Процесс рассеяния нейтронов на ядрах среды имеет статистический характер; перемещение каждого нейтрона в среде хаотично, а его траектория сугубо индивидуальна. Поэтому теория, описывающая движение нейтронов в среде, также носит статистический (вероятностный) характер, когда рассматривается некий «средний» нейтрон.

Диффузия нейтронов в веществе в общем случае сопровождается многократным изменением направления и скорости движения в результате столкновений с ядрами среды (рис. 4.1). В настоящей главе рассматривается диффузия моноэнергетических нейтронов, т. е. предполагается, что при столкновениях с ядрами нейтроны не изменяют своей энергии (диффузия замедляющихся нейтронов, т. е. рассеяние с уменьшением энергии, рассматривается в гл. 5).

Итак, рассмотрим нейтроны, движущиеся в среде со скоростью  $v$ , и проследим за судьбой одного «среднего» нейтрона. Пусть, как это изображено на рис. 4.1, нейтрон родился в точке 1 и поглотился в точке 2. Между столкновениями нейтрон прохо-

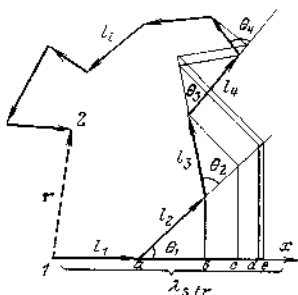


Рис. 4.1. Проекция на плоскость типичной траектории диффундирующего нейтрона:  
1 — точка рождения; 2 — точка поглощения

дит отрезки пути  $l_i$ , длины которых различны. Нетрудно понять, что типичная траектория описывается тремя параметрами, средними для большого числа нейтронов (ансамбля): общей длиной траектории; длиной отрезка между двумя последовательными рассеивающими столкновениями и какой-либо угловой характеристикой акта рассеяния, отражающей взаимное расположение отрезков.

а) Общая длина траектории называется *средней длиной свободного пробега до поглощения* и по определению

$$\lambda_a = \left\langle \sum_{i=1}^k l_i \right\rangle. \quad (4.1.1)$$

Суммирование ведется по всем прямолинейным отрезкам от точки 1 до точки 2, а знак  $\langle \rangle$  означает усреднение по ансамблю. В сильнопоглощающей среде большая часть траекторий состоит из одного отрезка (нейтроны, как правило, поглощаются раньше, чем испытывают хотя бы одно рассеяние).

б) Средняя длина отрезка траектории между двумя последовательными рассеяниями называется *средней длиной свободного пробега до рассеяния*

$$\lambda_s = \left\langle \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} l_i \right\rangle. \quad (4.1.2)$$

Здесь суммирование ведется по всем отрезкам, кроме последнего. Понятно, что усреднение по ансамблю содержит лишь траектории с числом звеньев, большим единицы. В сильнопоглощающей среде основная часть включенных в сумму траекторий состоит из двух звеньев.

в) В качестве угловой характеристики акта рассеяния удобно выбрать *средний косинус угла рассеяния*, который, как будет показано, непосредственно входит в выражения, описывающие смещение нейтрона в процессе диффузии от точки рождения:

$$\overline{\cos \theta} = \left\langle \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} \cos \theta_i \right\rangle. \quad (4.1.3)$$

Статистический характер столкновений в процессе диффузии приводит к тому, что нейтрон постепенно удаляется (мигрирует) от места, где он родился. Это смещение — расстояние по прямой между точками 1 и 2 — гораздо меньше пути, пройденного

вдоль ломаной линии и, как будет показано в § 4.12, для слабопоглощающих сред ( $\lambda_s \ll \lambda_a$ ) равно:

$$\sqrt{r^2} = \sqrt{2 \frac{\lambda_a \lambda_s}{1 - \cos \theta}}. \quad (4.1.4)$$

## § 4.2. Поток нейтронов. Скорость взаимодействия

Одной из основных задач физического расчета является определение скорости взаимодействия нейтронов с различными компонентами активной зоны реактора и ее окружения (скорость деления в объеме твэлов, скорость захвата замедлителем и др.). Скорость  $i$ -го вида взаимодействия нейтрона с ядром (например, рассеяния, поглощения, деления) согласно (1.9.2)

$$R_i(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}) v N \sigma_i.$$

Произведение плотности нейтронов  $n(\mathbf{r})$  на скорость  $v$  есть *поток нейтронов\**

$$\Phi(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}) \cdot v = \int_{4\pi} n(\mathbf{r}, \Omega) v d\Omega, \quad (4.2.1)$$

где  $n(\mathbf{r}, \Omega)$  — функция распределения плотности, представляет собой ожидаемое число нейтронов, векторы скоростей которых лежат в элементе телесного угла  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$  вокруг направления  $\Omega$ .

В реальных средах при наличии градиентов плотностей нейтронов, а они практически всегда имеют место, распределение плотности или потока нейтронов по углам в большей или меньшей степени всегда анизотропно, т. е. число нейтронов в данном элементе объема, летящих в разных направлениях, различно (рис. 4.2) \*\*. В дальнейшем мы будем оперировать не с функцией распределения  $n(\mathbf{r}, \Omega)$ , а с полным или скалярным потоком  $\Phi(\mathbf{r})$ , поскольку именно этой величиной определяется скорость взаимодействия  $R_i$ .

Поток нейтронов связан со скоростью взаимодействия равенством

$$\Phi(\mathbf{r}) = R_i / (N \sigma_i) = R_i / \Sigma_i. \quad (4.2.2)$$

Дальше будет показано, что если рассмотреть единичную площадку в однородном (т. е. не зависящем от координат) поле нейтронов, то в единицу времени эту площадку будет пересекать с каждой стороны  $\Phi/4$  нейтронов. Это утверждение также

\* Согласно ГОСТ 19849-71 эта величина называется плотностью потока нейтронов. Однако в этой книге употребляется термин «поток нейтронов», поскольку этот термин используется в литературе длительное время и стал привычным.

\*\* Отметим, что кроме анизотропии распределения плотности или потока нейтронов имеют место еще два вида анизотропии: акта рассеяния (см § 4.3) и среды (см. гл. 10).

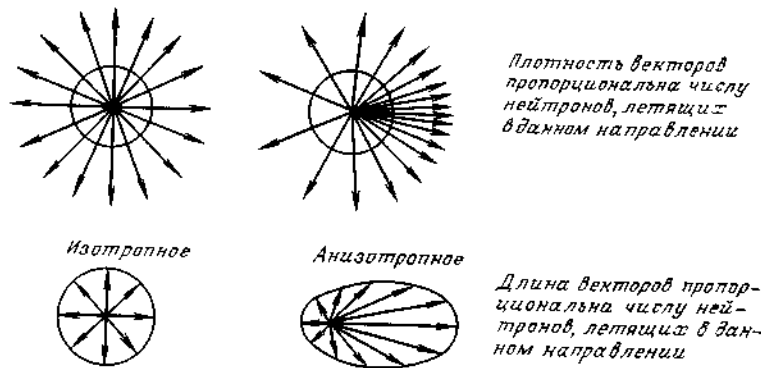


Рис 4.2 Графическая иллюстрация понятий изотропного и анизотропного распределений потока нейтронов

можно считать одним из определений понятия потока нейтронов. Для нас наиболее существенно равенство (4.2.2), связывающее его со скоростью взаимодействий. Поток нейтронов имеет размерность нейтр/(см<sup>2</sup>·с).

#### § 4.3. Длина свободного пробега и макроскопическое сечение

Рассмотрим некоторую однородную среду с произвольным распределением потока нейтронов. Выберем в ней, также совершенно произвольно, некоторую прямую и отметим на этой прямой точку, которая будет служить началом отсчета. Пусть  $\Phi(0, \Omega)d\Omega$  — поток нейтронов в начале отсчета, летящих вдоль выбранной прямой в элементе телесного угла  $d\Omega$ :

$$\int_{4\pi} \Phi(0, \Omega) \frac{d\Omega}{4\pi} = \Phi(0), \quad (4.3.1)$$

а  $\Phi(z, \Omega)d\Omega/\Phi(0, \Omega)d\Omega$  — доля нейтронов этого пучка, сохранивших направление полета на расстоянии  $z$  от начала отсчета. Подчеркнем, что мы намерены вычислять только ослабление пучка на отрезке  $0-z$ , а не полное изменение его интенсивности, включающее переход в пучок нейтронов из других направлений полета в результате актов рассеяния.

В соответствии с выражением (4.2.2)  $\Phi(z, \Omega)d\Omega \Sigma_t dz$  нейтронов испытают на интервале  $dz$  столкновения (будут поглощены или изменят направление полета,  $\Sigma_t = \Sigma_a + \Sigma_s$ ) и их число уменьшится на величину  $d\Phi(z, \Omega)d\Omega$ , т. е.

$$-d\Phi(z, \Omega) = \Phi(z, \Omega) \Sigma_t dz. \quad (4.3.2)$$

Интегрируя и используя начальное условие, имеем:

$$\Phi(z, \Omega)/\Phi(0, \Omega) = \exp(-\Sigma_t z). \quad (4.3.3)$$

Отношение  $\Phi(z, \Omega)/\Phi(0, \Omega)$  представляет собой ту часть нейтронов, которая прошла путь  $z$ , не испытав ни одного столкновения с ядрами среды. Таким образом,  $\exp(-\Sigma_t z)$  есть вероятность того, что нейтрон пройдет путь  $z$  без столкновения, а

$$1 - \exp(-\Sigma_t z) \quad (4.3.4)$$

— вероятность для нейтрона испытать соударение на пути  $z$ . Определим теперь средний путь  $\bar{z}$ , который проходит нейтрон до столкновения, считая среду бесконечной. По определению среднего можно написать:

$$\bar{z} = \frac{\int_0^\infty z \Phi(z, \Omega) dz}{\int_0^\infty \Phi(z, \Omega) dz} = \frac{\int_0^\infty z \exp(-z \Sigma_t) dz}{\int_0^\infty \exp(-z \Sigma_t) dz} = \frac{1}{\Sigma_t}.$$

Если  $\bar{z}$  обозначить  $\lambda$ , то

$$\lambda = 1/\Sigma_t. \quad (4.3.5)$$

Аналогично через соответствующие сечения можно выразить средние длины свободного пробега до рассеяния  $\lambda_s$  и поглощения  $\lambda_a$ :

$$\lambda_s = 1/\Sigma_s \text{ и } \lambda_a = 1/\Sigma_a. \quad (4.3.6)$$

Макроскопические сечения  $\Sigma_s$  и  $\Sigma_a$  можно представить соответственно как вероятности рассеяния и поглощения на единице длины пути. Поскольку процессы рассеяния и поглощения независимы, вероятность испытать любое столкновение на единице длины равна сумме частных вероятностей:

$$1/\lambda = 1/\lambda_s + 1/\lambda_a, \quad (4.3.7)$$

где  $\lambda$  — средняя длина свободного пробега до первого столкновения. Аналогичные рассуждения можно провести для любого числа возможных нейтронных реакций. Длину свободного пробега принято измерять в сантиметрах.

Средняя длина свободного пробега нейтронов до рассеяния  $\lambda_s$  слабо зависит от энергии и в конденсированных (твердых или жидких) средах, как правило, по порядку величины остается равной нескольким сантиметрам при изменении энергии нейтрона от долей электрон-вольта до нескольких мегаэлектрон-вольт. Длина свободного пробега до поглощения  $\lambda_a$ , наоборот, сильно зависит от вида вещества, с которым взаимодействует нейтрон, и от энергии нейтрона. Имеют место случаи, когда  $\lambda_s \gg \lambda_a$  и  $\lambda_s \ll \lambda_a$ . При  $\lambda_s \gg \lambda_a$  ( $\Sigma_s \ll \Sigma_a$ ) большая часть столкновений нейтрона с ядрами среды приводит к захвату нейтрона.

Такая среда называется *сильнопоглощающей*. Наоборот, если  $\lambda_s \ll \lambda_a$  ( $\Sigma_s \gg \Sigma_a$ ), то нейтрон, прежде чем поглотится, испытает значительное число актов рассеяния. Такая среда называется *слабопоглощающей*. В теории диффузии, во всяком случае классической, когда не принимается специальных мер для расширения области ее применимости, рассматривается именно второй случай. При этом правильнее говорить не о теории диффузии, а о диффузионном приближении.

Как известно, рассеяние нейтронов ядрами может быть изотропным (сферически симметричным) в лабораторной системе координат и анизотропным. В первом случае все направления движения нейтронов после рассеяния равновероятны. В случае анизотропного рассеяния более предпочтительны направления вперед. Учесть анизотропию рассеяния можно, введя величину  $\lambda_{str}$ . По определению  $\lambda_{str}$  есть средний путь, проходимый нейтроном в первоначальном направлении после бесконечного числа рассеяний в отсутствие поглощения. Проведя соответствующие выкладки, можно выразить  $\lambda_{str}$  через ранее введенные величины  $\lambda_s$  и  $\cos \theta$ :

$$\lambda_{str} = \lambda_s / (1 - \overline{\cos \theta}). \quad (4.3.8)$$

При  $\overline{\cos \theta} = 0$  (изотропная среда)  $\lambda_{str} = \lambda_s$ . Величину  $\lambda_{str}$  называют *длиной переноса* или *транспортной длиной при отсутствии поглощения*.

Для характеристики среды, в которой имеют место анизотропное рассеяние и поглощение нейтронов, понятие полной длины свободного пробега  $\lambda$  (4.3.7) соответствующим образом модифицируется. В среде с анизотропным рассеянием вместо длины  $\lambda$  вводится  $\lambda_{tr}$ :

$$1/\lambda_{tr} = 1/\lambda_a + 1/\lambda_{str}, \quad (4.3.9)$$

или

$$\Sigma_{tr} \equiv 1/\lambda_{tr} = \Sigma_a + \Sigma_{str}, \quad (4.3.10)$$

где  $\lambda_{tr}$  — транспортная длина свободного пробега (или длина переноса);  $\Sigma_{tr}$  — транспортное макроскопическое сечение;  $\Sigma_{str}$  — транспортное макроскопическое сечение рассеяния. Последнее выражение с учетом (4.3.8) приобретает вид

$$\Sigma_{tr} = \Sigma_a + \Sigma_s (1 - \overline{\cos \theta}). \quad (4.3.11)$$

Для изотропно рассеивающей среды ( $\overline{\cos \theta} = 0$ ) транспортное сечение  $\Sigma_{tr}$  равно полному сечению взаимодействия  $\Sigma_t$ .

#### § 4.4. Плотность тока нейтронов

Рассмотрим бесконечную однородную среду с произвольным пространственным распределением потока моноэнергетических нейтронов. Предположим, что элементарная площадка  $dF$  рас-

положена в начале координат перпендикулярно оси  $z$  (рис. 4.3). Нейтроны пересекают эту площадку с двух сторон под различными углами. Предполагая, что рассеяние сферически симметрично, подсчитаем вначале количество нейтронов, пересекающих в единицу времени площадку  $dF$  в направлении сверху вниз. Выделим в верхнем полупространстве объем  $dV$  в точке  $P(r, \theta, \varphi)$ . В случае изотропного рассеяния вероятность для нейтрона, рассеянного в точке  $P$ , полететь в направлении площадки  $dF$  равна той доле полного телесного угла, под которым видна площадка  $dF$  из точки рассеяния, т. е.  $dF \cos \theta / (4\pi r^2)$ . Вероятность того, что нейтроны, летящие в направлении площадки  $dF$ , достигнут ее без столкновения, есть  $\exp(-\Sigma_t r)$ , где  $\Sigma_t = \Sigma_a + \Sigma_s$  — полное макроскопическое сечение (любое взаимодействие выводит нейтрон из упомянутого телесного угла). Скорость рассеяния в объеме  $dV$  равна  $\Sigma_s \Phi(r) dV$ . Таким образом, число нейтронов, рассеявшихся в единицу времени в этом объеме и достигших площадки  $dF$ , равно:

$$\Sigma_s \Phi(r) dV dF \cos \theta \cdot \exp(-\Sigma_t r) / (4\pi r^2). \quad (4.4.1)$$

Поскольку мы рассматриваем бесконечную среду, то полное число нейтронов  $J_-$ , пересекающих в единицу времени площадку  $dF$  сверху вниз в отрицательном направлении оси  $z$ , получается интегрированием выражения (4.4.1) по верхнему полупространству

$$J_- = \frac{\Sigma_s dF}{4\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \Phi(r) \cos \theta \exp(-\Sigma_t r) dV / r^2.$$

Эта величина называется *односторонним током нейтронов*. Плотность этого тока

$$i_- = \frac{J_-}{dF} = \frac{\Sigma_s}{4\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \Phi(r) \exp(-\Sigma_t r) dr \cos \theta \cdot \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (4.4.2)$$

Чтобы точно вычислить интеграл и определить плотность тока нейтронов, необходимо знать распределение потока нейтронов в пространстве. Однако это распределение, вообще говоря, нам неизвестно. Поэтому предположим, что поток нейтронов  $\Phi(x, y, z)$  линейно зависит от  $x, y, z$ , т. е.

$$\Phi(x, y, z) = \Phi_0 + x \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_0 + y \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_0 + z \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0. \quad (4.4.3)$$

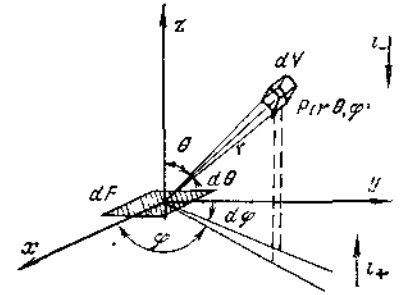


Рис. 4.3 К вычислению односторонних токов нейтронов

Индексом «0» здесь отмечены функции, вычисленные в начале координат [например,  $\Phi_0 = \Phi(0, 0, 0)$ ]. Обрывать таким образом разложение в ряд Тейлора можно только в случае, если поток нейтронов меняется в пространстве не слишком резко. Формально это означает следующее: поток  $\Phi(r)$  должен мало меняться на расстоянии порядка длины свободного пробега нейтронов  $\lambda$ :

$$\lambda \nabla \Phi(r) / \Phi(r) \ll 1. \quad (4.4.4)$$

Очевидно, что вблизи границ сред с резко меняющимися свойствами (например, среда и вакуум) число нейтронов, движущихся в сторону пустоты, всегда превышает число нейтронов, движущихся в обратном направлении. Аналогичная картина наблюдается также вблизи сильного поглотителя. Вблизи источника число нейтронов, движущихся от него, существенно превышает число нейтронов, летящих в обратную сторону. Поэтому, как будет показано в дальнейшем, условие (4.4.4) соблюдается в слабопоглощающих средах при достаточно плавно меняющихся источниках и вдали от границ разрыва свойств среды.

Переходя в разложении (4.4.3) к сферическим координатам  $x = r \sin \theta \cdot \cos \varphi$ ;  $y = r \sin \theta \cdot \sin \varphi$ ;  $z = r \cos \theta$ , можно вычислить правую часть выражения (4.4.2) для  $i_-$ . Интегрирование функций  $\cos \varphi$  и  $\sin \varphi$  по полному периоду  $(0-2\pi)$  дает нуль. Поэтому окончательное выражение для  $i_-$  приобретает вид

$$i_- = \frac{\Sigma_s \Phi_0}{\Sigma_t^4} + \frac{1}{6} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_t^2} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0. \quad (4.4.5)$$

Предположение о малости поглощения по сравнению с рассеянием ( $\Sigma_a \ll \Sigma_s$ ,  $\Sigma_s \approx \Sigma_t$ ) дает возможность заменить сечение рассеяния  $\Sigma_s$  полным сечением  $\Sigma_t$ . Тогда

$$i_- = \frac{\Phi_0}{4} + \frac{1}{6} \frac{1}{\Sigma_t} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0. \quad (4.4.6)$$

Плотность тока нейтронов в противоположном направлении (снизу вверх)  $i_+$  вычисляется совершенно аналогично плотности тока  $i_-$ ; отличие состоит лишь в том, что интегрирование по  $\theta$  следует вести от  $\pi$  до  $\pi/2$ . В результате получаем (при  $\Sigma_s \approx \Sigma_t$ )

$$i_+ = \frac{\Phi_0}{4} - \frac{1}{6} \frac{1}{\Sigma_t} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0. \quad (4.4.7)$$

Очевидно, что если поток нейтронов не зависит от координат, то

$$i_+ = i_- = \Phi_0/4. \quad (4.4.8)$$

Плотность результирующего тока через площадку  $dF$  в направлении оси  $z$  при выполнении условия (4.4.4) есть

$$i_z = i_+ - i_- = -\frac{1}{3\Sigma_t} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0. \quad (4.4.9)$$

Для среды, в которой выполняется условие (4.4.4), градиент потока мал по сравнению со значением самого потока. Поэтому плотность результирующего тока (4.4.9) значительно меньше плотности любого из односторонних токов.

Располагая площадку  $dF$  перпендикулярно осям  $x$  и  $y$ , легко получить плотности результирующих токов вдоль этих осей:

$$i_x = -\frac{1}{3\Sigma_t} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_0; \quad i_y = -\frac{1}{3\Sigma_t} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_0. \quad (4.4.10)$$

Поскольку начало координат было выбрано совершенно произвольно, аналогичные рассуждения можно провести для любой точки пространства. Поэтому в дальнейшем индекс «0» опустим.

Плотности результирующих токов запишем в векторной форме:

$$\mathbf{I} = i_x \mathbf{i} + i_y \mathbf{j} + i_z \mathbf{k}, \quad (4.4.11)$$

где  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  — единичные векторы вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Подставляя в выражение (4.4.11) значения плотностей токов, получаем:

$$\mathbf{I} = -\frac{1}{3\Sigma_t} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \mathbf{k} \right) = -\frac{1}{3\Sigma_t} \text{grad } \Phi. \quad (4.4.12)$$

Соотношение (4.4.12) представляет собой хорошо известный из физики закон Фика для процессов диффузии. Вектор  $\mathbf{I}$  есть плотность полного или диффузионного тока нейтронов. Он направлен в сторону меньшей плотности нейтронов [этим обусловлен знак «—» в формуле (4.4.12)] и равен алгебраической сумме числа нейтронов, пересекающих в единицу времени единичную площадку, перпендикулярную тому направлению, вдоль которого происходит диффузия. Ясно, что помимо формы распределения потока полный ток нейтронов должен зависеть также и от свойств среды, в которой нейтроны диффундируют. Коэффициент пропорциональности между  $\mathbf{I}$  и  $\text{grad } \Phi$  в (4.4.12)  $^{1/3}\Sigma_t$  называется коэффициентом диффузии  $D$ . Учет анизотропии при рассмотрении процесса диффузии показывает, что

$$D = 1/\Sigma_{tr} = \lambda_{tr}/3, \quad (4.4.13)$$

т. е.  $\lambda$  заменяется  $\lambda_{tr}$ . Далее мы будем пользоваться именно этим выражением для коэффициента диффузии.

При таком определении  $D$  формулы для плотностей односторонних токов (4.4.6) и (4.4.7) переписуются в виде

$$i_{\pm} = \frac{\Phi}{4} \mp \frac{D}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad (4.4.14)$$

а для плотности результирующего тока (4.4.9)

$$i_z = -\frac{\lambda_{tr}}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -D \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (4.4.15)$$

Заметим, что хотя плотность тока нейтронов имеет ту же размерность, что и поток нейтронов, между ними существует принципиальное различие, что следует из соответствующих определений. Необходимо также обратить внимание на то, что поток нейтронов это скалярная величина, а ток — векторная. Если в какой-либо области пространства плотность нейтронов не зависит от координат, то ток равен нулю, тогда как поток всегда равен  $n v$ .

#### § 4.5. Уравнение диффузии

Имея выражения для плотности результирующего тока нейтронов, можно получить дифференциальное уравнение диффузии из рассмотрения баланса нейтронов в элементе объема. Скорость изменения плотности нейтронов во времени  $\partial n(\mathbf{r}, t)/\partial t$  определяется соотношением скоростей протекания трех процессов: генерации, поглощения и утечки. Таким образом, баланс нейтронов в элементе объема  $dV$  имеет вид

$$\partial n(\mathbf{r}, t) dV / \partial t = \text{генерация} - \text{утечка} - \text{поглощение} \quad (4.5.1)$$

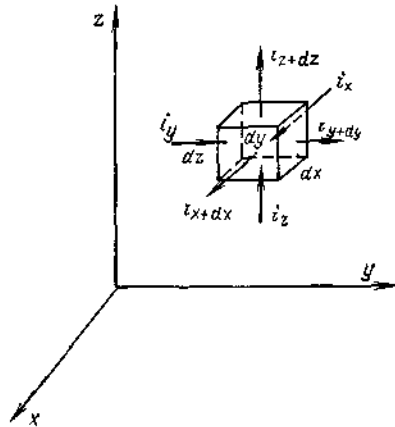


Рис. 4.4 К вычислению утечки нейтронов из элемента объема  $dV$

Если генерация нейтронов источником в единицу времени в единице объема равна  $S$ , нейтр./ $(\text{см}^3 \cdot \text{с})$ , то в объеме  $dV$  она равна  $S dV$ , а поглощение —  $\Sigma_a \Phi dV$ . Под утечкой понимается разность между числом нейтронов, вылетающих и влетающих через поверхность, ограничивающую рассматриваемый элемент объема. Утечку нейтронов из объема  $dV$  вычислим с помощью полученных выше формул для плотности результирующего тока

Пусть элемент объема  $dV$  имеет вид куба со сторонами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  (рис. 4.4). Подсчитаем

сначала утечку через грани куба, перпендикулярные оси  $z$ . Пусть  $i_z$  есть плотность результирующего тока нейтронов, входящих в элемент объема через нижнюю грань, а  $i_{z+dz}$  — выходящих через верхнюю. Тогда скорость утечки в этом направлении

$$Y_z = i_{z+dz} dx dy - i_z dx dy = \left( \frac{\partial i_z}{\partial z} \right) dx dy dz.$$

Заменяя плотность результирующего тока вдоль оси  $z$  его выражением через градиент потока (4.4.15), находим:

$$Y_z = -\frac{\partial}{\partial z} \left[ D(\mathbf{r}) \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] dV.$$

Аналогично вычисляют скорости утечки через грани, перпендикулярные осям  $x$  и  $y$ :

$$Y_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ D(\mathbf{r}) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] dV; \quad Y_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left[ D(\mathbf{r}) \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right] dV.$$

Очевидно, что полная скорость утечки нейтронов из объема  $dV$  в единицу времени равна алгебраической сумме скоростей утечек через все грани, т. е.

$$-dV \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( D(\mathbf{r}) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D(\mathbf{r}) \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D(\mathbf{r}) \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \right] = -\nabla D(\mathbf{r}) \nabla \Phi dV. \quad (4.5.2)$$

Подставляя полученные выражения для скоростей генерации, поглощения и утечки в уравнение баланса нейтронов (4.5.1) и сокращая на  $dV$ , имеем:

$$\partial n(\mathbf{r}, t) / \partial t = \partial \Phi(\mathbf{r}, t) / \partial t = S(\mathbf{r}, t) + \nabla D(\mathbf{r}) \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) - \Sigma_a(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}, t). \quad (4.5.3)$$

Это уравнение получено для среды, свойства которой в пространстве изменяются не слишком резко. В том случае, когда на границе раздела сред свойства изменяются скачком, необходимо для каждой среды записать уравнение диффузии отдельно и сформулировать граничные условия (см. § 4.7).

Для однородной среды (свойства которой не зависят от координат) уравнение (4.5.3) запишется следующим образом:

$$D \Delta \Phi(\mathbf{r}, t) - \Sigma_a \Phi(\mathbf{r}, t) + S(\mathbf{r}, t) = \partial n(\mathbf{r}, t) / \partial t. \quad (4.5.4)$$

Если плотность нейтронов  $n$  не зависит от времени, то уравнение (4.5.4) принимает вид

$$D \Delta \Phi(\mathbf{r}) - \Sigma_a \Phi(\mathbf{r}) + S(\mathbf{r}) = 0. \quad (4.5.5)$$

Его называют *уравнением диффузии* для стационарной задачи. В дальнейшем будем пользоваться именно этим уравнением диффузии.



Уравнение диффузии справедливо, если выполнены два предположения, сделанные ранее при выводе закона Фика:

1) поток нейтронов на длине свободного пробега меняется слабо (4.4.4);

2) рассеяние нейтронов изотропно.

Второе ограничение легко снимается введением вместо величины  $\lambda_s$  транспортной длины  $\lambda_{str}$ , определяемой выражением (4.3.8). Первое предположение чрезвычайно существенно и значительно ограничивает область применимости уравнения диффузии. Как указывалось выше, уравнение диффузии достаточно точно описывает поведение нейтронов в слабопоглощающих средах, вдали от источников и границ раздела сред с различными свойствами или с резкой зависимостью сечений от координат. Другими словами, уравнение диффузии справедливо в том случае, если  $\Sigma_s \gg \Sigma_a$  и угловое распределение потока нейтронов близко к изотропному (см. рис. 4.2).

Естественно, что полностью исследовать границы применимости диффузионного приближения в рамках самого диффузионного приближения невозможно. Более точное описание процесса диффузии нейтронов проведено в следующем параграфе.

#### § 4.6. Интегральное уравнение для потока моноэнергетических нейтронов

Из баланса нейтронов в элементе объема  $dV$  было получено дифференциальное уравнение диффузии. Перейдем теперь к рассмотрению баланса нейтронов в конечном объеме  $V$ , поверхность которого нейтроны извне не пересекают, и получим интегральное уравнение для распределения плотности нейтронов в этом объеме.

Рассмотрим нейтроны, которые пришли в точку  $r$  после рассеяния в точке  $r'$ . Чтобы попасть в точку  $r$  в момент времени  $t$ , нейтроны должны покинуть точку  $r'$  в момент  $t' = t - |r' - r|/v$ . Число нейтронов, рассеявшихся около точки  $r'$  в элементе объема  $dV'$  за время  $dt'$ , равно  $\Sigma_s \Phi(r') dV' dt'$ , где  $\Phi(r')$  — поток нейтронов в точке  $r'$ .

Источники в том же объеме за то же время дадут  $S(r') dV' dt'$  нейтронов. Предполагается, что источники сферически симметричны. Это предположение достаточно хорошо выполняется в большинстве случаев, поэтому не накладывает каких-либо существенных ограничений и не нарушает общности вывода.

Полное число нейтронов, родившихся и рассеявшихся в элементе объема  $dV'$  за время  $dt'$ , есть  $[\Sigma_s \Phi(r') + S(r')] dV' dt'$ . Вероятность того, что эти нейтроны достигнут точки  $r$ , не испытав по пути столкновения, равна  $\exp(-\Sigma_t |r' - r|)$  [см. (4.3.3)]. Для случая изотропного рассеяния через время  $t - t' = |r' - r|/v$  нейтроны, испущенные источником и испытавшие рассеяние в объ-

еме  $dV'$ , равномерно заполняют сферический слой объемом  $4\pi |r' - r|^2 v dt'$ . Следовательно, плотность нейтронов вокруг точки  $r$ , обусловленная рождением и рассеянием в элементе объема  $dV'$ , есть

$$[\Sigma_s \Phi(r') + S(r')] \frac{dV'}{4\pi |r' - r|^2 v} \exp(-\Sigma_t |r' - r|). \quad (4.6.1)$$

Интегрируя последнее выражение по всему объему, откуда могут поступить нейтроны, находим полную плотность нейтронов в точке  $r$ :

$$n(r) = \frac{1}{4\pi} \int_V [\Sigma_s \Phi(r') + S(r')] \frac{\exp(-\Sigma_t |r' - r|) dV'}{|r' - r|^2 v}, \quad (4.6.2)$$

или

$$\Phi(r) = \frac{1}{4\pi} \int_V [\Sigma_s \Phi(r') + S(r')] \frac{\exp(-\Sigma_t |r' - r|) dV'}{|r' - r|^2}. \quad (4.6.3)$$

Последнее уравнение называют *интегральным уравнением Пайерлса* для потока нейтронов. В отличие от уравнения диффузии, при выводе уравнения Пайерлса не предполагалось, что поглощение мало по сравнению с рассеянием, не накладывались ограничения и на пространственное распределение источников  $S$ . Оно справедливо как угодно близко к границам объема  $V$ . Более того, если показатель экспоненты под интегралом  $-\Sigma_t |r' - r|$  в (4.6.3) заменить выражением

$$-\int_0^R \Sigma_t(r - R' \Omega) dR', \quad (4.6.4)$$

где  $r' = r - R' \Omega$ , и считать  $\Sigma_s$  в произведении  $\Sigma_s \Phi(r')$  функцией координат, уравнение Пайерлса принимает вид

$$\Phi(r) = \frac{1}{4\pi} \int_V [\Sigma_s(r') \Phi(r') + S(r')] \frac{\exp\left(-\int_0^R \Sigma_t(r - R' \Omega) dR'\right)}{|r' - r|^2} dV' \quad (4.6.5)$$

и становится справедливым для среды с как угодно меняющимися в пространстве характеристиками поглощения и рассеяния. Интегрирование в (4.6.4) проводится вдоль направления движения нейтрона от  $r'$  к  $r$ . Замена  $\Sigma_s \rightarrow \Sigma_{str}$  делает уравнение Пайерлса пригодным и для рассмотрения (в хорошем приближении) сред с анизотропным рассеянием нейтронов.

Выражение

$$K(r, r') = \exp\left[-\int_0^R \Sigma_t(r - R' \Omega) dR'\right] / 4\pi |r' - r|^2 \quad (4.6.6)$$

называют *ядром точечного источника*. Оно описывает поток нейтронов в точке  $\mathbf{r}$ , обусловленный единичным источником, расположенным в точке  $\mathbf{r}'$ . Эта функция содержит вероятность для нейтрона пройти слой  $|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$  без столкновения

$$\exp \left[ - \int_0^R \Sigma_t(\mathbf{r} - R'\Omega) dR' \right],$$

которая зависит от оптической толщины

$$\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_0^R \Sigma_t(\mathbf{r} - R'\Omega) dR'. \quad (4.6.7)$$

Точное решение уравнения Пайерлса чрезвычайно затруднительно даже в самых простых случаях. Поэтому на практике точное решение обычно не ищут. Используем уравнение Пайерлса для формального подтверждения условий применимости уравнения диффузии, о которых говорилось в § 4.5. Для этого получим из интегрального уравнения (4.6.3) дифференциальное уравнение диффузии (4.5.5), используя следующие условия:

1) поток нейтронов мало изменяется на длине свободного пробега, т. е.  $\lambda \nabla \Phi / \Phi \ll 1$ ;

2) объемная скорость генерации нейтронов источника слабо зависит от координат;

3) рассмотрение ведется вдаль от границ среды ( $V \rightarrow \infty$ ).

Сначала сравним по порядку величины члены  $\Sigma_s \Phi(\mathbf{r}')$  и  $S(\mathbf{r}')$ . В бесконечной однородной среде без градиентов  $D \Delta \Phi = 0$ , поэтому из уравнения диффузии (4.5.5) следует, что

$$S = \Sigma_a \Phi \text{ или } \Sigma_s \Phi = S (\Sigma_s / \Sigma_a). \quad (4.6.8)$$

Для слабопоглощающей среды  $\Sigma_s / \Sigma_a \gg 1$ , поэтому

$$\Sigma_s \Phi(\mathbf{r}') \gg S(\mathbf{r}'). \quad (4.6.9)$$

Теперь разложим функцию  $\Phi(\mathbf{r}')$  в ряд Тейлора около точки  $\mathbf{r}$  и, пользуясь условием (1), ограничимся при разложении первыми четырьмя членами:

$$\Phi(\mathbf{r}') = \Phi(\mathbf{r}) + \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \nabla \Phi(\mathbf{r})}{1!} + \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \nabla \Phi(\mathbf{r})^2}{2!} + \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \nabla \Phi(\mathbf{r})^3}{3!}.$$

Функцию  $S(\mathbf{r}')$  также разложим в ряд Тейлора около точки  $\mathbf{r}$  и, учитывая (4.6.9), ограничимся только двумя членами:

$$S(\mathbf{r}') = S(\mathbf{r}) + (\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \nabla S(\mathbf{r}) / 1!.$$

Полученные разложения для потока и источника подставим в уравнение (4.6.3), устремляя, согласно условию (3),  $V \rightarrow \infty$ .

Принимая во внимание, что скалярное произведение векторов  $(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$  и  $\nabla \Phi(\mathbf{r})$  равно  $R |\nabla \Phi(\mathbf{r})| \cos \theta$ , где  $R = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$ ,

а интегралы  $\int_0^\pi \cos \theta \sin \theta d\theta$  и  $\int_0^\pi \cos^3 \theta \sin \theta d\theta$  равны нулю из-за ортогональности тригонометрических функций на отрезке  $[0, \pi]$  (это ведет к исчезновению членов с первой и третьей производными), имеем:

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}) = & \frac{\Sigma_s}{4\pi} \left\{ \Phi(\mathbf{r}) \int_0^\infty \exp(-\Sigma_t R) dR \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \Delta \Phi(\mathbf{r}) \int_0^\infty R^2 \exp(-\Sigma_t R) dR \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \right\} + \\ & + S(\mathbf{r}) \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \exp(-\Sigma_t R) dR \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi. \end{aligned}$$

Вычисляя интегралы, получаем:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \Sigma_s \{ \Phi(\mathbf{r}) / \Sigma_t + \Delta \Phi(\mathbf{r}) / 3 \Sigma_t^3 \} + S(\mathbf{r}) / \Sigma_t,$$

или после преобразований ( $\Sigma_t = \Sigma_a + \Sigma_s$ )

$$D \Delta \Phi(\mathbf{r}) - \Sigma_a \Phi(\mathbf{r}) + S(\mathbf{r}) = 0, \quad (4.6.10)$$

где  $D = \Sigma_s / (3 \Sigma_t^2) \approx 1/3 \Sigma_{tr}$  — коэффициент диффузии.

Таким образом, получили уравнение диффузии из точного интегрального уравнения, разложив поток  $\Phi(\mathbf{r}')$  и скорость генерации  $S(\mathbf{r}')$  в ряд Тейлора и устремив объем среды к бесконечности.

#### § 4.7. Граничные условия

Так как уравнение диффузии — уравнение второго порядка и его общее решение содержит две произвольные постоянные, то для единственности решения любой конкретной задачи необходимо иметь два граничных условия. Физически очевидно, что нейтронный поток должен быть конечным и неотрицательным. Это, разумеется, не исключает обращения потока нейтронов в нуль.

Итак, сформулируем граничные условия. Представим себе для простоты плоскую границу между двумя различными средами (с индексами  $j, j+1$ ) и рассмотрим две единичные площадки  $AA$  и  $BB$ , расположенные по обе стороны от границы  $F$  и очень близко к ней. Очевидно, что если на границе раздела нет источников, то количество нейтронов, пересекающих площадку  $AA$  в направлении слева направо, равно количеству нейтронов, прошедших через площадку  $BB$  в том же направлении. Это означает, что односторонние токи должны быть непрерывными:

$$i_{A+}^{(j)} = i_{B+}^{(j+1)}. \quad (4.7.1)$$

Аналогично записывается равенство односторонних токов для нейтронов, летящих в противоположном направлении

$$i_{A-}^{(j)} = i_{B-}^{(j+1)} \quad (4.7.2)$$

Используя полученные ранее выражения для плотностей односторонних токов (4.4.14), получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Phi_A^{(j)}}{4} - \frac{D_A^{(j)}}{2} \frac{d\Phi_A^{(j)}}{dx} &= \frac{\Phi_B^{(j+1)}}{4} - \frac{D_B^{(j+1)}}{2} \frac{d\Phi_B^{(j+1)}}{dx}; \\ \frac{\Phi_A^{(j)}}{4} + \frac{D_A^{(j)}}{2} \frac{d\Phi_A^{(j)}}{dx} &= \frac{\Phi_B^{(j+1)}}{4} + \frac{D_B^{(j+1)}}{2} \frac{d\Phi_B^{(j+1)}}{dx}. \end{aligned} \right\} \quad (4.7.3)$$

Из сложения и вычитания этих равенств следует, что на границе раздела  $F$

$$\Phi_A^{(j)}|_F = \Phi_B^{(j+1)}|_F, \quad (4.7.4)$$

$$-D_A^{(j)} \nabla \Phi_A^{(j)}|_F = -D_B^{(j+1)} \nabla \Phi_B^{(j+1)}|_F. \quad (4.7.5)$$

Таким образом, решая задачу в диффузионном приближении, мы должны считать, что на границе раздела двух сред потоки и плотности результирующих токов нейтронов равны. Отметим, что градиенты потоков на границе сред непрерывны только в случае равенства коэффициентов диффузии для этих сред

Граничные условия (4.7.4) и (4.7.5) остаются справедливыми для границ произвольной формы, если производную по координате в (4.7.5) заменить компонентой градиента, направленной по нормали  $n$  к поверхности  $F$

$$-D_A^{(j)} \text{grad}_n \Phi_A^{(j)}|_F = -D_B^{(j+1)} \text{grad}_n \Phi_B^{(j+1)}|_F. \quad (4.7.6)$$

Особый случай возникает при диффузии нейтронов в среде, граничащей с вакуумом. Разберем его подробно. Для этого рассмотрим две полубесконечные области, одна из которых — поглощающая среда ( $x < R$ ), а вторая — вакуум ( $x > R$ ) (рис. 4.5). Источник нейтронов расположен в левом полупространстве при  $x = -\infty$ . Уравнение диффузии в этом случае для всего левого полупространства (кроме области источника) принимает вид  $\Delta\Phi = 0$ , решение которого есть  $\Phi(x) = A(x - C)$ . Здесь  $A$  определяется объемной скоростью генерации источников  $S$ , которую можно выбрать таким образом, что  $A = 1$ , т.е.

$$\Phi(x) = x - C, \quad (4.7.7)$$

где  $C$  — произвольная постоянная. Решение (4.7.7) представлено на рис. 4.5 линией 1. Определим постоянную  $C$

Вакуум обладает тем свойством, что попавший в него нейтрон никогда не возвращается в среду, т.е. (см. рис. 4.5)

$$i_{-}(x=R) = 0. \quad (4.7.8)$$

Если предположить, что рассмотренная выше теория диффузии справедлива вплоть до границы раздела, то в качестве граничного условия следует принять (4.4.14)

$$i_{-}|_{x=R} = \frac{\Phi}{4} \Big|_{x=R} + \frac{\lambda_{tr}}{6} \left( \frac{d\Phi}{dx} \right) \Big|_{x=R} = 0,$$

откуда

$$-\frac{\Phi}{d\Phi/dx} \Big|_{x=R} = 2D - \frac{2}{3} \lambda_{tr} \quad (4.7.9)$$

Так как рассматривается непоглощающая среда, то в (4.7.9) должно стоять  $\lambda_{s, tr}$ . Однако все

реальные среды обладают тем или иным поглощением нейтронов. Поэтому будем предполагать, что  $\Sigma_a \ll \Sigma_s$ , и тогда  $\lambda_{s, tr}$  можно заменить  $\lambda_{tr}$ . Продолжим с наклоном  $d\Phi/dx$  в сторону вакуума поток  $\Phi(x)$  (линия 1), определенный решением (4.7.7), до пересечения с осью  $x$  и найдем расстояние  $d$ , на котором поток нейтронов при такой экстраполяции обращается в нуль. Как следует из рис. 4.5,

$$\text{tg } \alpha = \frac{d\Phi}{dx} \Big|_{x=R} = -\frac{\Phi}{d} \quad \text{или} \quad d = -\left( \frac{\Phi}{d\Phi/dx} \right) \Big|_{x=R} \quad (4.7.10)$$

Легко видеть, что постоянная  $C = R + d$ , а величина  $d$ , которая называется *длиной линейной экстраполяции*, находится из сравнения выражений (4.7.9) и (4.7.10)

$$d = (2/3) \lambda_{tr} \quad (4.7.11)$$

Условие (4.7.8) можно заменить эквивалентным ему условием

$$\Phi(R_0) = 0 \quad (4.7.12)$$

( $R_0 = R + d$  — экстраполированный размер), которое означает, что поток нейтронов обращается в нуль на экстраполированной границе

При решении практически задач (например, таких, как расчет распределения потока нейтронов в реакторе) мы всегда будем пользоваться условием (4.7.12)

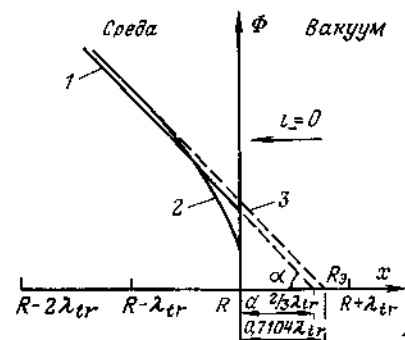


Рис. 4.5. Распределение потока нейтронов вблизи плоской границы слабопоглощающей среды с вакуумом

1 — чистое диффузионное приближение и его линейная экстраполяция; 2 — точная теория (истинный ход); 3 — линейная экстраполяция к  $R_0$  — геометрическая и экстраполированная границы тела соответственно

Решение (4.7.7), полученное при использовании теории диффузии, становится весьма грубым вблизи границы раздела (на расстоянии порядка  $\lambda_{tr}$ ). Поэтому значение длины линейной экстраполяции (4.7.11), полученное выше из условия применимости диффузионного уравнения вплоть до границы с вакуумом ( $x=R$ ), неточно. Более строгое рассмотрение данной задачи может быть основано, например, на использовании интегрального уравнения Пайерлса (4.6.3). Решение этого уравнения можно представить в виде суперпозиции двух членов

$$\Phi(x) = \Phi_{ас}(x) + \Phi_{пер}(x),$$

где  $\Phi_{ас}$  и  $\Phi_{пер}$  — соответственно асимптотическая и переходная части полного потока. Это решение представлено на рис. 4.5 линией 2.

Как видно, поток нейтронов сильно изменяется в пограничном слое толщиной порядка средней длины свободного пробега. В данном случае под длиной линейной экстраполяции понимается расстояние, на котором асимптотическая часть полного потока обращается в нуль при условии, что в вакууме она является линейной функцией от  $x$  с тем же значением и той же производной при  $x=R$ , как и  $\Phi_{ас}$  (линия 3). В результате получим:

$$d = 0,7104\lambda_{tr} \text{ или } \xi = p/\lambda_{tr} = 0,7104. \quad (4.7.13)$$

Найденное значение  $d$  очень близко к значению, полученному ранее (4.7.11).

В соответствии со сказанным выше при пользовании диффузионным приближением принимают значения  $d$ , полученные из рассмотрения интегрального уравнения. Тогда в случае плоской границы и слабого поглощения

$$R_0 = R + 0,7104\lambda_{tr}. \quad (4.7.14)$$

Использование соотношения (4.7.14) позволяет несколько «исправить» диффузионное приближение и получить вдали от границы ( $x \leq R - \lambda_{tr}$ ) совпадение решений уравнений диффузии с интегральным. Область, где при правильно поставленных граничных условиях имеет место совпадение решений, называют *асимптотической*, а граничное условие (4.7.12) с вычислением  $R_0$  по (4.7.14) — *эффективным граничным условием*.

Длина линейной экстраполяции  $d$  зависит от свойств среды, граничащей с вакуумом, и кривизны поверхности. Полученные выше соотношения, как уже указывалось, справедливы для слабопоглощающей среды ( $\Sigma_a \ll \Sigma_s$  и  $\lambda_{str} \approx \lambda_{tr}$ ) и плоской поверхности. Если поглощение нейтронов в среде увеличивается, то величина  $d$  также увеличивается (рис. 4.6).

Так как из вакуума в среду нейтроны не летят, то мы можем его заменить идеально поглощающей средой, в которой сечение поглощения равно полному сечению, а сечение рассеяния равно нулю. Поэтому результаты, полученные для границы с вакуумом, естественным образом могут быть перенесены на границу с «черным» телом. Эффективное граничное условие на границе с черным телом ( $x=R$ ) обычно записывают в виде

$$\xi = \frac{d}{\lambda_{tr}} = - \sum_{tr} \left[ \frac{\Phi}{d\Phi/dx} \right]_{x=R}. \quad (4.7.15)$$

Для тела конечного размера, в котором диффундируют нейтроны, длина линейной экстраполяции  $d$  увеличивается при уменьшении радиуса кривизны тела. В предельном случае, когда радиус кривизны стремится к нулю,

$$d = (4/3)\lambda_{tr}. \quad (4.7.16)$$

Покажем это. Рассмотрим бесконечно тонкий абсолютно поглощающий стержень, окруженный слабопоглощающей средой. При этом условии уравнение диффузии точно всюду, поскольку тонкий стержень не нарушает изотропии углового распределения нейтронов. Односторонний ток нейтронов, падающий в этом случае на тело с поверхностью  $F$ , равен  $F\Phi/4$  [см. (4.4.8)]. Этот ток полностью поглощается стержнем. Скорость поглощения, вычисленная в диффузионном приближении, равна произведению площади поверхности  $F$  на плотность диффузионного тока  $I = -D\nabla\Phi$ . Приравняв эти два выражения, находим, что  $-\Phi/\nabla\Phi = 4D$ . Подставляя вместо  $D$  его значение из (4.4.13), получаем:

$$d = (4/3)\lambda_{tr} \text{ или } \xi = 4/3.$$

Таким образом, длина линейной экстраполяции, измеренная в единицах  $\lambda_{tr}$ , меняется от 4/3 для сферы или цилиндра с радиусом кривизны  $R \rightarrow 0$  до 0,7104 для плоской границы ( $R \rightarrow \infty$ ). На рис. 4.7 представлена зависимость параметра  $\xi$  от величины  $R/\lambda_{tr}$ , где  $R$  — характерный размер черного тела, а  $\lambda_{tr}$  — транспортная длина нейтронов в окружающей среде, определенная выражением (4.3.9).

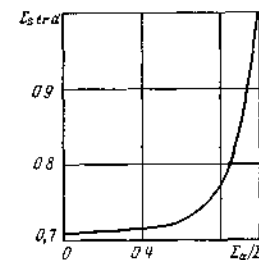


Рис. 4.6 Зависимость длины линейной экстраполяции от отношения  $\Sigma_a/\Sigma_t$

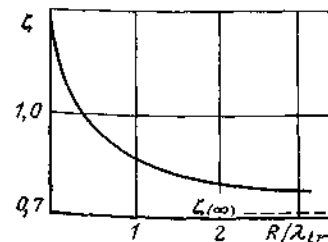


Рис. 4.7 Зависимость длины линейной экстраполяции, измеренной в единицах  $\lambda_{tr}$ , на поверхности черного тела от отношения  $R/\lambda_{tr}$  [ $\xi(\infty) = 0,7104$  есть значение  $\xi$  при  $R/\lambda_{tr} \rightarrow \infty$ ]

В заключение отметим, что поток нейтронов на экстраполированной границе в действительности не равен нулю. Реальный поток нейтронов обращается в нуль лишь на бесконечности. Введение экстраполированной границы, на которой поток нейтронов обращается в нуль (4.7.12), это лишь формальный математический прием, используемый при решении уравнения диффузии.

#### § 4.8. Решение уравнения диффузии в средах с точечным источником

**Бесконечная однородная среда.** Найдем поле моноэнергетических нейтронов, генерируемых в бесконечной однородной среде точечным изотропным источником с постоянной во времени скоростью генерации  $S_T$ , нейтр/с, расположенным в начале координат. Уравнение диффузии во всем объеме среды, кроме точки  $r=0$ , есть

$$D\Delta\Phi(r) - \Sigma_a\Phi(r) = 0. \quad (4.8.1)$$

Ввиду сферической симметрии задачи и однородности среды уравнение (4.8.1) удобно записать в форме

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi}{dr} \right) - \kappa^2 \Phi = 0, \quad (4.8.2)$$

где

$$\kappa^2 = \Sigma_a/D, \quad (4.8.3)$$

— параметр, определяющий свойства среды

Условия задачи сформулируем следующим образом:

- 1) поток нейтронов ограничен;
- 2) полное число нейтронов, поглощаемых в единицу времени, равно скорости их генерации (условие баланса для стационарной задачи), т. е.

$$\int_0^\infty \Sigma_a \Phi(r) dV = S_T. \quad (4.8.4)$$

Для упрощения формы уравнения (4.8.2) сделаем подстановку  $\Phi = u/r$  и приведем его к виду

$$d^2u/dr^2 - \kappa^2 u = 0 \quad (4.8.5)$$

Общее решение уравнения (4.8.5) есть

$$u(r) = C_1 \exp(-\kappa r) + C_2 \exp(+\kappa r).$$

Соответственно для  $\Phi(r)$

$$\Phi(r) = C_1 (1/r) \exp(-\kappa r) + C_2 (1/r) \exp(+\kappa r). \quad (4.8.6)$$

Из условия 1 следует, что  $C_2 = 0$ . Тогда

$$\Phi(r) = C_1 (1/r) \exp(-\kappa r). \quad (4.8.7)$$

Для определения константы  $C_1$  воспользуемся вторым условием (4.8.4). Подставляя в него выражение для потока (4.8.7), имеем

$$C_1 \int_0^\infty \frac{\exp(-\kappa r)}{r} \Sigma_a dV = S_T.$$

Вычисляя интеграл, получаем  $C_1 = S_T/(4\pi D)$  и

$$\Phi(r) = \frac{S_T}{4\pi D r} \exp(-\kappa r). \quad (4.8.8)$$

В природе не существует точечных источников конечного размера. Поэтому полученное решение при  $r \rightarrow 0$  не имеет физического смысла. По формуле (4.8.8) можно рассчитать распределение потока нейтронов во всем пространстве, кроме точки  $r=0$ , в которой размещен источник. Однако напомним, что вблизи источника диффузионное приближение не дает правильного результата, так как не выполняется условие (4.4.4). Сравнение с точным решением (например, с решением уравнения Пайерлса) показывает, что хотя поток нейтронов и стремится к бесконечности при  $r \rightarrow 0$ , все же диффузионное приближение значительно занижает его значение в окрестности источника.

Полученное выражение для потока нейтронов (4.8.8) можно представить в более общем виде, если источник нейтронов расположен не в начале координат, а в любой точке пространства  $r'$ :

$$\Phi(r, r') = \frac{S_T}{4\pi D |r - r'|} \exp(-\kappa |r - r'|). \quad (4.8.9)$$

Функция

$$G_T(r - r') = \frac{\exp(-\kappa |r - r'|)}{4\pi D |r - r'|} \quad (4.8.10)$$

называется *диффузионной функцией влияния точечного источника*. Она имеет следующий физический смысл: это поток нейтронов в точке  $r$ , обусловленный наличием в точке  $r'$  точечного источника, испускающего 1 нейтрон за 1 с. Выражение (4.8.10) иногда называют также «точечным» диффузионным ядром.

**Конечная однородная среда.** В качестве примера рассмотрим случай, когда точечный источник со скоростью генерации  $S_T$  расположен в центре сферы радиусом  $R$ . Совместим начало координат с центром сферы и найдем распределение потока нейтронов, воспользовавшись полученным ранее общим решением (4.8.6).

Для определения одной из постоянных имеем условие обращения потока нейтронов в нуль на экстраполированном радиусе сферы  $R_0$ :

$$C_1 (1/R_0) \exp(-\kappa R_0) + C_2 (1/R_0) \exp(+\kappa R_0) = 0.$$

Отсюда

$$C_2 = C_1 \exp(-2\kappa R_0) \text{ и } \Phi(r) = C_1 \frac{\exp(-\kappa r)}{r} [1 - \exp(-2\kappa(R_0 - r))]. \quad (4.8.11)$$

Чтобы найти  $C_1$ , воспользуемся условием

$$\lim_{r \rightarrow 0} 4\pi r^2 J = S_T.$$

Смысл этого условия очевиден — ток нейтронов через сферу, как угодно близко охватывающую источник, равен скорости генерации этого источника. Поскольку  $J = -D \nabla \Phi$ , то, дифференцируя выражение (4.8.11) по  $r$  и устремляя  $r \rightarrow 0$ , находим

$$C_1 = S_T / 4\pi D [1 - \exp(-2\kappa R_0)].$$

Окончательно

$$\Phi(r) = \frac{S_T \exp(-\kappa r)}{4\pi D r} \frac{1 - \exp[-2\kappa(R_0 - r)]}{1 - \exp(-2\kappa R_0)}.$$

Отличие от полученного ранее выражения для потока нейтронов в бесконечном пространстве (4.8.8) учитывается вторым множителем. Этот множитель способствует ускорению спада потока нейтронов в конечном объеме по сравнению с бесконечным.

#### § 4.9. Принцип суперпозиции источников. Метод функции Грина

В § 4.8 был определен поток нейтронов, обусловленный одним точечным источником. Вычислим теперь поток для любого распределения стационарных источников в бесконечной среде, начав со случая двух точечных источников со скоростями генерации  $S_{T1}$  и  $S_{T2}$ , расположенных соответственно в точках  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$ . Поток нейтронов в точке  $\mathbf{r}$ , вызванный любым из этих источников,

$$\Phi_i(\mathbf{r}) = \frac{S_{Ti} \exp(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| \kappa)}{4\pi D |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|} \quad (i=1, 2)$$

Поскольку плотность нейтронов мала, можно пренебречь их взаимодействием между собой и полный поток в любой точке вычислить, используя принцип суперпозиции источников:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \Phi_1(\mathbf{r}) + \Phi_2(\mathbf{r}).$$

Этот вывод можно распространить на любое число источников. Так, для  $N$  точечных источников со скоростями генерации  $S_{Ti}$ , расположенных в точках  $\mathbf{r}_i$ , поток в любой точке  $\mathbf{r}$  бесконечной среды

$$\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{S_{Ti} \exp(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| \kappa)}{4\pi D |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|} \quad (4.9.1)$$

Переходя теперь от дискретных источников к непрерывным, имеем:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \int_{\infty} \frac{S(\mathbf{r}') \exp(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \kappa)}{4\pi D |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}', \quad (4.9.2)$$

где  $S(\mathbf{r}')$  — распределение источников, нейтр/(см<sup>3</sup>·с). Из выражения (4.9.2) следует, что поток нейтронов  $\Phi(\mathbf{r})$  в бесконечной однородной среде выражается через диффузионную функцию влияния (4.8.10), которая представляет собой функцию Грина для уравнения диффузии.

Таким образом, применяя функцию влияния, мы свели задачу о нахождении потока нейтронов от протяженного источника к простой квадратуре вида (4.9.2), которую перепишем следующим образом:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \int_{\infty} S(\mathbf{r}') G_T(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (4.9.3)$$

Функция влияния  $G_T(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  зависит от свойств среды, в которой перемещаются нейтроны, и от вида уравнения, описывающего этот процесс. Заменяя диффузионную функцию влияния

(4.8.10) более точной функцией, полученной, например, из решения интегрального уравнения Пайерлса (4.6.3), можно повысить и точность выражения (4.9.3).

Следовательно, интегральное выражение (4.9.3) дает в принципе возможность вычислить поток нейтронов при любом распределении источников и в любом приближении. В качестве примера получим таким способом выражение для потока нейтронов от плоского источника, размещенного в плоскости  $yz$  ( $x=0$ ). Представим этот источник как совокупность точечных, и пусть  $S_n$  есть число нейтронов, генерируемых в единицу времени единицей площади поверхности. Используем для выкладки  $\delta$ -функцию Дирака, которая по определению всюду равна нулю, кроме точки  $x=0$ , а в этой точке она обращается в бесконечность так, что

$$\int_a^b \delta(x) dx = 1$$

[[ $a, b$ ] — любой интервал, охватывающий точку  $x=0$ ]. Важное свойство  $\delta$ -функции состоит в том, что для любой гладкой функции

$$\int_a^b f(x) \delta(x) dx = f(0),$$

где  $f(0)$  — значение  $f$  при  $x=0$ . Запишем поверхностную скорость генерации нейтронов источника следующим образом:

$$S_n(x) = \delta(x) S_n.$$

Используя свойства  $\delta$ -функции, получаем:

$$\Phi(x) = \frac{S_n}{4\pi D} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\kappa \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dy dz.$$

Для вычисления интеграла перейдем к полярным координатам

$$\Phi(x) = \frac{S_n}{4\pi D} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\kappa \sqrt{x^2 + \rho^2})}{\sqrt{x^2 + \rho^2}} \rho d\rho,$$

где  $\rho^2 = y^2 + z^2$ . Вводя новую переменную  $t = \sqrt{x^2 + \rho^2}$ , получаем, что

$$\Phi(x) = \frac{S_n}{2D} \int_{|x|}^{\infty} \exp(-\kappa t) dt = \frac{S_n}{2\kappa D} \exp(-\kappa |x|). \quad (4.9.4)$$

Используя принцип суперпозиции, можно получить формулы и для других протяженных источников. В табл. 4.1 приведены распределения потока нейтронов в бесконечных средах с источниками различной геометрии.

Таблица 4.1. Распределение потока нейтронов в бесконечных средах с источниками различной геометрии

Геометрия источника	Нормировка мощности источника	Поток нейтронов на расстоянии $r$ от источника
Точечный	$S_T$ , нейтр/с	$\Phi(r) = \frac{S_T \exp(-\kappa r)}{4\pi D r}$
Плоский	$S_P$ , нейтр/(см <sup>2</sup> ·с)	$\Phi(r) = \frac{S_P \exp(-\kappa r )}{2\kappa D}$
Нитевидный	$S_L$ , нейтр/(см·с)	$\Phi(r) = \frac{S_L K_0(\kappa r)^*}{2\pi D}$

\*  $K_0(\kappa r)$  — модифицированная функция Бесселя

#### § 4.10. Замена интегрального уравнения системой алгебраических

Замена уравнения Пайерлса уравнением диффузии — единственный способ упростить задачу и свести точное уравнение к виду, который сравнительно легко поддается решению. Наметим еще один путь замены уравнения Пайерлса его приближенным эквивалентом, сведя интегральное уравнение к системе алгебраических. Пусть имеется объем  $V$ , который может быть разделен на  $L$  зон таким образом, что в пределах каждой зоны сечения остаются постоянными. Обозначая  $V_i$  объем  $i$ -й зоны ( $i=0, 1, 2, \dots, L-1$ ), заменяем интеграл по всему объему  $V$  в правой части уравнения (4.6.5) суммой интегралов по объемам  $V_i$ :

$$\Phi(r) = \sum_{i=0}^{L-1} \int_{V_i} d\mathbf{r}' [\Sigma_{si}\Phi(r') + S(r')] K(r, r') \quad (4.10.1)$$

где  $S(r')$  — объемная скорость генерации нейтронов;  $K(r, r')$  определяется выражением (4.6.6).

Умножим обе части равенства (4.10.1) на  $\Sigma_{tj}$ , где  $\Sigma_{tj}$  — полное сечение взаимодействия нейтрона с ядром зоны  $j$ , и результат проинтегрируем по объему  $V_j$ , изменив при этом порядок интегрирования:

$$\begin{aligned} \Sigma_{tj} \int_{V_j} \Phi(r) d\mathbf{r} = \sum_{i=0}^{L-1} \left[ \Sigma_{si} \int_{V_i} d\mathbf{r}' \Phi(r') \int_{V_j} \Sigma_{tj} K(r, r') d\mathbf{r} + \right. \\ \left. + \int_{V_i} d\mathbf{r}' S(r') \int_{V_j} \Sigma_{tj} K(r, r') d\mathbf{r} \right]. \end{aligned} \quad (4.10.2)$$

Введя средние по зонам значения потока и объемные скорости генерации нейтронов

$$\bar{\Phi}_i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \Phi(r') d\mathbf{r}';$$

$$\bar{S}_i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} S(r') d\mathbf{r}',$$

вычислим число столкновений  $\Sigma_{tj}\bar{\Phi}_i V_j$  в объеме  $V_j$ . Для этого первый интеграл в правой части (4.10.2) умножим и разделим на  $\int_{V_i} \Phi(r') d\mathbf{r}'$ , а второй — на  $\int_{V_i} S(r') d\mathbf{r}'$ . Тогда

$$\Sigma_{tj} V_j \bar{\Phi}_i = \sum_{i=0}^{L-1} V_i [\Sigma_{si} \bar{\Phi}_i P_{ij}^\Phi + \bar{S}_i P_{ij}^S], \quad (4.10.3)$$

где

$$P_{ij}^\Phi = \frac{\int_{V_i} d\mathbf{r}' \Phi(r') \int_{V_j} \Sigma_{tj} K(r, r') d\mathbf{r}}{\int_{V_i} \Phi(r') d\mathbf{r}'};$$

$$P_{ij}^S = \frac{\int_{V_i} d\mathbf{r}' S(r') \int_{V_j} \Sigma_{tj} K(r, r') d\mathbf{r}}{\int_{V_i} S(r') d\mathbf{r}'}.$$

До сих пор преобразования не нарушали точности исходного уравнения, однако поскольку  $\Phi(r)$  и  $S(r)$  неизвестны, вычислить  $P_{ij}^\Phi$  и  $P_{ij}^S$  невозможно. Поэтому для получения практически важных результатов необходимо сделать упрощающие предположения относительно распределения источников и потока нейтронов в пространстве. Самое простое из них состоит в том, что  $\Phi$  и  $S$  внутри объемов  $V_i$  не зависят от координат. Тогда

$$\begin{aligned} P_{ij}^\Phi = P_{ij}^S = P_{ij} = \frac{\Sigma_{tj}}{V_i} \int_{V_i} d\mathbf{r}' \times \\ \times \int_{V_j} \frac{\exp \left[ -\int_0^R \Sigma_t(\mathbf{r} - \mathbf{R}'\Omega) dR' \right]}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (4.10.4)$$

и уравнение (4.10.3) примет вид

$$\Sigma_{tj} \Phi_j V_j = \sum_{i=0}^{L-1} V_i P_{ij} [\Sigma_{si} \bar{\Phi}_i + \bar{S}_i]. \quad (4.10.5)$$

Аналогично можно вывести уравнения для других зон, т. е. получить систему  $L$  алгебраических уравнений. Точность этой си-

стемы и ее эквивалентность исходному уравнению полностью определяются точностью предположения о независимости потоков и распределения источников от координат.

Сформулируем условие справедливости этого предположения. Для этого удобно ввести понятие средней хорды  $i$ -й зоны  $\bar{l}_i$ . По определению  $\bar{l}_i$  есть средний путь, проходимый нейтроном в  $i$ -й зоне при отсутствии в ней рассеяния и поглощения. Таким образом,  $\bar{l}_i$  есть чисто геометрическая характеристика, не зависящая от состава зоны. Получим формулу для  $\bar{l}_i$ . Для этого рассмотрим бесконечную однородную среду, в которой сечение рассеяния  $\Sigma_s = 0$ , а сечение поглощения  $\Sigma_a \rightarrow 0$ . Выделим в ней объем  $V_i$ , ограниченный площадью поверхности  $F$ , и подсчитаем скорость поглощения нейтронов в этом объеме. С одной стороны,  $R_{ai} = V_i \Sigma_a \Phi$ , с другой [см. (4.3.4) и (4.4.8)]  $R_{ai} = [1 - \exp(-\Sigma_a \bar{l}_i)] (\Phi F / 4)$ . Приравняв эти выражения для  $R_a$  и ограничиваясь линейным членом разложения экспоненты в ряд, получаем:

$$\bar{l}_i = 4V_i / F. \quad (4.10.6)$$

Используя понятие  $\bar{l}_i$ , нетрудно сформулировать условие справедливости предположения о независимости потоков и распределения источников от координат:

$$\tau_i = \Sigma_i \bar{l}_i \leq 1, \quad (4.10.7)$$

где  $\tau_i$  — оптическая толщина  $i$ -й зоны (4.6.7).

Действительно, чем меньше оптическая толщина каждой зоны, тем точнее система уравнений. В пределе, при стремлении к нулю оптической толщины наибольшей зоны, система точна. Реальные размеры зон, обеспечивающие справедливость сделанных предположений, могут колебаться в зависимости от характера задачи (значений градиентов), однако условие (4.10.7) всегда обеспечивает приемлемую точность. Очевидно, что если для какой-либо реальной зоны с постоянным сечением это условие не выполняется, ничто (за исключением роста объема вычислений) не мешает разбить ее на части достаточно малой оптической толщины.

Выражение (4.10.4) для величин  $P_{ij}$  можно также получить непосредственно из физических соображений. Для этого рассмотрим две зоны  $i$  и  $j$  и определим вероятность для нейтрона, родившегося в зоне  $j$  от однородных и изотропных источников, испытать свое первое столкновение в зоне  $i$ . В случае изотропных источников нейтрон, начинающий движение в зоне  $i$  из точки  $\mathbf{r}'$ , достигнет точки  $\mathbf{r}$  зоны  $j$  и испытает столкновение в объеме  $d\mathbf{r}$  с вероятностью

$$\frac{\Sigma_i d\mathbf{r}}{4\pi R_{12}^2} \exp(-\widetilde{\Sigma}_i R_{12}),$$

где  $R_{12} = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ ;  $\widetilde{\Sigma}_i R_{12}$  — полная оптическая толщина при движении нейтрона от точки  $\mathbf{r}'$  до точки  $\mathbf{r}$ .

Вероятность того, что нейтрон испытает свое первое столкновение в объеме  $V_j$ , равна:

$$\Sigma_{ij} \int_{V_j} \frac{\exp(-\widetilde{\Sigma}_i R_{12})}{4\pi R_{12}^2} d\mathbf{r}.$$

Очевидно, что среднее значение последнего выражения, взятое по объему  $V_i$ , представляет собой вероятность для нейтрона, начинающего движение из зоны  $i$ , испытать первое столкновение в зоне  $j$ :

$$\begin{aligned} P_{ij} &= \frac{\Sigma_{ij} \int_{V_i} d\mathbf{r}' \int_{V_j} \frac{\exp(-\widetilde{\Sigma}_i R_{12})}{4\pi R_{12}^2} d\mathbf{r}}{\int_{V_i} d\mathbf{r}'} = \\ &= \frac{\Sigma_{ij}}{V_i} \int_{V_i} d\mathbf{r}' \int_{V_j} \frac{\exp(-\widetilde{\Sigma}_i R_{12})}{4\pi R_{12}^2} d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (4.10.8)$$

Последнее выражение полностью совпало с (4.10.4). Отсюда следует, что  $P_{ij}$  есть вероятность для нейтрона, родившегося в области  $i$  от однородных и изотропных источников, испытать свое первое столкновение в области  $j$ . Поэтому система уравнений (4.10.5) представляет собой так называемые уравнения метода вероятностей первых столкновений для решения задач пространственного распределения нейтронов.

Таким образом, при определенных допущениях установлена связь между интегральным уравнением Пайерлса и методом вероятностей первых столкновений. Заметим, что соотношение (4.10.5) можно получить не только из уравнения Пайерлса, но и непосредственно из соображений баланса нейтронов в конечных объемах  $V_i$ . В самом деле, левая часть равенства (4.10.5) есть полное число столкновений нейтронов с ядрами зоны  $j$ . В правой части равенства произведение  $V_i \Sigma_{ij} \Phi_i$  представляет собой число нейтронов, испытавших рассеяние в зоне  $i$ , а  $V_i \Sigma_i$  — число нейтронов, испущенных источником той же зоны. Если число рассеявшихся нейтронов и число нейтронов источника умножить на вероятность  $P_{ij}$  и сложить, получится полное число нейтронов, испытавших столкновение с ядрами в зоне  $j$ .

Однако привлечение уравнения Пайерлса для получения соотношения (4.10.5) позволяет высчитать пределы применимости этого выражения для расчета средних потоков нейтронов.



#### § 4.11. Скорость взаимодействия в случае немоноэнергетических нейтронов

Выше мы рассматривали диффузию моноэнергетических нейтронов. В общем случае, когда нейтроны обладают различными энергиями и их плотность зависит от координат, скорость взаимодействия вида  $i$  в точке  $\mathbf{r}$  для нейтронов со скоростью  $v$  есть

$$R_i(v, \mathbf{r}) = n(v, \mathbf{r}) v \sigma_i(v) N, \quad (4.11.1)$$

где  $n(v, \mathbf{r})$  — плотность нейтронов со скоростью  $v$  в точке с координатой  $\mathbf{r}$ . Чтобы перейти к односкоростному описанию нейтронов некоторого конечного интервала скоростей  $\Delta v$ , проинтегрируем выражение (4.11.1) по этому интервалу:

$$R_i(\mathbf{r}) = \int_{\Delta v} R_i(v, \mathbf{r}) dv = N \int_{\Delta v} n(v, \mathbf{r}) v \sigma_i(v) dv.$$

Пусть

$$n(\mathbf{r}) = \int_{\Delta v} n(v, \mathbf{r}) dv \quad (4.11.2)$$

— плотность нейтронов со скоростями от  $v$  до  $v + \Delta v$ . Тогда

$$R_i(\mathbf{r}) = N n(\mathbf{r}) \frac{\int_{\Delta v} n(\mathbf{r}, v) v \sigma_i(v) dv}{\int_{\Delta v} n(\mathbf{r}, v) dv}. \quad (4.11.3)$$

Предположим, что отношение интегралов в правой части формулы (4.11.3) слабо зависит от координаты  $\mathbf{r}$ . Это предположение выполняется (при должном выборе интервала интегрирования) в большом числе задач и соответствует практически полному разделению переменных  $\mathbf{r}$  и  $v$  в функции  $n(\mathbf{r}, v)$ :

$$n(\mathbf{r}, v) = n(\mathbf{r}) n(v). \quad (4.11.4)$$

Тогда

$$R_i(\mathbf{r}) = N n(\mathbf{r}) \bar{\sigma}_i \bar{v}. \quad (4.11.5)$$

Здесь

$$\bar{\sigma}_i = \frac{\int_{\Delta v} n(v) v \sigma_i(v) dv}{\int_{\Delta v} n(v) v dv} \quad (4.11.6)$$

— усредненное по потоку  $\Phi(v) = n(v) v$  эффективное сечение, а

$$\bar{v} = \frac{\int_{\Delta v} n(v) v dv}{\int_{\Delta v} n(v) dv} \quad (4.11.7)$$

— усредненная по спектру скорость нейтронов.

Произведение плотности нейтронов  $n(\mathbf{r})$  на среднюю скорость  $\bar{v}$  будем называть односкоростным потоком нейтронов

$$\Phi(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}) \bar{v} \quad (4.11.8)$$

Обычно, говоря об односкоростных (моноэнергетических) нейтронах, имеют в виду группу, для которой введены средняя скорость и средние сечения, соответствующие определенному интервалу энергий. Там, где это не вызывает недоумений, знаки усреднения опускают. Ширина энергетического интервала зависит от закона изменения сечения с энергией. Если сечение меняется слабо, то ширина может быть выбрана достаточно большой. Наоборот, если сечения меняются резко (например, в резонансной области), то надо либо вводить узкие энергетические интервалы, либо так усреднять сечения, чтобы в результате получить правильные значения  $R_i(\mathbf{r})$  (способы усреднения резонансных сечений, сохраняющие правильное число актов взаимодействия, описаны в гл. 5). Сечение поглощения в тепловой области обычно меняется по закону  $1/v$ . Поэтому

$$\sigma_a(v) = \sigma_a^0 v_0/v \quad (4.11.9)$$

и

$$R_a(\mathbf{r}) = N n(\mathbf{r}) \sigma_a^0 v_0, \quad (4.11.10)$$

где  $\sigma_a^0$  — табличное значение сечения поглощения нейтронов со скоростью  $v_0$ .

Если речь идет о рассеянии, то, как правило,  $\sigma_s(v) = \sigma_s^0 = \text{const}$  и

$$R_s(\mathbf{r}) = N n(\mathbf{r}) \sigma_s^0 \bar{v} \quad (4.11.11)$$

( $\sigma_s^0$  — табличное значение сечения рассеяния).

#### § 4.12. Длина диффузии

Поведение тепловых нейтронов представляет для нас особый интерес. Поэтому последующее рассмотрение будет относиться именно к интервалу энергий этих нейтронов, причем будут использованы результаты, полученные ранее для моноэнергетических нейтронов. Выведенные выше соотношения для потока нейтронов позволяют определить средний квадрат смещения теплового нейтрона в процессе его диффузии от момента рождения до поглощения.

Рассмотрим точечный изотропный источник тепловых нейтронов, расположенный в начале координат однородной среды. Тогда скорость поглощения в элементе объема  $dV$  равна  $\Sigma_a \Phi(r) dV$ , где  $\Sigma_a$  — усредненное по тепловой области макроскопическое сечение поглощения рассматриваемой среды, а  $\Phi(r)$  — поток тепловых нейтронов на расстоянии  $r$  от источника. Вероятность для нейтрона поглотиться в объеме  $dV$  есть

$$\Sigma_a \Phi(r) dV / \int_V \Sigma_a \Phi(r) dV.$$

Очевидно, что в бесконечной среде средний квадрат смещения нейтрона от источника до места его поглощения

$$\bar{r}^2 = \int_0^\infty r^2 \Sigma_a \Phi(r) dV \bigg/ \int_0^\infty \Sigma_a \Phi(r) dV. \quad (4.12.1)$$

Подставив в выражение (4.12.1) вместо потока  $\Phi(r)$  его значение для точечного источника (4.8.8), получим:

$$\begin{aligned} \bar{r}^2 &= \frac{\int_0^\infty r^2 \Sigma_a \frac{S_r}{4\pi D r} \exp(-\kappa r) 4\pi r^2 dr}{\int_0^\infty \Sigma_a \frac{S_r}{4\pi D r} \exp(-\kappa r) 4\pi r^2 dr} = \\ &= \frac{\int_0^\infty r^3 \exp(-\kappa r) dr}{\int_0^\infty r \exp(-\kappa r) dr} = \frac{6}{\kappa^2}. \end{aligned} \quad (4.12.2)$$

Длина диффузии  $L$  нейтронов в среде определяется как величина, обратная  $\kappa$ , т. е.

$$L \equiv 1/\kappa = \sqrt{D/\Sigma_a}. \quad (4.12.3)$$

Следовательно, согласно (4.12.2), имеем:

$$L^2 = \bar{r}^2/6, \quad (4.12.4)$$

т. е. квадрат длины диффузии в случае точечного источника есть 1/6 среднего квадрата расстояния по прямой, на которое смещается нейтрон от точки, где он стал тепловым, до места его поглощения.

Длина диффузии определяется основными характеристиками среды: коэффициентом диффузии  $D$  и сечением поглощения  $\Sigma_a$ . Выше указывалось, что коэффициент диффузии  $D$  можно рассчитывать по формуле (4.4.13). Поэтому, используя связь  $D$  с  $\lambda_{tr}$ , имеем:

$$L^2 = \lambda_{tr} \lambda_a / 3 = (3 \Sigma_{tr} \Sigma_a)^{-1}. \quad (4.12.5)$$

Естественно, что формула (4.12.3) для расчета длины диффузии более общая, нежели (4.12.5). Из выражений (4.12.4) и (4.12.5) при условии, что  $\lambda_s \ll \lambda_a$ , следует формула (4.1.4).

Т а б л и ц а 4.2. Длина диффузии тепловых нейтронов  $L$  и длины  $\lambda_a$ ,  $\lambda_s$  и  $\lambda_{s tr}$  для различных сред при энергии нейтронов 0,0253 эВ

Среда	Плотность, г/см <sup>3</sup>	$L$ , см	$\lambda_a$ , см	$\lambda_s$ , см	$\lambda_{s tr}$ , см
Легкая вода	1,0	2,72	51,6	0,29	0,43
Тяжелая вода*	1,1	107	14 260	2,13	2,41
Графит	1,65	52,5	3076	2,54	2,69
<sup>238</sup> U	18,7	2,23	7,80	2,54	2,55
Бор (естественный)	2,45	0,006	0,0092	1,83	1,95
Кадмий	8,65	0,009	0,0088	3,08	3,10
<sup>235</sup> U	18,7	0,017	0,03	2,09	2,096

\* С примесью 0,25 % легкой воды.

В табл. 4.2 приведены значения длин диффузии тепловых нейтронов в различных средах и длины свободного пробега нейтронов с энергией 0,0253 эВ до поглощения  $\lambda_a$  и до рассеяния без учета и с учетом анизотропии ( $\lambda_s$  и  $\lambda_{s tr}$ ). Как видно, длина диффузии в первую очередь определяется поглощающими свойствами среды. Так, тяжелая вода из-за весьма малого поглощения нейтронов имеет очень большую длину диффузии (107 см). Такие вещества, как бор и кадмий, обладают очень большим поглощением, и в связи с этим длина  $L$  в этих средах меньше 0,01 см. Поэтому бор и кадмий применяются в ядерных реакторах только как поглотители нейтронов. В слабопоглощающих средах ( $\lambda_a \gg \lambda_{tr}$ ) длина диффузии, которую можно представить в виде

$$L = \lambda_{tr} \sqrt{\lambda_a / (3 \lambda_{tr})}, \quad (4.12.6)$$

значительно превосходит транспортную длину свободного пробега. Это означает, что в таких средах смещение нейтрона по прямой в среднем существенно превышает расстояние между двумя последовательными столкновениями.

Длина диффузии в бесконечной среде с плоским источником играет роль длины релаксации, т. е. длины, на которой поток нейтронов уменьшается в  $e$  раз. Это следует из табл. 4.1, если  $\kappa$  заменить  $L$ .

**Зависимость квадрата длины диффузии от температуры.** Рассмотрим, как зависит величина  $L^2$  от температуры в случае, когда микроскопическое сечение поглощения меняется по закону  $1/v$  (4.11.9), а транспортное остается постоянным. Выражая макроскопическое сечение поглощения при температуре  $T(\Sigma_a^T)$  через значение  $\Sigma_a^0$ , отнесенное к температуре  $T_0$ , находим, что

$$\Sigma_a^T = \Sigma_a^0 \frac{v_T}{v_0} \sqrt{\frac{T_0}{T}}.$$

Соответственно для транспортного сечения имеем  $\Sigma_{tr}^T = \Sigma_0^T \gamma_T / \gamma_0$  ( $\gamma_T$  и  $\gamma_0$  — значения плотностей при температурах  $T$  и  $T_0$ ). Подставляя полученные выражения для  $\Sigma_a^T$  и  $\Sigma_{tr}^T$  в (4.12.5), получаем

$$L_T^2 = \frac{1}{3 \Sigma_{tr}^T \Sigma_a^T} = L_{T0}^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_T} \right)^2 \sqrt{\frac{T}{T_0}}. \quad (4.12.7)$$

Видно, что длина диффузии нейтронов увеличивается с ростом температуры. Особенно велик этот эффект для тех веществ, у которых имеется сильная зависимость их плотности от температуры. Заметим, что формула (4.12.7) несправедлива для воды, так как  $\Sigma_{tr}^{H_2O}$  существенно зависит от энергии нейтронов (см., например, рис. 2.17) \*

Кроме длины диффузии вводятся и другие характеристики тепловых нейтронов — уже рассмотренные нами ранее длины  $\lambda_a$ ,  $\lambda_s$ ,  $\lambda_{tr}$ , а также время диффузии. Под временем диффузии  $t_{диф}$  понимается время жизни теплового нейтрона, т. е.

$$t_{диф} = \lambda_a / \bar{v}. \quad (4.12.8)$$

Значения  $t_{диф}$  для чистых замедлителей и в типичных разнотемпературных средах приводятся в § 6.8.

## Глава 5

### ЗАМЕДЛЕНИЕ НЕЙТРОНОВ В БЕСКОНЕЧНЫХ СРЕДАХ

#### § 5.1. Модель замедления

В ядерном реакторе источником нейтронов служит инициированная нейтронами же реакция деления тяжелых ядер. При их делении образуются быстрые нейтроны, распределение которых по энергии описано в § 3.6. Быстрые нейтроны постепенно отдают свою энергию (замедляются) в результате упругих и неупругих взаимодействий с ядрами. Замедление приводит в конечном счете к тому, что все нейтроны становятся тепловыми.

На протяжении большей части процесса замедления кинетическая энергия нейтронов значительно превышает как кинетическую энергию теплового движения атомов замедлителя, так и энергию их связи в молекуле или кристаллической решетке. При этом можно не учитывать ни собственного движения рас-

сеивающих ядер, ни молекулярных и химических связей в замедлителе и считать рассеивающее ядро неподвижным и свободным. Такая модель справедлива при энергиях нейтронов выше  $\sim 1$  эВ. Будем рассматривать простейшую элементарную теорию замедления, в которой предполагается, что во всем энергетическом интервале от 1 эВ до 10 МэВ нейтроны теряют свою энергию только в результате упругого сферически симметричного рассеяния на неподвижных и свободных ядрах.

Простейшее рассмотрение роли теплового движения ядер замедлителя будет приведено в конце следующей главы. Роль химических связей из-за сложности и специфичности задачи рассматриваться не будет.

#### § 5.2. Рассеяние в системе центра инерции

Основные соотношения между энергией, которую теряет нейтрон в акте упругого рассеяния, и углом, на который изменяется направление его движения, — углом рассеяния нетрудно получить из законов сохранения энергии и импульса. Это задача классической механики и решается она введением системы координат  $C$ , связанной с центром инерции ядра и нейтрона, и последующим переходом в лабораторную систему координат  $L$ . Состояния нейтрона и ядра в этих двух системах до и после столкновения показаны на рис. 5.1.

Примем массу покоя нейтрона за единицу \*, а массу рассеивающего ядра будем считать равной  $A$ . По определению в системе  $C$  суммарный импульс нейтрона и ядра равен нулю до столкновения и остается равным нулю после столкновения. Обозначив  $v$  — скорость нейтрона в системе  $L$  до столкновения и  $V_C$  — скорость системы  $C$  относительно системы  $L$ , имеем:

$$1 \cdot (v - V_C) = A V_C,$$

откуда

$$V_C = v / (A + 1). \quad (5.2.1)$$

Пусть в системе  $C$   $v_n$ ,  $v_a$  и  $v'_n$ ,  $v'_a$  — скорости нейтрона и ядра до и после столкновения соответственно. Тогда

$$v_n = v - V_C = A v / (A + 1) \quad (5.2.2)$$

и

$$v'_n = A v'_a. \quad (5.2.3)$$

Закон сохранения энергии в системе  $C$  имеет вид:

$$\frac{1}{2} v_n^2 + \frac{1}{2} A (V_C)^2 = \frac{1}{2} (v'_n)^2 + \frac{1}{2} A (v'_a)^2.$$

\* Формула для расчета квадрата длины диффузии в воде дана при изложении методики физического расчета водо-водяных энергетических реакторов в § 10.6

\* В атомной шкале масс масса покоя нейтрона равна 1,0086650

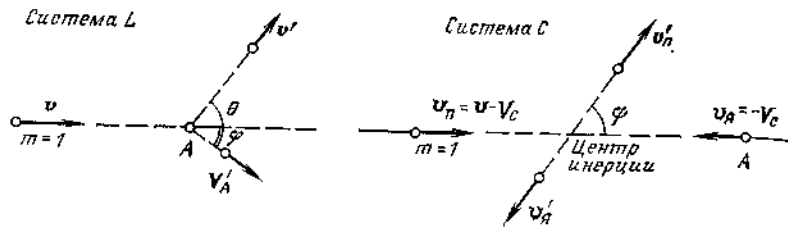


Рис. 5.1. Рассеяние нейтрона в лабораторной системе координат ( $L$ ) и в системе центра инерции ( $C$ )

Подставляя вместо скоростей  $V_C$ ,  $v_n$  и  $v'_n$  выражения, стоящие в правых частях формул (5.2.1)–(5.2.3), находим:

$$v'_A = v/(A+1) \quad (5.2.4)$$

и, следовательно,

$$v'_n = Av/(A+1). \quad (5.2.5)$$

Из полученных результатов следует, что в системе центра инерции скорости нейтрона и ядра до и после столкновения соответственно равны между собой и не зависят от угла  $\psi$ , который называется *углом рассеяния в системе  $C$* . В этой системе нейтрон после столкновения летит с равной вероятностью в любом направлении, т. е. имеет место *изотропия рассеяния*. При рассмотрении углового распределения удобно ввести понятие среднего косинуса угла рассеяния  $\overline{\cos \psi}$ . В случае изотропии

$$\overline{\cos \psi} = \int_{\Omega} \cos \psi d\Omega / \int_{\Omega} d\Omega = 0. \quad (5.2.6)$$

### § 5.3. Рассеяние в лабораторной системе координат

Теперь рассмотрим акт рассеяния в лабораторной системе координат. Скорость нейтрона после столкновения в системе  $L$  (рис. 5.2)

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v}'_n + \mathbf{V}_C. \quad (5.3.1)$$

Используя теорему косинусов, имеем:

$$(v')^2 = V_C^2 + (v'_n)^2 - 2V_C v'_n \cos(\pi - \psi).$$

Подставляя в последнее уравнение значения  $V_C$  и  $v'_n$  из (5.2.1) и (5.2.5), получаем:

$$\left(\frac{v'}{v}\right)^2 = \frac{E'}{E} = \frac{A^2 + 2A \cos \psi + 1}{(A+1)^2}. \quad (5.3.2)$$

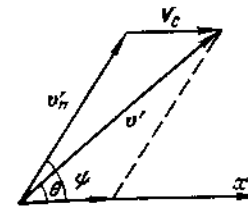


Рис. 5.2. Векторная диаграмма скоростей при столкновении нейтрона с ядром

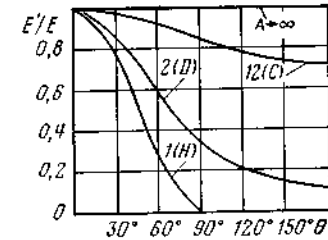


Рис. 5.3. Отношение энергий нейтрона после и до рассеяния в зависимости от угла рассеяния  $\theta$  при различных значениях  $A$

Чтобы установить зависимость отношения скоростей  $v'/v$  от угла рассеяния  $\theta$  в системе  $L$ , спроектируем на первоначальное направление полета нейтрона векторы скоростей нейтрона и центра инерции:

$$v' \cos \theta = v'_n \cos \psi + V_C = v(A \cos \psi + 1)/(A+1). \quad (5.3.3)$$

Из выражений (5.3.2) и (5.3.3) после несложных преобразований найдем искомое отношение скоростей:

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{E'}{E}} = \frac{1}{A+1} [\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta + A^2 - 1}] \quad (5.3.4)$$

(знак «+» перед корнем выбран из физических соображений). На рис. 5.3 иллюстрируется полученная зависимость отношения энергий нейтрона после и до рассеяния от угла рассеяния  $\theta$  при различных значениях  $A$ . Видно, что между углом рассеяния  $\theta$  и отношением энергий нейтрона до и после столкновения существует однозначная связь.

Если нейтрон при рассеянии не изменяет своего первоначального направления ( $\theta=0$ , скользящий удар), то энергия нейтрона при этом не изменяется ( $E'=E$ ). Столкновение, при котором нейтрон меняет направление своего движения на обратное ( $\theta=\pi$ , лобовой удар), приводит к максимальной передаче энергии нейтрона ядру, а отношение энергий принимает минимальное значение, равное:

$$\alpha = \frac{E'_{\min}}{E} = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2. \quad (5.3.5)$$

Исключением является водород. Действительно, как следует из (5.3.4), предельный угол рассеяния на водороде ( $A=1$ ) равен  $\pi/2$ , а отношение  $E'/E = \cos^2 \theta$ . Значение  $\theta=\pi/2$  соответствует полной передаче энергии ядру и остановке нейтрона, т. е.  $\alpha=0$ .

В другом предельном случае ( $A \rightarrow \infty$ ) потеря энергии нейтроном стремится к нулю, т. е.  $E'/E \rightarrow 1$  независимо от угла рассеяния. При заданном угле рассеяния  $\theta$  потеря энергии в одном акте рассеяния тем больше, чем легче ядро.

Приведенный анализ показывает, что в качестве замедлителей в реакторах следует использовать легкие элементы. Рассмотрим потерю энергии  $\Delta E$  в одном акте рассеяния. Эта величина изменяется от нуля до некоторого максимального значения

$$\Delta E_{\max} = E - E'_{\min} = E(1 - \alpha) \quad (5.3.6)$$

и зависит от энергии нейтрона до столкновения и массы ядра-рассеивателя. В то же время относительная потеря энергии при упругом рассеянии нейтрона не зависит от его начальной энергии и составляет определенную долю первоначальной:

$$\Delta E_{\max}/E = 1 - \alpha = 4A/(A+1)^2. \quad (5.3.7)$$

При больших  $A$  ( $A \gg 1$ )

$$E_{\max}/E \approx 4/A. \quad (5.3.8)$$

Параметр  $\alpha$ , как видно из (5.3.5), зависит только от массы ядра-мишени. Для водорода  $\alpha=0$ , и, следовательно, нейтрон при лобовом ударе теряет всю свою кинетическую энергию. Столкновение нейтрона с другими ядрами приводит лишь к частичной потере энергии. Так, в случае углерода ( $A=12$ ) максимально возможная потеря энергии составляет 28%, а урана ( $A=238$ ) — менее 2%. Таким образом, замедлением нейтронов при упругом рассеянии на тяжелых ядрах почти всегда можно пренебречь; об исключениях будем говорить в § 5.13 при рассмотрении резонансного поглощения в бесконечных однородных средах.

Энергетический интервал, определенный выражением (5.3.6), называется *ступенькой замедления*. Нейтрон с начальной энергией  $E$  может после столкновения иметь любую энергию в интервале от  $E$  до  $\alpha E$ . Вероятность для нейтрона с начальной энергией  $E$  замедлиться до энергии  $E' < \alpha E$  равна нулю.

Нетрудно установить связь между углами  $\theta$  и  $\psi$ . Из выражений (5.3.2) и (5.3.3) имеем

$$\cos \theta = \frac{A \cos \psi + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \psi + 1}} = \frac{\cos \psi + 1/A}{\sqrt{1 + \frac{2}{A} \cos \psi + \frac{1}{A^2}}}. \quad (5.3.9)$$

Из последнего соотношения следует, что при  $A \gg 1$

$$\cos \theta \approx \cos \psi \quad \text{и} \quad \theta \approx \psi. \quad (5.3.10)$$

Таким образом, в средах с тяжелыми ядрами рассеяние в лабораторной системе отсчета близко к изотропному. Чем меньше  $A$ , тем заметнее проявляется анизотропия рассеяния. Этот вывод следует также из векторной диаграммы (см. рис. 5.2). Действительно, при уменьшении атомной массы ядра-мишени модуль скорости центра инерции  $V_C$  увеличивается и угол  $\theta$  все больше отличается от угла  $\psi$ . Наибольшая анизотропия имеет место при рассеянии на водороде: угол рассеяния  $\theta$ , как об этом уже упоминалось выше, лежит в пределах от 0 до  $\pi/2$  — нейтрон рассеивается только вперед. Если в системе  $L$  не все направления полета нейтрона после рассеяния равновероятны, то, очевидно, что средний косинус угла рассеяния не будет обращаться в нуль, как это имело место в системе  $C$ . С помощью выражения (5.3.9) для  $\cos \theta$  в системе  $L$  нетрудно вычислить его среднее значение:

$$\begin{aligned} \overline{\cos \theta} &= \frac{\int_{\Omega} \cos \theta d\Omega}{\int_{\Omega} d\Omega} = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{A \cos \psi + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \psi + 1}} \sin \psi d\psi = \frac{2}{3A}. \end{aligned} \quad (5.3.11)$$

Выражение (5.3.11) еще раз подтверждает сказанное выше: чем легче ядро, с которым сталкивается нейтрон, тем больше средний косинус угла рассеяния и, следовательно, тем меньше средний угол рассеяния. Это означает, что  $\lambda_{st} > \lambda_s$  (4.3.8). Так, при рассеянии на водороде  $\lambda_{st}^H = 3\lambda_s^H$ . Таким образом, средний косинус угла рассеяния может служить мерой анизотропии рассеяния.

#### § 5.4. Закон рассеяния

Исходя из того, что рассеяние сферически симметрично в системе центра инерции, найдем распределение рассеянных нейтронов по энергиям. Пусть  $W(E \rightarrow E') dE'$  — вероятность для нейтрона с начальной энергией  $E$  попасть после рассеяния в интервал  $dE'$  около  $E'$ , т. е. замедлиться до энергии в интервале  $E' \div E' + dE'$ . Для каждого значения энергии после рассеяния  $E'$  имеется соответствующий угол рассеяния  $\psi$ , определяемый соотношением (5.3.2). Значит, каждому малому изменению  $d\mu$  вблизи  $\mu = \cos \psi$  соответствует изменение  $dE'$  вблизи  $E'$ . Таким образом, вероятность того, что нейтрон рассеется в энергетический интервал  $dE'$  вблизи  $E'$ , должна быть равна вероятности рассеяния нейтрона в элемент угла  $d\mu$  вблизи  $\mu$ , т. е.

$$\begin{aligned} W(E \rightarrow E') dE' &= W(\mu) d\mu \\ \text{или} \quad W(E \rightarrow E') dE' &= W(\mu) (d\mu/dE') dE'. \end{aligned} \quad (5.4.1)$$

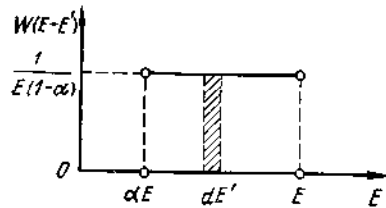


Рис 5.4 Вероятность рассеяния нейтронов с начальной энергией  $E$

Из выражения (5.3.2) следует, что

$$dE'/E = d\mu \cdot 2A/(A+1)^2,$$

или с учетом соотношения (5.3.7)

$$dE'/d\mu = (E/2)(1-\alpha). \quad (5.4.2)$$

В случае сферически симметричного рассеяния вероятность

$$W(\mu) d\mu = \frac{1}{2} \sin \theta d\theta = -\frac{1}{2} d\mu. \quad (5.4.3)$$

Используя выражения (5.4.1)–(5.4.3), окончательно находим:

$$W(E \rightarrow E') dE' = \begin{cases} -\frac{dE'}{E(1-\alpha)}, & \text{если } \alpha E \leq E' \leq E; \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (5.4.4)$$

Это и есть закон рассеяния.

Вероятность  $W(E \rightarrow E')$  зависит от массы ядра-рассеивателя и начальной энергии нейтрона  $E$ , но не зависит от конечной энергии  $E'$ . Это означает, что энергия рассеянного нейтрона принимает с равной вероятностью любое значение в энергетическом интервале  $\alpha E \leq E' \leq E$  (рис. 5.4). Очевидно, что интеграл от  $W(E \rightarrow E') dE'$  по всем возможным значениям  $\alpha E \leq E' \leq E$  равен единице. Теперь найдем среднюю потерю энергии  $\overline{\Delta E}$  в одном акте упругого рассеяния. По определению

$$\overline{\Delta E} = \frac{\int_{\alpha E}^E \Delta E W(E \rightarrow E') dE'}{\int_{\alpha E}^E W(E \rightarrow E') dE'} = \frac{(1-\alpha)E}{2} = \frac{2AE}{(A+1)^2}. \quad (5.4.5)$$

Видно, что доля потерянной нейтроном энергии  $\overline{\Delta E}/E$  зависит только от массы ядра, с которым сталкивается нейтрон. Так, для водорода  $\overline{\Delta E}/E = 1/2$ , для графита — 0,142; для тяжелых ядер ( $A \gg 1$ )

$$\overline{\Delta E}/E = 2/A. \quad (5.4.6)$$

Средняя энергия после одного акта рассеяния

$$\bar{E} = E - \overline{\Delta E} = E[1 - (1-\alpha)/2] = E(1+\alpha)/2, \quad (5.4.7)$$

а после  $n$  актов

$$\bar{E}_n = [(1+\alpha)/2]^n E. \quad (5.4.8)$$

Средняя потеря энергии составляет всегда одну и ту же долю начальной энергии  $E$ . Это означает, что в области больших  $E$  потеря энергии при упругом рассеянии происходит большими порциями. По мере уменьшения энергии соответственно уменьшается и количество теряемой нейтроном энергии.

Выражение для  $W(E \rightarrow E')$  получено из предположения о сферически симметричном в системе центра инерции рассеянии. Такое предположение позволяет достаточно точно описать процесс упругого рассеяния нейтронов до энергий  $\sim 10^5$  эВ. При больших энергиях нейтронов условие изотропии рассеяния нарушается — угловое распределение оказывается несколько вытянутым (рассеяние вперед) и средний косинус угла рассеяния в системе центра инерции не равен нулю. Энергия, при которой начинает проявляться анизотропия рассеяния, зависит от массы ядра-рассеивателя. Так, для дейтерия эта энергия равна примерно 0,2 МэВ, графита — 1,4 МэВ, кислорода — 0,3 МэВ; рассеяние на водороде изотропно во всем рассматриваемом интервале энергий (§ 2.2). При малых отклонениях от сферической симметрии, типичных для реакторных нейтронов,  $\cos \psi$  определяется выражением (2.2.2), а  $\cos \theta$  — (2.2.4).

Естественно, что закон рассеяния также меняется: вероятность для энергии нейтрона попасть в результате его рассеяния в интервал  $E' \div E' + dE'$  принимает более сложный по сравнению с (5.4.4) вид:

$$W(E \rightarrow E') dE' = -\frac{dE'}{E(1-\alpha)} \left[ 1 + 3\bar{\mu}' - \frac{6}{(1-\alpha)} \bar{\mu}' \frac{E-E'}{E} \right], \quad (5.4.9)$$

где  $\bar{\mu}' = 0,07 A^{2/3} E$ . В отличие от изотропного рассеяния (5.4.4) вероятность  $W(E \rightarrow E')$  в данном случае зависит от конечной энергии  $E'$ .

Из-за направленности рассеяния вперед нейтроны после ряда столкновений будут в среднем находиться дальше от места их рождения, так как

$$\lambda_{tr}(E) = \lambda_s(E)/(1 - \overline{\cos \theta}).$$

Это приведет к увеличению утечки нейтронов из данного объема. Кроме того, рассеяние вперед уменьшает среднюю потерю энергии на одно столкновение.

Последнее обстоятельство снижает эффективность замедлителя при высоких энергиях нейтронов, однако этот эффект компенсируется или даже перекрывается неупругим рассеянием на тяжелых ядрах. Особенно важен процесс неупругого рассеяния для реакторов на быстрых нейтронах, так как именно вследствие этого процесса происходит основное смягчение спектра нейтронов деления — сдвиг его в сторону меньших энергий. Неупругое рассеяние всегда сферически симметрично в системе  $L$ .

При энергиях нейтронов  $E \leq 1$  эВ выражение для  $W(E \rightarrow E')$  становится весьма сложным и зависящим от вида замедлителя, что значительно усложняет расчет сечений. Это объясняется тем, что нейтроны таких энергий в результате столкновения не только передают часть своей энергии ядру, но и могут получать ее от ядра. Подробнее о передаче энергии в этой области энергий и спектрах нейтронов см. в § 6.12.

### § 5.5. Средняя логарифмическая потеря энергии

При столкновении с ядром нейтрон в среднем теряет определенную долю своей энергии, поэтому целесообразно ввести вместо  $\overline{\Delta E}$  другую характеристику акта столкновения (и, как мы увидим в следующем параграфе, другую переменную вместо энергии  $E$ ). Понятно, что в качестве такой характеристики желательно выбрать функцию от отношения  $\overline{\Delta E}/E$ , например, использовать само это отношение. Однако широкое распространение получил другой подход. Процесс замедления рассматривается в шкале  $\ln(E_{\text{нач}}/E)$  ( $E_{\text{нач}}$  — начальная энергия нейтронов), а в качестве характеристики столкновения выбирается *средняя логарифмическая потеря энергии* в одном акте рассеяния

$$\xi = \overline{\ln(E/E')} \quad (5.5.1)$$

Легко связать  $\xi$  с массой рассеивающего ядра  $A$

$$\begin{aligned} \xi = \overline{\ln(E/E')} &= \frac{\int_{\alpha E}^E \ln(E/E') W(E \rightarrow E') dE'}{\int_{\alpha E}^E W(E \rightarrow E') dE'} = \\ &= \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha E}^E \ln(E/E') \frac{dF'}{E} \end{aligned}$$

Вводя новую переменную  $x = E'/E$ , находим

$$\xi = \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 \ln \frac{1}{x} dx = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \alpha \quad (5.5.2)$$

Подставляя вместо параметра замедления  $\alpha$  его значение из (5.3.5), имеем:

$$\xi = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1} \quad (5.5.3)$$

Таблица 5.1 Рассеивающие свойства ядер

Нуклид	Средняя логарифмическая потеря энергии $\xi$			Среднее число стол. новений $n$ [формула (5.5.8)]
	Формула (5.5.3)	Формула (5.5.4)	Формула (5.5.5)	
$^1\text{H}$	1,000	—	—	15
$^2\text{D}$	0,725	0,750	—	21
$^4\text{He}$	0,425	0,428	0,500	35
$^9\text{Be}$	0,207	0,207	0,222	72
$^{12}\text{C}$	0,158	0,158	0,166	95
$^{16}\text{O}$	0,120	0,120	0,125	125
$^{56}\text{Fe}$	0,0353	0,0353	0,0357	425
$^{238}\text{U}$	0,00838	0,00838	0,00840	1787

Для водорода  $\xi = 1$ , с увеличением  $A$  средняя логарифмическая потеря энергии  $\xi$  быстро уменьшается и уже при  $A \geq 3$  с хорошим приближением можно пользоваться формулой

$$\xi = 2/(A + 2/3) \quad (5.5.4)$$

В случае больших  $A$  ( $A > 10$ )

$$\xi = 2/A \quad (5.5.5)$$

и между  $\overline{\Delta E}$  и средней логарифмической потерей энергии  $\xi$  существует простая связь

$$\overline{\Delta E} = \xi E / 2 \quad (5.5.6)$$

В табл. 5.1 приведены значения  $\xi$  для различных ядер, рассчитанные по точной (5.5.3) и приближенным (5.5.4) и (5.5.5) формулам.

С помощью средней логарифмической потери энергии легко определить среднее число столкновений, необходимых для уменьшения энергии нейтрона от какой-либо начальной энергии  $E_{\text{нач}}$  до любой конечной  $E_{\text{кон}}$

$$n = \frac{1}{\xi} \ln \frac{E_{\text{нач}}}{E_{\text{кон}}} \quad (5.5.7)$$

Если в качестве начальной энергии принять среднюю энергию нейтронов деления  $E_f = 2$  МэВ (§ 3.6), а в качестве конечной — условную энергию  $E_{\text{гр}}$ , определяющую нижнюю границу энергии замедляющихся на свободных неподвижных ядрах нейтронов, то получим среднее число столкновений, которое испытает нейтрон во всей области замедления. Принимая, например,  $E_{\text{гр}} = 0,625$  эВ, находим, что

$$n = \frac{\ln(E_f/E_{\text{гр}})}{\xi} = \frac{\ln(2 \cdot 10^6/0,625)}{\xi} = \frac{15,0}{\xi} \quad (5.5.8)$$

Значения  $n$ , соответствующие указанным выше значениям  $E_{\text{нач}}$  и  $E_{\text{кон}}$ , приводятся в табл. 5.1.

### § 5.6. Литаргия

В § 5.5 отмечалось, что процесс замедления удобно рассматривать в шкале  $\ln(E_f/E)$ . Введем новую переменную  $u$ , которую принято называть *литаргией*:

$$u = \ln(E_f^{\max}/E), \quad (5.6.1)$$

где  $E$  — текущая энергия нейтрона;  $E_f^{\max}$  — выбранная фиксированная энергия. Чтобы охватить описанием все реакторные нейтроны, энергию  $E_f^{\max}$  обычно принимают равной 10 МэВ, поскольку более высокой энергией обладает совершенно ничтожное число нейтронов деления (см. § 3.6). Если энергия нейтрона равна  $E^{\max}$  то литаргия  $u=0$ . По мере замедления нейтрона и уменьшения его энергии литаргия увеличивается. Так, при энергии 0,625 эВ (условная нижняя граница области замедления)  $u=14,3$ .

Если энергии нейтрона до столкновения  $E$  соответствует литаргия  $u$ , а энергии после столкновения  $E'$  соответствует  $u'$ , то изменение литаргии в одном акте рассеяния равно:

$$u' - u = \ln \frac{E_f^{\max}}{E'} - \ln \frac{E_f^{\max}}{E} = \ln \frac{E}{E'}. \quad (5.6.2)$$

Из сравнения выражения (5.6.2) с определением величины  $\xi$  видно, что последняя представляет собой среднее увеличение литаргии нейтрона в одном акте рассеяния. Тогда полное число столкновений в интервале энергий от  $E_1(u_1)$  до  $E_2(u_2)$

$$n = (u_2 - u_1)/\xi \quad (5.6.3)$$

Нетрудно убедиться в том, что для переменной  $u$  закон рассеяния (5.4.4) имеет вид

$$W(u \rightarrow u') du' = \begin{cases} \frac{\exp(u - u') du'}{1 - \alpha}, & \text{если } u \geq u' \geq u - \ln \alpha; \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (5.6.4)$$

а средняя логарифмическая потеря энергии

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{1 - \alpha} \int_u^{u - \ln \alpha} (u' - u) \exp(u - u') du' = \\ &= \frac{1}{1 - \alpha} \int_u^{u + \ln \alpha} (u' - u) \exp(u' - u) du'. \end{aligned} \quad (5.6.5)$$

В дальнейшем при выводе основных уравнений будем пользоваться как переменной  $E$ , так и новой переменной  $u$ .

### § 5.7. Замедление в водороде без поглощения

После краткого рассмотрения акта упругого столкновения перейдем к расчету спектра замедляющихся нейтронов. Целесообразно вначале изучить спектр нейтронов, испущенных источником в бесконечной однородной среде с чисто упругим рассеянием, а затем ввести поправки, связанные с наличием поглощения, утечки и отклонениями от простейшего закона рассеяния. Сначала рассмотрим замедление нейтрона в водороде, а затем перейдем к тяжелым рассеивателям. Первый случай выделен в связи с тем, что массы сталкивающихся частиц одинаковы и нейтрон в одном акте рассеяния может потерять всю кинетическую энергию.

Итак, рассмотрим бесконечную однородную среду без поглощения, состоящую из атомов водорода с равномерно распределенными источниками нейтронов. Объемную скорость генерации нейтронов с энергией  $E$  этими источниками обозначим  $S(E)$ , нейтр/(см<sup>3</sup>·с·эВ).

Для нахождения энергетического распределения нейтронов воспользуемся уравнением баланса нейтронов в интервале энергий  $dE$ . Обозначим  $\Phi(E)dE$  поток нейтронов, энергия которых лежит внутри интервала  $E \div E + dE$ , а  $\Sigma_s$  — макроскопическое сечение рассеяния. Так как сечение поглощения  $\Sigma_a = 0$ , то убыль нейтронов с энергией  $E \div E + dE$  обусловлена только скоростью рассеяния нейтронов с энергией в интервале  $dE$  и равна  $\Phi(E)\Sigma_s dE$ . Поступление нейтронов в этот же интервал определяется, очевидно, непосредственно вкладом от источника  $S(E)dE$  и рассеянием из области энергий  $E' > E$ .

Вероятность для нейтрона с начальной энергией  $E'$  попасть в результате столкновения с ядром в энергетический интервал  $dE$  представляет собой отношение ширины этого интервала к полной ширине ступеньки замедления (5.4.4), для водорода ширина ступеньки равна  $E'$ , и эта вероятность равна  $dE/E'$ .

Поскольку число нейтронов в интервале  $E' \div E' + dE'$ , испытавших рассеяние с энергией в единицу времени, есть  $\Sigma_s \Phi(E') dE'$ , то из этих нейтронов энергию  $E \div E + dE$  приобретут в единицу времени  $\Sigma_s \Phi(E') dE' dE/E'$  нейтронов. Полное число нейтронов с энергией  $E \div E + dE$  выражается интегралом, взятым по всем возможным начальным энергиям нейтронов:

$$dE \int_E^{E_{\max}} \Sigma_s \Phi(E') \frac{dE'}{E'}$$

( $E_{\max}$  — максимальное значение энергии нейтронов источника). Запишем уравнение баланса нейтронов, сокращая общий множитель  $dE$ .

$$\Sigma_s \Phi(E) = \int_{E_1}^{E_{\max}} \Sigma_s \Phi(E') \frac{dE'}{E'} + S(E). \quad (5.7.1)$$



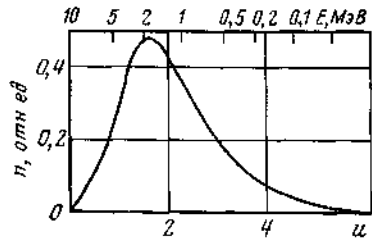


Рис 5.5 Спектр нейтронов деления  $n(u)$

Для дальнейшего анализа этого уравнения удобнее перейти от энергии  $E$  к лётаргии  $u = \ln(E_{\text{макс}}/E)$ .

Так как

$$\Phi(E) dE = -\Phi(u) du, \quad (5.7.2)$$

то

$$E\Phi(E) = \Phi(u) \quad \text{и} \quad ES(E) = S(u). \quad (5.7.3)$$

Окончательно уравнение (5.7.1) для  $\Phi(u)$  запишем в виде

$$\Phi(u) \Sigma_s = S(u) + \int_0^u \Phi(u') \Sigma_s \exp[-(u-u')] du'. \quad (5.7.4)$$

Это уравнение имеет следующее решение:

$$\Phi(u) = \frac{S(u)}{\Sigma_s} + \frac{\int_0^u S(u') du'}{\Sigma_s} = \frac{S(u)}{\Sigma_s} + \frac{S_0(u)}{\Sigma_s}, \quad (5.7.5)$$

где  $S_0(u) = \int_0^u S(u') du'$  — скорость генерации нейтронов с лётаргией в интервале от 0 до  $u$  в единице объема. Первый член правой части уравнения (5.7.5) описывает вклад нейтронов, не испытавших ни одного столкновения; второй — нейтронов, испытавших одно или более столкновений.

В наиболее интересном для нас случае источником генерируются нейтроны спектра деления и их энергии соответствуют малым лётаргиям. Тогда при  $u \gg 5$  (рис. 5.5) решение приобретает асимптотический вид

$$\Phi(u) = S_0/\Sigma_s, \quad (5.7.6)$$

где  $S_0$  — полная объемная скорость генерации нейтронов.

Выражение (5.7.6) представляет собой поток нейтронов, распределение по энергии которых соответствует спектру Ферми. В шкале  $E$  спектр Ферми имеет вид

$$\Phi(E) = S_0/(\Sigma_s E). \quad (5.7.7)$$

Нейтронный поток  $\Phi(E)$  обратно пропорционален энергии, а плотность нейтронов  $n(E)$  пропорциональна  $E^{-1/2}$ .

Теперь рассмотрим моноэнергетический источник, испускающий  $S_0$  нейтр/(см<sup>3</sup>·с) с энергией  $E_f$ . В этом случае в уравнении (5.7.1) выражение для  $S(E)$  примет вид

$$S(E) = S_0 \delta(E - E_f). \quad (5.7.8)$$

Введем скорость рассеяний в единице объема

$$R_s(E) = \Phi(E) \Sigma_s \quad (5.7.9)$$

и перепишем наше уравнение в виде

$$R_s(E) = \int_E^{E_f} R_s(E') \frac{dE'}{E'} + S(E). \quad (5.7.10)$$

Решение этого интегрального уравнения есть

$$R_s(E) = S_0/E + S_0 \delta(E - E_f) \quad (5.7.11)$$

или

$$\Phi(E) = S_0/(\Sigma_s E) + (S_0/\Sigma_s) \delta(E - E_f). \quad (5.7.12)$$

При всех энергиях, меньших энергии нейтронов источника,

$$\Phi(E) = S_0/(\Sigma_s E), \quad (5.7.13)$$

т.е. распределение нейтронов по энергии, как и в случае моноэнергетических источников, описывается спектром Ферми. Однако теперь этот спектр точен во всей области замедления.

Таким образом, из сопоставления приведенных выше двух решений видно, что при энергиях, при которых вклад от источника равен нулю (а нас эти энергии в первую очередь и интересуют), спектр замедляющихся нейтронов не зависит от спектра источника. Поэтому в дальнейшем при рассмотрении процесса замедления будем выбирать в качестве источника простейший — моноэнергетический.

## § 5.8. Замедление в водороде с поглощением

Рассмотрим теперь среду, в которой имеется слабое поглощение нейтронов в процессе замедления. Пусть это поглощение обусловлено малой примесью сильнопоглощающих ядер. При этом уравнение баланса нейтронов (5.7.1) примет вид

$$[\Sigma_a(E) + \Sigma_s] \Phi(E) = \int_E^{E_{\text{макс}}} \Sigma_s \Phi(E') \frac{dE'}{E'} + S(E). \quad (5.8.1)$$

Пусть  $S(E)$  определяется выражением (5.7.8), тогда  $E_{\text{макс}} = E_f$ .

Введем скорость столкновений  $R(E)$ , равную по определению произведению полного сечения взаимодействия на поток нейтронов

$$R(E) = \Sigma_t(E) \Phi(E), \quad (5.8.2)$$

и перепишем уравнение (5.8.1) следующим образом:

$$R(E) = \int_E^{E_f} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_t(E')} R(E') \frac{dE'}{E'} + S(E). \quad (5.8.3)$$

Легко проверить, что при энергиях  $E$ , меньших энергии нейтронов источника  $E_f$ , решение уравнения (5.8.3) есть

$$R(E) = \frac{S_0}{E} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_t(E_f)} \exp \left[ - \int_E^{E_f} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} \frac{dE'}{E'} \right]. \quad (5.8.4)$$

Соответственно для потока нейтронов имеем:

$$\Phi(E) = \frac{S_0}{\Sigma_t(E) E} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_t(E_f)} \exp \left[ - \int_E^{E_f} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} \frac{dE'}{E'} \right]. \quad (5.8.5)$$

Практически всегда при  $E = E_f \Sigma_a \ll \Sigma_s$ . Поэтому в выражениях (5.8.4) и (5.8.5) отношение  $\Sigma_s/\Sigma_t(E_f) = 1$ .

Выясним физический смысл множителя  $\exp \left[ - \int_E^{E_f} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} \frac{dE'}{E'} \right]$ , обозначив его  $\varphi(E)$ . Для этого введем в рассмотре-

ние плотность замедления  $j(E)$  — число нейтронов, замедлившихся ниже энергии  $E$  (их энергия попадает в интервал от 0 до  $E$ ) в единице объема в единицу времени. По определению плотность замедления для водорода

$$j(E) = \int_E^{E_f} \frac{E}{E'} \Sigma_s \Phi(E') dE'. \quad (5.8.6)$$

Подставляя в (5.8.6) вместо потока  $\Phi(E')$  его значение (5.7.13), нетрудно показать, что в отсутствие поглощения

$$j(E) = S_0, \quad (5.8.7)$$

т. е. одно и то же число нейтронов достигает любое значение энергии из интервала замедления. Понятно, что в случае среды с поглощением  $j(E)$  будет тем меньше, чем меньше энергия нейтронов.

Плотность замедления можно представить в виде

$$j(E) = S_0 - \int_E^{E_f} \Sigma_a(E') \Phi(E') dE' = S_0 - R_a(E), \quad (5.8.8)$$

где

$$R_a(E) = \int_E^{E_f} \Sigma_a(E') \Phi(E') dE' = \int_E^{E_f} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} R(E') dE'$$

или с учетом (5.8.4) при  $\Sigma_s/\Sigma_t(E_f) \approx 1$ :

$$R_a(E) = \int_E^{E_f} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} \frac{S_0}{E'} \exp \left[ - \int_{E'}^{E_f} \frac{\Sigma_a(E'')}{\Sigma_t(E'')} \frac{dE''}{E''} \right] dE'.$$

Введем обозначение

$$\Psi(E) = \int_E^{E_f} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} \frac{dE'}{E'}.$$

Тогда

$$d\Psi(E) = - \frac{\Sigma_a(E)}{\Sigma_t(E)} \frac{dE}{E};$$

$$\begin{aligned} R_a(E) &= S_0 \int_E^{E_f} \exp[-\Psi(E')] d\Psi(E') = \\ &= S_0 [\exp[-\Psi(E_f)] - \exp[-\Psi(E)]] \end{aligned}$$

Поскольку  $\Psi(E_f) = 0$ , то

$$R_a(E) = S_0 [1 - \exp[-\Psi(E)]]$$

и

$$\begin{aligned} j(E) &= S_0 \exp[-\Psi(E)] = \\ &= S_0 \exp \left\{ - \int_E^{E_f} \left[ \Sigma_a(E')/\Sigma_t(E') \right] (dE'/E') \right\} = S_0 \varphi(E). \end{aligned} \quad (5.8.9)$$

Отсюда

$$\varphi(E) = \frac{j(E)}{S_0} = \exp \left[ - \int_E^{E_f} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} \frac{dE'}{E'} \right]. \quad (5.8.10)$$

Таким образом,  $\varphi(E) \equiv \varphi(E_f \rightarrow E)$  есть отношение числа нейтронов, достигших энергии  $E[j(E)]$ , к числу нейтронов  $S_0$ , начинающих процесс замедления при энергии  $E_f$ . Величину  $\varphi(E)$  называют *вероятностью избежать резонансного поглощения* при замедлении до энергии  $E$ .

Из сравнения выражений (5.8.4) и (5.8.9) следует, что при

$$\Sigma_s/\Sigma_t(E_i) \approx 1$$

$$j(E) = \Phi(E) \Sigma_t(E) E = R(E) E. \quad (5.8.11)$$

Соответственно

$$\Phi(E) = \frac{j(E)}{\Sigma_t(E) E} = \frac{S_0}{\Sigma_t(E) E} \exp \left[ - \int_E^{E_f} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} \frac{dE'}{E'} \right] \quad (5.8.12)$$

и

$$\Phi(u) = \frac{j(u)}{\Sigma_t(u)} = \frac{S_0}{\Sigma_t(u)} \exp \left[ - \int_0^u \frac{\Sigma_a(u')}{\Sigma_t(u')} du' \right], \quad (5.8.13)$$

т. е. в среде с поглощением поток нейтронов на единицу интервала логарифма  $\Phi(u)$  равен отношению плотности замедления  $j(u)$  к полному макроскопическому сечению взаимодействия  $\Sigma_t(u)$ .

### § 5.9. Замедление в тяжелых рассеивателях без поглощения

При замедлении нейтронов в средах, содержащих ядра с массовым числом, большим единицы, энергия нейтронов может сравняться с энергией теплового движения ядер лишь в результате нескольких последовательных столкновений. Интегральное уравнение баланса нейтронов должно последовательно записываться для каждой ступеньки замедления. Решение этой системы уравнений даже для моноэнергетического источника нейтронов имеет довольно сложный вид. Кроме того, в большинстве практических задач нас интересует поведение сильно замедлившихся нейтронов, т. е. при  $E \ll E_f$ . Поэтому будем рассматривать нейтроны, которые уже испытали несколько столкновений. В этой области энергий прямой вклад от источника равен нулю и поэтому уравнение баланса нейтронов (5.7.10) имеет вид:

$$R_s(E) = \frac{1}{1-\alpha} \int_E^{E_f} R_s(E') \frac{dE'}{E'}. \quad (5.9.1)$$

Выражение, стоящее в правой части, часто называют *интегралом столкновений*. Решение этого уравнения, как нетрудно убедиться, есть

$$R_s(E) = C/E, \quad (5.9.2)$$

где  $C$  — константа. Для ее вычисления используем понятие плотности замедления  $j(E)$ , введенное выше. В рассматриваемом случае

$$j(E) = \int_E^{E_f} \frac{E - \alpha E'}{E' (1 - \alpha)} R_s(E') dE', \quad (5.9.3)$$

где  $\frac{E - \alpha E'}{E' (1 - \alpha)}$  — вероятность для нейтрона, испытавшего рассеяние при  $E'$ , замедлиться до энергий, меньших  $E$ . Если вместо скорости рассеяний  $R_s$  подставим ее значение из (5.9.2), получим

$$j(E) = C\xi, \quad (5.9.4)$$

где  $\xi$  — средняя логарифмическая потеря энергии. В среде без поглощения плотность замедления постоянна и равна  $S_0$  (5.8.7), поэтому

$$j(E) = C\xi = S_0.$$

Отсюда

$$C = S_0/\xi,$$

а поток нейтронов в непоглощающей среде

$$\Phi(E) = S_0/(\xi \Sigma_s E). \quad (5.9.5)$$

При замедлении на смеси ядер

$$\Phi(E) = S_0/(\xi \bar{\Sigma}_s E), \quad (5.9.6)$$

где

$$\xi \bar{\Sigma}_s = \sum_j \xi_j \Sigma_{sj} \quad (5.9.7)$$

— замедляющая способность смеси. Распределение сильно замедлившихся нейтронов по энергиям подчиняется, как и в случае водорода, закону  $1/E$  и также называется *спектром Ферми*.

Поток нейтронов и скорость рассеяний на единицу интервала логарифма определяются соответственно следующими выражениями:

$$\Phi(u) = S_0/(\xi \bar{\Sigma}_s); \quad R_s(u) = S_0/\xi, \quad (5.9.8)$$

где  $\xi = \sum_j (\Sigma_{sj} \xi_j) / \Sigma_s$ , и, как видно, не зависят от логарифма нейтрона. Таким образом, рассмотрение процесса замедления в шкале логарифмов оказывается весьма удобным.

## § 5.10. Характеристики замедлителей

Проведенное рассмотрение позволяет выделить вещества, которые могут быть использованы в реакторах в качестве замедлителей, и ввести нейтронно-физические характеристики замедлителей, удобные для практических расчетов. В выражение для потока замедляющихся нейтронов  $\Phi(E)$  входит как параметр произведение  $\xi\Sigma_s$ , которое называется *замедляющей способностью вещества*. Величина  $\xi\Sigma_s$ , представляющая собой изменение латаргии при единичном потоке в 1 с в 1 см<sup>3</sup>, полностью определяет замедляющие свойства вещества ( $\Sigma_s$  характеризует скорость рассеяния, а  $\xi$  — средняя потеря латаргии при одном столкновении). Естественно, что чем больше  $\xi\Sigma_s$  материала, тем выше его эффективность как замедлителя. Таким образом, замедляющую способность удобно использовать в качестве одной из основных характеристик замедлителя.

В табл. 5.2 приводятся замедляющие способности некоторых веществ при энергии нейтронов 1 эВ. При этой энергии еще не проявляются термализационные эффекты и она близка к области термализации (§ 6.10). Наибольшей замедляющей способностью обладает легкая вода, наименьшей — уран. Из приведенных данных только по значениям  $\xi\Sigma_s$  следует, что в качестве замедлителей можно использовать первые шесть веществ.

Однако замедляющая способность не полностью определяет пригодность материала для применения его в реакторе в роли замедлителя. Например, замедляющая способность бора превышает замедляющую способность графита, однако в качестве замедляющего вещества бор был бы невыносим, так как он обладает очень большим сечением поглощения нейтронов. Поэтому, если замедление нейтронов нужно для того, чтобы получить тепловые нейтроны, которые затем будут использоваться для деления ядер, то к веществу-замедлителю предъявляется

Таблица 5.2. Замедляющие и поглощающие свойства некоторых веществ

Вещество	Плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	Замедляющая способность $\xi\Sigma_s$ , см <sup>-1</sup>	Коэффициент замедления $\xi\Sigma_s/\Sigma_a^0$
Легкая вода	1,0	1,35	61
Тяжелая вода*	1,10	0,179	1900
Бериллий	1,85	0,155	125
Оксид бериллия	2,96	0,120	170
Графит	1,60	0,064	170
Бор	2,45	0,0933	0,00086
Гелий	0,00018	0,009	45
Цирконий	6,4	0,0075	0,93
Уран металлический	18,7	0,0034	0,0094

\* С примесью 0,25 % легкой воды

еще одно требование: нейтроны должны по возможности меньше поглощаться этим веществом. В связи с этим вводится еще одна не менее важная характеристика замедлителей — *коэффициент замедления*  $\xi\Sigma_s/\Sigma_a^0$  — отношение замедляющей способности  $\xi\Sigma_s$  к макроскопическому сечению поглощения нейтронов  $\Sigma_a^0$  при стандартной скорости 2200 м/с (энергия 0,0253 эВ).

Значения  $\xi\Sigma_s/\Sigma_a^0$  также приведены в табл. 5.2. Понятно, что чем больше коэффициент замедления материала, тем более пригоден этот материал для получения тепловых нейтронов в реакторе. Наибольший коэффициент замедления у тяжелой воды, наименьший из перечисленных — у бора.

Из приведенных значений замедляющей способности и коэффициента замедления следует, что в качестве замедлителей можно применять первые пять веществ: легкую и тяжелую воду, графит, бериллий и оксид бериллия. По технологическим и экономическим соображениям использование бериллия и его окиси в энергетических реакторах нецелесообразно. Поэтому в энергетических реакторах применяются легкая и тяжелая вода или графит.

## § 5.11. Замедление в тяжелых рассеивателях с поглощением

### 5.11.1. ВЕРОЯТНОСТЬ ИЗБЕЖАТЬ РЕЗОНАНСНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ

Рассмотрим теперь случай замедления нейтронов в тяжелых рассеивателях ( $A > 1$ ) (сечение поглощения которых обозначим  $\Sigma_{a0}$ ) с равномерно распределенными поглощающими ядрами. Сечение поглощения  $\Sigma_{a0}$  может меняться в зависимости от энергии либо плавно (например, по закону  $1/v$ ), либо резонансно. Последний случай более сложен для анализа, но и более интересен. Это объясняется тем, что в реакторах на тепловых нейтронах из общего числа нейтронов, поглощенных в процессе замедления, подавляющая часть поглощается на резонансах  $^{238}\text{U}$ . Однако расчет энергетического спектра нейтронов и вероятности избежать резонансного поглощения в этом случае не может быть выполнен аналитически. Поэтому здесь будут приведены достаточно точные и весьма полезные приближенные результаты, основанные главным образом на физических соображениях.

Определим вначале вероятность избежать резонансного поглощения  $\phi_i$  в интервале энергий  $\Delta E_{r,i} = E_{r,i+1} - E_{r,i-1}$  (рис. 5.6, а). Считаем этот интервал достаточно узким, чтобы поглощение нейтронов, поток которых  $\Phi^{(1)}(E)$  отнормирован на объемную скорость генерации нейтронов источником, было достаточно малым, т. е.

$$R_i = \int_{E_{r,i-1}}^{E_{r,i+1}} \Sigma_{a0}(E') \Phi^{(1)}(E') dE' \ll 1. \quad (5.11.1)$$

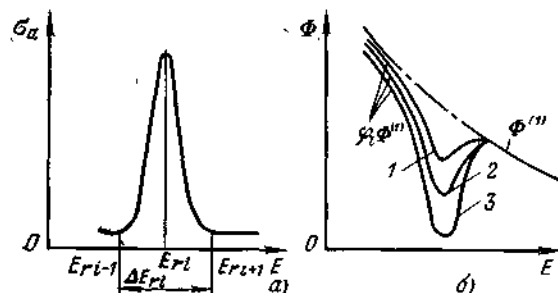


Рис. 5.6. Ход сечения поглощения в области резонанса (а) и зависимость нейтронного потока от энергии при различных значениях параметра  $\Sigma_s/N_0$  (б): — — — — — распределение потока в среде без поглощения ( $\Sigma_s/N_0 \rightarrow \infty$ );  $\Phi_i \Phi^{(1)}$  — значения потока нейтронов после резонанса;  $\Phi_i$  — вероятность избежать резонансного поглощения; 1—3 — соответственно  $[\Sigma_s/N_0]_1 > [\Sigma_s/N_0]_2 > [\Sigma_s/N_0]_3$

Тогда

$$\varphi_i = 1 - R_i \approx \exp(-R_i).$$

Для всех замедляющихся нейтронов (от  $E_f$  до  $E_{rp}$ )

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi(E_f \rightarrow E_{rp}) = \prod_i \varphi_i = \prod_i \exp(-R_i) = \\ &= \exp\left(-\sum_i R_i\right) = \exp\left[-\int_{E_{rp}}^{E_f} \Sigma_{a0}(E') \Phi^{(1)}(E') dE'\right]. \end{aligned} \quad (5.11.2)$$

Введем понятие эффективного резонансного интеграла. Исходя из физического смысла  $\Phi$ , представим показатель экспоненты (5.11.2) в виде отношения эффективного макроскопического сечения поглощения и замедляющей способности:

$$\Phi(E_f \rightarrow E_{rp}) = \exp\left[-N_0 I_{a, \text{эф}} / (\xi \Sigma_s)\right] = \exp(-\Psi), \quad (5.11.3)$$

где  $I_{a, \text{эф}}$  — эффективный резонансный интеграл поглощения, имеющий смысл интегрального по энергии микроскопического сечения поглощения\*.

$$I_{a, \text{эф}} = \xi \Sigma_s \int_{E_{rp}}^{E_f} \sigma_{a0}(E') \Phi^{(1)}(E') dE'; \quad (5.11.4)$$

$N_0$ ,  $\sigma_{a0}$  — число ядер и микроскопическое сечение поглотителя соответственно;

$$\Psi = N_0 I_{a, \text{эф}} / (\xi \Sigma_s). \quad (5.11.5)$$

\* Более подробно физический смысл  $I_{a, \text{эф}}$  см п. 5.11.6.

## 5.11.2. РЕЗОНАНСНЫЙ ИНТЕГРАЛ ПРИ БЕСКОНЕЧНОМ РАЗБАВЛЕНИИ

Значение эффективного резонансного интеграла  $I_{a, \text{эф}}$  определяется потоком  $\Phi^{(1)}(E')$ , который зависит от отношения чисел ядер замедлителя и поглотителя. Понятно, что при уменьшении концентрации ядер поглотителя спектр нейтронов приближается к спектру Ферми. Самый простой случай — предельный, когда сечение рассеяния смеси  $\Sigma_s = \sum_i \Sigma_{si}$ , отнесенное к одному ядру поглотителя  $N_0$ , стремится к бесконечности:

$$\Sigma_s / N_0 \rightarrow \infty. \quad (5.11.6)$$

Бесконечно малая примесь поглотителя не сказывается на энергетическом распределении потока нейтронов в замедляющей среде, поток  $\Phi^{(1)}(E)$  «не возмущен»:

$$\Phi^{(1)}(E) = \Phi_{ac}^{(1)}(E) = 1/(\xi \Sigma_s E). \quad (5.11.7)$$

Подставляя это значение потока в (5.11.4), получаем:

$$I_{a, \infty} = \int_{E_{rp}}^{E_f} \sigma_{a0}(E') \frac{dE'}{E'} = \int_0^{u_{rp}} \sigma_{a0}(u) du \quad (5.11.8)$$

— резонансный интеграл поглощения при бесконечном разбавлении или просто резонансный интеграл. Иногда этот интеграл называют истинным. Истинный резонансный интеграл, так же как эффективный, измеряется в квадратных сантиметрах.

Таким образом, при очень малых концентрациях поглотителя  $N_0$  [условие (5.11.6)] показатель экспоненты в выражении (5.11.3) представляет собой отношение интегрального по логарифму макроскопического сечения поглощения  $N_0 \int_0^{u_{rp}} \sigma_{a0}(u) du$  к замедляющей способности  $\xi \Sigma_s$ .

Аналогично вводится понятие резонансного интеграла деления  $I_{f, \infty}$ :

$$I_{f, \infty} = \int_{E_{rp}}^{E_f} \sigma_f(E) \frac{dE}{E} = \int_0^{u_{rp}} \sigma_f(u) du. \quad (5.11.9)$$

Отметим, что интегрирование микроскопического сечения поглощения или деления проводится по спектру Ферми, т. е. с весом  $1/E$ . Поэтому даже если  $\sigma_a$  (или  $\sigma_f$ ) не зависит от  $E$  во всей области замедления, вклад в интеграл в основном определяется нейтронами малых энергий, поток которых велик. Определим скорость поглощения нейтронов  $R_a$  во всей области

замедления нейтронов, принимая для потока нейтронов его невозмущенное значение (5.11.7):

$$R_a = \int_{E_{rp}}^{E_f} \Sigma_a(E) \Phi^{(1)}(E) dE = \frac{N_0}{\xi \Sigma_s} \int_{E_{rp}}^{E_f} \sigma_{a0}(E) \frac{dE}{E} = \\ = \Phi_{ac}^{(1)} N_0 \int_0^{u_{rp}} \sigma_{a0}(u) du = \Phi_{ac}^{(1)} N_0 I_{a,\infty} \quad (5.11.10)$$

(поглощением нейтронов в замедлителе пренебрегаем), где

$$\Phi_{ac}^{(1)}(u) = 1/(\xi \Sigma_s) \quad (5.11.11)$$

— асимптотическое значение отнормированного потока нейтронов в шкале летаргии.

Вероятность избежать резонансного поглощения в сильно разбавленных смесях, когда  $I_{a,\infty}$  практически не отличается от  $I_{a,\infty}$ , определяется формулой

$$\varphi = \exp \left[ -\frac{N_0}{\xi \Sigma_s} I_{a,\infty} \right]. \quad (5.11.12)$$

На практике расчет вероятности избежать резонансного поглощения во всех компонентах активной зоны реактора, кроме воспроизводящего нуклида, проводится по формуле (5.11.12). Экспериментальные значения  $I_{a,\infty}$  и  $I_{f,\infty}$  приводятся в приложениях I и II.

Используя понятие  $I_{a,\infty}$ , легко показать, что поглощение при замедлении нейтронов действительно в основном определяется резонансами. Для этого оценим вклад в резонансный интеграл поглощения по закону  $1/v$  в интервале энергий от  $E_f$  до  $E_{rp}$ :

$$I_{1/v} = \int_{E_{rp}}^{E_f} \sigma_a^{1/v}(E) \frac{dE}{E} = \sigma_a^0 \int_{E_{rp}}^{E_f} \frac{v_0}{v} \frac{dE}{E} = \\ = 2\sigma_a^0 (\sqrt{E_0/E_{rp}} - \sqrt{E_0/E_f}) \approx 2\sigma_a^0 \sqrt{E_0/E_{rp}},$$

где индексом «0» отмечено сечение при стандартной энергии  $E_0 = 0,0253$  эВ. В качестве  $E_{rp}$  принято значение 0,625 эВ (§ 2.1). В итоге

$$I_{1/v} \approx 2\sigma_a^0 \sqrt{0,0253/0,625} \approx 0,4\sigma_a^0.$$

Для такого резонансного поглотителя, как  $^{238}\text{U}$ ,  $I_{a,\infty} \approx 275 \cdot 10^{-24}$  см<sup>2</sup>, а  $\sigma_a^0 = 2,7 \cdot 10^{-24}$  см<sup>2</sup>. Таким образом, вклад  $1/v$ -поглощения очень мал ( $I_{1/v} \approx 1,1 \cdot 10^{-24}$  см<sup>2</sup>) и составляет всего лишь

$$I_{1/v}/I_{a,\infty} = 1,1/275 \approx 0,4 \text{ \%}.$$

### 5.11.3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ. ПРИБЛИЖЕНИЕ УЗКИХ РЕЗОНАНСОВ (УР-ПРИБЛИЖЕНИЕ)

В реакторах на тепловых нейтронах основное поглощение при замедлении происходит воспроизводящими нуклидами. Их концентрации обычно настолько велики, что условие (5.11.6) не выполняется и для вычисления эффективного резонансного интеграла приходится использовать более точные выражения для  $\Phi^{(1)}(E)$ .

Рассмотрим гомогенную смесь бесконечных размеров, состоящую из замедлителя (индекс «1») и поглотителя (индекс «0»). Примем, что с достаточной точностью сечение рассеяния нейтронов замедлителем  $\sigma_{s1}$  может считаться не зависящим от энергии, а сечение поглощения  $\sigma_{a1}$  — нулевым. Пусть резонансы поглотителя расположены значительно ниже энергии рождающихся нейтронов, так что поток в начале резонансного интервала энергий имеет асимптотическое распределение (5.11.7)

Интегральное уравнение в бесконечной гомогенной среде с учетом потери энергии при рассеянии нейтрона на поглотителе есть

$$\Phi^{(1)}(E) \Sigma_t(E) = \frac{1}{(1-\alpha_0)} \int_E^{E/\alpha_0} \Phi^{(1)}(E') \Sigma_{s0}(E') \frac{dE'}{E'} + \\ + \frac{1}{(1-\alpha_1)} \int_E^{E/\alpha_1} \Phi^{(1)}(E') \Sigma_{s1} \frac{dE'}{E'}. \quad (5.11.13)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_t(E) &= \Sigma_s(E) + \Sigma_{a0}(E) = \Sigma_{s1} + \Sigma_{s0}(E) + \Sigma_{a0}(E); \\ \Sigma_s(E) &= \Sigma_{s1} + \Sigma_{s0}(E) \end{aligned} \right\} \quad (5.11.14)$$

— полное сечение и сечение рассеяния смеси соответственно.

Интегральное уравнение (5.11.13) можно решить численно с любой степенью точности. Однако полезно получить, хотя бы приближенно, и аналитические зависимости. Это можно сделать в двух приближениях: узких резонансов (УР) и бесконечной массы (БМ).

Пусть замедлитель состоит из настолько легких ядер, что условие

$$\Gamma_i \ll (1-\alpha_1) E_{ri} \quad (5.11.15)$$

( $E_{ri}$  — энергия  $i$ -го резонанса;  $\Gamma_i$  — его ширина) выполняется для всех резонансов, которые будем рассматривать. Таким образом, будем считать резонансы узкими по отношению к рассеянию на замедлителе.

Если аналогичное условие справедливо и для поглотителя

$$\Gamma_i \ll (1 - \alpha_0) E_{r1}, \quad (5.11.16)$$

то принято говорить о приближении узких резонансов (другое условие узости резонанса будет обсуждаться ниже). В этой модели предполагается также, что среднее расстояние между уровнями значительно превышает ширину резонансов.

Совокупность этих условий позволяет считать, что функция  $\Phi^{(1)}(E')$  отличается от асимптотического распределения на участке, много меньшем всего интервала интегрирования в уравнении (5.11.13). Тем самым это отличие практически не меняет величины каждого из интегралов и последние можно вычислять, используя для потока нейтронов невозмущенное значение (5.11.7).

В приближении узких резонансов сечение  $\Sigma_{s0}(E')$  полагается равным сечению потенциального рассеяния  $\Sigma_{p0}$ , т. е. вклад резонанса поглотителя не учитывается при вычислении потока нейтронов. В итоге уравнение (5.11.13) принимает вид

$$\Phi_{\text{УР}}^{(1)}(E) \Sigma_i(E) = \frac{1}{(1 - \alpha_0)} \frac{\Sigma_{p0}}{\xi \Sigma_s} \int_E^{E/\alpha_0} \frac{dE'}{(E')^2} + \\ + \frac{1}{(1 - \alpha_1)} \frac{\Sigma_{s1}}{\xi \Sigma_s} \int_E^{E\alpha_1} \frac{dE'}{(E')^2}.$$

Решение этого уравнения есть

$$\Phi_{\text{УР}}^{(1)}(E) = 1/[\xi \Sigma_i(E) E]. \quad (5.11.17)$$

Оно отличается от невозмущенного (5.11.7) заменой  $\Sigma_s$  на  $\Sigma_i$ . Поскольку полное сечение в резонансе велико, то поток нейтронов здесь имеет явно выраженный провал (см. рис 5.6, б).

Произведение  $\Phi \Sigma_i$  остается практически постоянным по этому скорость столкновений

$$R_{\text{УР}}^{(1)}(E) = 1/(\xi E) \quad (5.11.18)$$

плавно зависит от энергии.

Теперь выражение для вероятности избежать резонансного поглощения можно записать в форме

$$\Phi(E_f \rightarrow E) = \exp \left[ -\frac{1}{\xi} \int_E^{E_f} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_i(E')} \frac{dE'}{E'} \right]. \quad (5.11.19)$$

Напомним, что выражения (5.11.17) и (5.11.18) получены для отнормированного потока нейтронов. В общем случае без нормировки поток

$$\Phi_{\text{УР}}(E) = S_0/[\xi \Sigma_i(E) E] = \Phi_\Phi(E) \Sigma_s/\Sigma_i(E) \quad (5.11.20)$$

$[\Phi_\Phi(E) = S_0/(\xi \Sigma_s E)]$  — фермиевский поток нейтронов

При заметном поглощении нейтронов с энергией выше энергии  $E$  до ее значения замедлится не  $S_0$ , нейтр/(см<sup>3</sup>·с), а несколько меньше —  $j(E) = S_0 \Phi(E)$  [см. формулу (5.8.9)] и тогда

$$\Phi_{\text{УР}}(E) = \frac{j(E)}{\xi \Sigma_i(E) E} = \frac{S_0}{\xi \Sigma_i(E) E} \exp \left[ -\frac{1}{\xi} \int_E^{E_f} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_i(E')} \frac{dE'}{E'} \right]; \quad (5.11.21)$$

$$R_{\text{УР}}(E) = j(E)/(\xi E) \text{ или } R_{\text{УР}}(u) = j(u)/\xi. \quad (5.11.22)$$

Найдем выражение для эффективного резонансного интеграла (5.11.4):

$$I_{a0\Phi}^{\text{УР}} = \xi \Sigma_s \int_{E_{\text{гп}}}^{E_f} \sigma_{a0}(E') \Phi_{\text{УР}}^{(1)}(E') dE' = \\ = \int_{E_{\text{гп}}}^{E_f} \sigma_{a0}(E') \left[ \frac{1}{1 + \Sigma_{a0}(E')/\Sigma_s(E')} \right] \frac{dE'}{E'}, \quad (5.11.23)$$

которое отличается от выражения для  $I_a \infty$  подынтегральным множителем  $[1 + \Sigma_{a0}(E')/\Sigma_s(E')]$ .

Введем другое (более строгое) условие справедливости приближения узких резонансов. Как уже указывалось выше, при вычислении интегралов в уравнении (5.11.13) используется невозмущенное (асимптотическое) значение потока нейтронов. Следовательно, чтобы УР-приближение было справедливым вклад в интегралы из областей энергий, где  $\Phi(E)$  отличается от асимптотического значения, должен быть малым. Обычно на крыльях резонанса поток нейтронов равен половине своего невозмущенного значения. Исходя из этого, вводится понятие практической ширины резонанса  $\Gamma_{\text{п.р.}}$ , под которой понимается энергетический интервал  $2|E - E_{r1}|$ , на котором поток нейтронов  $\Phi(E)$  возмущается до значения, равного половине (или меньше) своего асимптотического значения  $\Phi_{ac}(E)$ , т. е.

$$\Phi(E) = \Phi_{ac}(E)/2 \text{ или } \Sigma_s(E) = \Sigma_i(E)/2.$$

Подставим вместо  $\Sigma_s$  и  $\Sigma_t$  их значения из (5.11.14),  $\Sigma_{s0}$  заменяя при этом  $\Sigma_{p0}$ . Считаем, что сечение поглощения  $\Sigma_{a0}$  описывается формулой Брейта—Вигнера (2.3.2). Принимая  $\sqrt{E_{r1}/E} \approx 1$ , окончательно имеем:

$$\Gamma_{п.р.} = 2|E - E_{r1}| = \Gamma \sqrt{\frac{\Sigma_{a0}^0}{\Sigma_{s1} + \Sigma_{p0}} - 1}. \quad (5.11.24)$$

Таким образом, более строгое условие выполнения приближения узкого резонанса запишем в виде

$$\Gamma_{п.р.} \ll (1 - \alpha_0) E_{r1}. \quad (5.11.25)$$

Если выполняется условие (5.11.25), то можно ожидать, что нейтрон после столкновения с ядром поглотителя с большой вероятностью уйдет из области резонанса и в этом случае применимо УР-приближение.

#### 5.11.4. ПРИБЛИЖЕНИЕ БЕСКОНЕЧНОЙ МАССЫ (БМ-ПРИБЛИЖЕНИЕ)

Для некоторых «сильных» ( $\sigma_a(E_r)$  велико) низколежащих ( $E_{r1}$  мало) резонансов  $^{238}\text{U}$  (или  $^{232}\text{Th}$ ) условие (5.11.25) не выполняется. Так, для первого резонанса  $^{238}\text{U}$  ( $E_{r1} = 6,67$  эВ) в смеси, состоящей из ядер урана и воды, взятых в отношении 1:1, практическая ширина  $\Gamma_{п.р.} \approx 1$  эВ, а  $(1 - \alpha_0) \cdot E_{r1} \approx 0,1$  эВ. Для таких резонансов естественно принять приближение

$$(1 - \alpha_0) E_{r1} \ll \Gamma_{п.р.}, \quad (5.11.26)$$

обратное приближению узких резонансов, которое называется приближением бесконечной массы. Оно означает, что в одном акте рассеяния на тяжелом ядре нейтрон теряет энергию гораздо меньшую, чем практическая ширина резонанса, и поэтому ему требуется испытать достаточно много столкновений, чтобы выйти из области резонанса  $\Gamma_{п.р.}$ . В пределе  $\alpha_0$  можно устремить к единице (это соответствует бесконечной массе ядра) и считать, что рассеяние ядрами поглотителя изменяет только направление движения нейтрона, не изменяя его энергии. При условии, что  $\alpha_0 \rightarrow 1$  интервал интегрирования в первом члене правой части уравнения (5.11.13) будет весьма малым и произведение  $\Phi^{(1)}(E') \Sigma_{s0}(E')$  можно вынести из-под знака интеграла при энергии  $E$ . Поскольку

$$\lim_{\alpha_0 \rightarrow 1} \frac{1}{(1 - \alpha_0)} \int_E^{E + \alpha_0} dE'/E' = 1,$$

то первый интеграл в правой части уравнения (5.11.13) равен  $\Phi(E) \Sigma_{s0}(E)$ .

При столкновении нейтрона с ядрами замедлителя, как и раньше, остается справедливым УР-приближение. Поэтому второй интеграл в (5.11.13) равен  $\Sigma_{s1}/(\xi \Sigma_s E)$ . Окончательно

$$\Phi_{БМ}^{(1)}(E) = \frac{\Sigma_{s1}}{\xi \Sigma_s (\Sigma_{s1} + \Sigma_{a0}) E}. \quad (5.11.27)$$

Соответственно вероятность избежать резонансного поглощения определяется выражением

$$\varphi(E_f \rightarrow E) = \exp \left\{ -\frac{N_0}{\xi \Sigma_s} \int_{E_{гп}}^{E_f} \frac{\sigma_{a0}(E')}{\left[1 + \frac{\Sigma_{a0}(E')}{\Sigma_{s1}}\right]} \frac{dE'}{E'} \right\}, \quad (5.11.28)$$

а эффективный резонансный интеграл

$$\begin{aligned} I_{a \rightarrow \Phi}^{БМ} &= \xi \Sigma_s \int_{E_{гп}}^{E_f} \sigma_{a0}(E') \Phi_{БМ}^{(1)}(E') dE' = \\ &= \int_{E_{гп}}^{E_f} \frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_{s1} + \Sigma_{a0}(E')} \sigma_{a0}(E') \frac{dE'}{E'}. \end{aligned} \quad (5.11.29)$$

В выражение для эффективного резонансного интеграла, как это видно из (5.11.29), не входит сечение рассеяния на ядрах поглотителя  $\Sigma_{s0}$ . Этого, разумеется, и следовало ожидать, потому что рассеяние на тяжелых ядрах без потери энергии не может оказать влияния на соотношение между процессами поглощения и замедления. Поскольку в реальных системах число ядер замедлителя чаще всего значительно больше числа ядер топлива, то отличие этих двух интегралов, как правило, несущественно.

Основываясь на условиях (5.11.25) и (5.11.26), можно показать, что для чистых металлов  $^{238}\text{U}$  и  $^{232}\text{Th}$  УР-приближение применимо во всем интервале энергий, кроме нескольких низших резонансов. Эти резонансы вносят значительный вклад в общий резонансный интеграл, который может быть учтен наилучшим образом с помощью БМ-приближения. В качестве примера в табл. 5.3 приводится вклад отдельных резонансов в резонансный интеграл для  $^{238}\text{U}$ . Однако, имеются такие резонансы, когда выбор между приближениями не может быть сделан достаточно обоснованно и ни одно из них не дает удовлетворительных результатов. В этом случае наиболее эффективным является приближение промежуточного резонанса, рассмотрение которого выходит за пределы данной книги.



Т а б л и ц а 5.3. Вклад отдельных резонансов в резонансный интеграл  $I_{a\infty}$  для  $^{238}\text{U}$ . Расчетные значения вероятностей резонансного поглощения  $(1 - \Phi_f)$  в гомогенной смеси урана и воды в различных приближениях

Энергия резонанса $E_{fp}$ , эВ	$\int \sigma_a \frac{dE}{E}$ , $10^{-24} \text{ см}^2$	Значения $(1 - \Phi_f)$		
		подсчитанные в УР-приближении	подсчитанные в БМ-приближении	точные
6,67*	130	—	—	—
21,0*	60	—	—	—
36,9*	45	—	—	—
66,3*	13	0,0224	0,0260	0,0257
81,3	1,0	0,00652	0,00556	0,00628
90,0	0,05	0,00114	0,00097	0,00113
103,5*	7,0	0,0139	0,0217	0,0208
117,5	3,0	0,00826	0,00856	0,00838
146,0	0,2	0,00178	0,00150	0,00176
166,0	0,5	0,00298	0,00263	0,00294
192*	2,5	0,00596	0,01245	0,0098

\* Сильные резонансы, для них справедливо БМ-приближение

#### 5.11.5. ЭФФЕКТИВНЫЙ РЕЗОНАНСНЫЙ ИНТЕГРАЛ

В п. 5.11.2 определена скорость поглощения  $R_a$  при условии, что  $\Sigma_s/N_0 \rightarrow \infty$ . Рассчитаем теперь величину  $R_a$  при любой концентрации ядер поглотителя, принимая для потока его значение в УР-приближении (5.11.17):

$$R_a = \int_{E_{gp}}^{E_f} \Sigma_{a0}(E) \Phi^{(1)}(E) dE = \frac{N_0}{\xi \Sigma_s} \int_{E_{gp}}^{E_f} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_t(E)} \sigma_{a0}(E) \frac{dE}{E} =$$

$$= \frac{N_0}{\xi \Sigma_s} \int_{E_{gp}}^{E_f} \frac{\sigma_{a0}(E)}{1 + \sigma_{a0}/\Sigma_s} \frac{dE}{E} = \Phi_{ac}^{(1)} N_0 I_{a\infty}^{UP}, \quad (5.11.30)$$

где

$$I_{a\infty}^{UP} = \int_{E_{gp}}^{E_f} (\sigma_{a0})_{\text{эф}} \frac{dE}{E}; \quad (5.11.31)$$

$$(\sigma_{a0})_{\text{эф}} = \sigma_{a0} / \left[ 1 + \frac{\sigma_{a0}}{\Sigma_s} \right] = \sigma_{a0} \left| 1 + \frac{\sigma_{a0}}{\Sigma_s/N_0} \right|. \quad (5.11.32)$$

Таким образом, чтобы вычислить скорость поглощений всех замедляющихся нейтронов с энергией от  $E_f$  до  $E_{gp}$ , необходимо значение  $I_{a\infty}$  умножить на концентрацию ядер поглотителя  $N_0$  и асимптотическое значение потока нейтронов в шкале ле-

таргии  $\Phi_{ac}^{(1)}$ . При расчете эффективного резонансного интеграла поток нейтронов считается невозмущенным ( $dE/E$ ), что видно из (5.11.30), а эффект снижения поглощения полностью учитывается введением эффективного сечения поглощения (5.11.32). Следовательно, эффективный резонансный интеграл имеет смысл интегрального (по области замедления) эффективного сечения поглощения.

Величина  $I_{a\infty}$  определяется не только сечением поглощения вещества-поглотителя  $\sigma_{a0}(E)$ , но зависит также от сечения рассеяния смеси, отнесенного к одному атому поглотителя  $\sigma_p = \Sigma_s/N_0$ . При уменьшении концентрации поглотителя (смесь становится более разбавленной) параметр  $\Sigma_s/N_0$  также увеличивается и эффективное сечение  $(\sigma_{a0})_{\text{эф}}$ , как это видно из (5.11.32), увеличивается. В пределе, при «бесконечном» разбавлении, членом  $\frac{\sigma_{a0}}{\Sigma_s/N_0}$  в знаменателе выражения (5.11.32) можно пренебречь и тогда отношение  $\sigma_{a0}/(\sigma_{a0})_{\text{эф}}$  становится равным единице.

Таким образом, в бесконечно разбавленной смеси поглотителя и замедлителя эффективный резонансный интеграл переходит в истинный резонансный интеграл вида (5.11.8), т. е.

$$I_{a\infty}^{\text{эф}} = \lim_{\Sigma_s/N_0 \rightarrow \infty} \int_{E_{gp}}^{E_f} (\sigma_{a0})_{\text{эф}} \frac{dE}{E} \rightarrow I_{a\infty} = \int_{E_{gp}}^{E_f} \sigma_{a0}(E) \frac{dE}{E}. \quad (5.11.33)$$

В то же время увеличение концентрации ядер поглотителя (параметр  $\sigma_p$  уменьшается) приводит к уменьшению  $(\sigma_{a0})_{\text{эф}}$  и  $I_{a\infty}$ . Наименьшее значение эффективного резонансного интеграла получается для чистого поглотителя в отсутствие замедлителя. В этом случае отношение  $\sigma_{a0}/(\sigma_{a0})_{\text{эф}}$  имеет максимальное значение, равное:

$$\sigma_{a0}/(\sigma_{a0})_{\text{эф}} = 1 + \sigma_{a0}/\sigma_s. \quad (5.11.34)$$

Так, для чистого металлического  $^{238}\text{U}$  это наименьшее значение (которое обозначим  $I_{a0}^{238}$ ) равно  $\sim 10 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$ . Поскольку резонансный интеграл  $I_{a\infty}$  для  $^{238}\text{U}$  равен  $275 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$ , то отношение  $I_{a\infty}^{238}/I_{a0}^{238} \approx 28$ . Чтобы объяснить столь сильную разницу в значениях резонансных интегралов, рассмотрим выражение для потока нейтронов (5.11.17):

$$\Phi^{(1)}(E) = \frac{1}{\xi \Sigma_t(E) E} = \frac{1}{\xi E [\sigma_{a0}(E) + \sigma_p/N_0]}.$$

Когда число ядер поглотителя на рассеивающее ядро велико, то  $\sigma_{a0}/\sigma_p$  также велико и поток нейтронов в резонансе изменяется приблизительно как  $\sigma_{a0}^{-1}(E)$ . В то же время если кон-

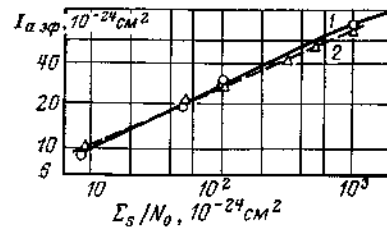


Рис 5.7 Зависимость эффективного резонансного интеграла  $^{238}\text{U}$  от параметра  $\Sigma_s/N_0$  при 300 К. 1 — экспериментальные данные; 2 — рассчитанные по формуле (5.11.35)

Воздействуя на спектр, поглотитель как бы мешает сам себе наиболее эффективно поглощать нейтроны (так называемый эффект энергетической экранировки). С этим весьма важным обстоятельством мы еще не раз встретимся в дальнейшем.

Имеющиеся экспериментальные данные по значениям эффективного резонансного интеграла  $^{238}\text{U}$  позволяют предложить следующую аппроксимационную зависимость  $I_{a\text{эф}}^{238}$  от параметра  $\sigma_p = \Sigma_s/N_0$ :

$$I_{a\text{эф}}^{238} = 3,8 (\Sigma_s/N_0)^{0,42}. \quad (5.11.35)$$

На рис. 5.7 зависимость (5.11.35) показана штриховой линией. Как видно, в пределах изменения  $\Sigma_s/N_0$  от  $10^{-23}$  до  $10^{-21} \text{ cm}^2$  формула (5.11.35) с погрешностью до  $\pm 10\%$  описывает экспериментальные данные.

Подставим зависимость  $I_{a\text{эф}}^{238}$  от  $\sigma_p$  в выражение (5.11.3):

$$\varphi = \exp \left[ -\frac{N_0}{\xi \Sigma_s} \left( \frac{\Sigma_s}{N_0} \right)^{0,42} \right] = \exp \left[ -\frac{1}{\xi} \left( \frac{N_0}{\Sigma_s} \right)^{0,58} \right]. \quad (5.11.36)$$

Вероятность избежать резонансного захвата  $\varphi$  тем выше, чем меньше параметр  $N_0/\Sigma_s$ . В предельном случае (бесконечно разбавленная смесь) эффективный резонансный интеграл принимает максимальное значение  $I_{a\infty}$ , а  $\varphi \rightarrow 1$ , поскольку число ядер поглотителя  $N_0 \rightarrow 0$ . На рис. 5.6, б представлена зависимость потока нейтронов от энергии в области резонанса при различных значениях параметра  $\Sigma_s/N_0$ . В связи с тем что часть нейтронов, равная  $1-\varphi$ , поглощается на  $i$ -м резонансе, после него поток не достигает своего предельного значения (штрихпунктирная линия).

Между истинным и эффективным резонансными интегралами имеются и другие различия. Если сечение поглощения  $\sigma_a(E)$  бесконечно в некотором конечном интервале энергий, то интеграл  $I_{a\infty} = \int_{\Delta E} \sigma_a(E') dE'/E'$  может быть равен бесконечности,

если концентрация топлива мала, то  $\sigma_{a0}/\sigma_p$  относительно мало и  $\Phi(E)$  меняется по закону, близкому к  $1/E$ .

Таким образом, более высокие концентрации поглотителя приводят к резко выраженным провалам потока резонансных нейтронов (см. рис. 5.6, б), а следовательно, и к меньшему поглощению на одно ядро поглотителя, поскольку скорость поглощения в единичном интервале энергий равна  $\Sigma_a(E)\Phi(E)$ .

тогда как эффективный резонансный интеграл остается конечным. Это означает, что вероятность избежать резонансного поглощения будет отлична от нуля. Такой факт вполне понятен, поскольку при каждом столкновении всегда существует вероятность того, что потеря энергии нейтрона будет больше ширины резонанса, каким бы высоким резонанс ни был, и нейтрон тем самым не будет поглощен на резонансе.

Истинный резонансный интеграл  $I_{a\infty}$  не зависит от температуры. Это объясняется следующим.

Как известно (§ 2.3), возрастание температуры поглотителя приводит к уширению резонансов вследствие эффекта Доплера. При этом площадь под кривой резонансного пика остается постоянной. Из выражения (5.11.8) видно, что резонансный интеграл  $I_{a\infty}$  как раз и представляет собой площадь под резонансной кривой. В выражении для  $I_{a\text{эф}}$  сечение поглощения входит как в числитель, так и в знаменатель. Это означает, что эффективный резонансный интеграл зависит от температуры среды. Для сильно разбавленных смесей отношение  $\sigma_{a0}N_0/\Sigma_s \ll 1$ , поэтому эффективный резонансный интеграл мало отличается от истинного. В таких системах вероятность избежать резонансного поглощения слабо зависит от температуры.

Повышение концентрации поглотителя в смеси приводит к более резкой зависимости  $\varphi$  от температуры, что имеет немаловажное значение для реальных систем.

## Глава 6

### ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАМЕДЛЯЮЩИХСЯ НЕЙТРОНОВ

#### § 6.1. Модель непрерывного замедления. Уравнение возраста

В гл. 4 была рассмотрена диффузия моноэнергетических нейтронов в среде конечных размеров. Обмен энергий с ядрами не учитывался, и все нейтроны имели одну и ту же энергию после любого числа столкновений. В дальнейшем (гл. 5) рассматривалось замедление нейтронов в бесконечной однородной и гомогенной среде с равномерно распределенными источниками, т. е. в отсутствие диффузии нейтронов. Такое изложение в первую очередь обусловлено стремлением более наглядно представить физическую сущность процессов диффузии и замедления. Необходимо также отметить, что в ряде случаев преобладающую роль играет лишь один из этих процессов. Тем не менее при вычислении распределения плотности нейтронов

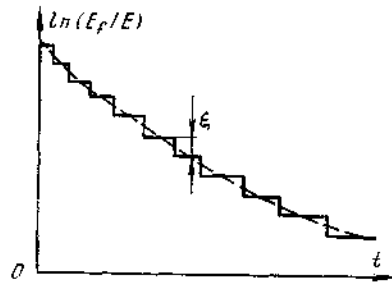


Рис. 6.1. Зависимость  $\ln(E_f/E)$  от времени (штриховая линия — зависимость при  $A \rightarrow \infty$ )

в ядерном реакторе нельзя разделять процессы диффузии и замедления.

Существует несколько способов нахождения пространственного распределения замедляющихся нейтронов. Вначале остановимся на сравнительно простом, основанном на модели непрерывного замедления. Суть этой модели удобно выяснить с помощью рис. 6.1, на котором представлена качественная зависимость  $\ln(E_f/E)$  от времени  $t$ .

Эта зависимость имеет ступенчатый вид. Высота ступенек постоянна почти во всем интервале энергии замедляющихся нейтронов (§ 5.4 и 6.11) и равна средней логарифмической потере энергии на одно столкновение (5.5.1). При замедлении во всех средах, кроме водородсодержащих, нейтрон испытывает много соударений (табл. 5.1), прежде чем станет тепловым. В таких средах высота ступенек мала, поэтому реальную зависимость с хорошей точностью можно заменить плавной (штриховая кривая на рис. 6.1). Таким образом, основное допущение данной модели заключается в том, что процесс замедления считается непрерывным.

Итак, используя модель непрерывного замедления, получим уравнение, описывающее пространственное распределение замедляющихся нейтронов. Рассмотрим простейший случай, когда поглощение нейтронов в процессе замедления отсутствует, а источник испускает моноэнергетические нейтроны с энергией  $E_f$ . Даже если все нейтроны образуются с одинаковой энергией, они не будут обладать одной и той же энергией по истечении некоторого времени с момента рождения из-за статистического характера процесса рассеяния. Другими словами, график зависимости  $\ln(E_f/E)$  от времени  $t$  (рис. 6.1) меняется от нейтрона к нейтрону. Понятно, что этот разброс нейтронов по энергиям в любой момент времени будет тем меньше, чем более тяжелые ядра используются в качестве замедлителя.

Примем, что все нейтроны, диффундировавшие в течение времени  $t$  после рождения, имеют скорость  $v$ . Тогда число столкновений, испытываемых одним нейтроном за время  $dt$ , равно  $v dt / \lambda_s$ . В то же время число столкновений нейтрона в интервале энергии  $dE$  в соответствии с выражением (5.5.7) есть  $dE / \xi E$ . Приравняв между собой эти два выражения и переходя к переменной  $u$ , получаем соотношение, связывающее  $u$  с  $t$ , на основе модели непрерывного замедления:

$$du = (\xi v / \lambda_s) dt. \quad (6.1.1)$$

При отсутствии источников и поглощения нейтронов уравнение диффузии для плотности нейтронов  $n(r, t)$  (4.5.4) примет вид

$$D \Delta n(r, t) = \partial n(r, t) / \partial t. \quad (6.1.2)$$

Имея связь времени  $t$  с летаргией  $u$ , перейдем в последнем уравнении от плотности  $n(r, t)$  к плотности  $n(r, u)$ .

Поскольку

$$n(r, t) dt = n(r, u) du,$$

то

$$\partial n(r, t) / \partial t = n(r, u) \xi v / \lambda_s. \quad (6.1.3)$$

Используя тождество

$$\frac{\partial n(r, t)}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial n(r, t)}{\partial u}$$

и уравнение (6.1.1), имеем:

$$\frac{\partial n(r, t)}{\partial t} = \frac{\xi v}{\lambda_s} \frac{\partial}{\partial u} \left[ \frac{\xi v}{\lambda_s} n(r, u) \right]. \quad (6.1.4)$$

Подставляя полученные выражения для  $n(r, t)$  и  $\partial n(r, t) / \partial t$  в уравнение (6.1.2), получаем:

$$D \Delta [\xi \Sigma_s \Phi(r, u)] = \xi \Sigma_s \frac{\partial}{\partial u} [\xi \Sigma_s \Phi(r, u)]. \quad (6.1.5)$$

Здесь  $\Phi(r, u) = v n(r, u)$  — поток нейтронов на единицу интервала летаргии. Величина, стоящая в квадратных скобках, есть плотность замедления  $\tilde{j}(r, u)$ ; знак « $\sim$ » означает, что  $j$  — плотность замедления в среде без поглощения.

Теперь вместо летаргии  $u$  введем новую независимую переменную, называемую *возрастом* нейтронов,

$$\tau(u) = \int_0^u \frac{D}{\xi \Sigma_s} du' \quad (6.1.6)$$

и запишем уравнение (6.1.5) в терминах этой переменной:

$$\Delta \tilde{j}(r, \tau) = \partial \tilde{j}(r, \tau) / \partial \tau. \quad (6.1.7)$$

Уравнение (6.1.7) называется *уравнением возраста*.

Если рассматривается среда с источниками, испускающими моноэнергетические нейтроны, то

$$\Delta \tilde{j}(r, \tau) = \partial \tilde{j}(r, \tau) / \partial \tau + S(r) \delta(\tau), \quad (6.1.8)$$

где  $S(r)$  — скорость генерации нейтронов в единицу времени и в единице объема;  $\delta(\tau)$  — дельта-функция Дирака (см. § 4.9). Отметим, что уравнение возраста по своему виду совпадает с нестационарным уравнением теплопроводности.

## § 6.2. Уравнение замедления в возрастном приближении в средах с поглощением

Теперь рассмотрим среду с поглощением, содержащую ядра замедлителя с  $A > 1$  и тяжелые ядра поглотителя, в которой распределены моноэнергетические источники, испускающие нейтроны с энергией  $E_f$ . Будем считать, что поглощение мало, а энергию нейтроны теряют только при столкновении с замедлителем. Поскольку  $\Sigma_a$  мало, то для описания процесса диффузии воспользуемся обычным диффузионным уравнением (4.5.5), полученным ранее для моноэнергетических нейтронов.

Итак, выведем уравнение замедления нейтронов с энергией  $E \ll E_f$  из условия их баланса в четырехмерном элементе объема, включающем в себя энергетическую переменную и пространственные координаты.

Запишем уравнение диффузии для нейтронов, энергия которых лежит в интервале  $E \div E + dE$ . При этом нужно учесть, что в результате любого столкновения нейтрона с ядром его энергия уменьшается и становится меньше нижней границы интервала  $dE$ . Поэтому увод нейтронов из  $dEdV$  определяется утечкой ( $D\Delta\Phi$ ), поглощением ( $\Sigma_a\Phi$ ) и рассеянием ( $\Sigma_s\Phi$ ). Прибыль нейтронов в единицу времени и в единице объема определяется числом нейтронов

$$S(r, E) dE = \frac{1}{(1-\alpha)} \int_E^{E/\alpha} R_s(r, E') \frac{dE dE'}{E'},$$

энергия которых попала в элемент  $dE$  из интервала энергии, равного ступеньке замедления. Тогда уравнение (4.5.5) примет вид

$$D(E) \Delta\Phi(r, E) dV dE - \Phi(r, E) [\Sigma_a(E) + \Sigma_s] dV dE + S(r, E) dV dE = 0. \quad (6.2.1)$$

Подставляя в последнее уравнение вместо  $S(r, E)$  его значение и сокращая на  $dV dE$ , имеем:

$$D(E) \Delta\Phi(r, E) - \Sigma_t(E) \Phi(r, E) + \frac{1}{1-\alpha} \int_E^{E/\alpha} \Phi(r, E') \Sigma_s \frac{dE'}{E'} = 0. \quad (6.2.2)$$

Естественно, что, используя в качестве исходного уравнение диффузии, мы вносим все те ограничения, которые присущи диффузионному приближению и были рассмотрены довольно подробно в гл. 4.

Интегро-дифференциальное уравнение (6.2.2) можно считать точно описывающим энергетическую зависимость при

$E \ll E_f$ . Его прямое аналитическое решение крайне затруднительно. Для упрощения уравнения воспользуемся известным обстоятельством: скорость столкновения нейтронов с ядрами в шкале летаргии  $R(u)$  в предельном случае бесконечной непоглощающей среды строго постоянна, а в среде, в которой поглощается 20–30 % нейтронов (что отнюдь не мало для реакторов на тепловых нейтронах),  $R(u)$  меняется медленно и монотонно (рис. 6.2). Перейдем в (6.2.2) от переменной  $E$  к переменной  $u$  и от потока нейтронов  $\Phi(r, u)$  к скорости столкновений  $R(r, u)$  на единицу летаргии. Для этого уравнение (6.2.2) умножим на  $E$ , а интеграл дополнительно умножим и разделим на  $E'$ . Так как  $\Phi(r, E) \times E \Sigma_t(E) = R(r, u)$ , то после несложных преобразований приведем последнее уравнение к виду:

$$\frac{D(u)}{\Sigma_t(u)} \Delta R(r, u) - R(r, u) - \frac{1}{1-\alpha} \int_u^{u+\ln \alpha} R(r, u') \frac{\Sigma_s}{\Sigma_t(u')} \exp(u' - u) du' = 0. \quad (6.2.3)$$

Разложим скорость столкновений под интегралом в ряд Тейлора вблизи нижнего предела и ограничимся в этом разложении линейным членом

$$R(r, u') \approx R(r, u) + (u' - u) \frac{\partial R(r, u)}{\partial u}. \quad (6.2.4)$$

Подставим это разложение в (6.2.3) и в полученном подынтегральном выражении выделим четыре члена в форме, удобной для дальнейшего рассмотрения:

$$R(r, u') \frac{\Sigma_s}{\Sigma_t(u')} = \left[ R(r, u) + (u' - u) \frac{\partial R(r, u)}{\partial u} \right] \times \left[ 1 - \frac{\Sigma_a(u')}{\Sigma_t(u')} \right] = R(r, u) + (u' - u) \frac{\partial R(r, u)}{\partial u} - \frac{\Sigma_a(u')}{\Sigma_t(u')} R(r, u) - (u' - u) \frac{\partial R(r, u)}{\partial u} \frac{\Sigma_a(u')}{\Sigma_t(u')}. \quad (6.2.5)$$

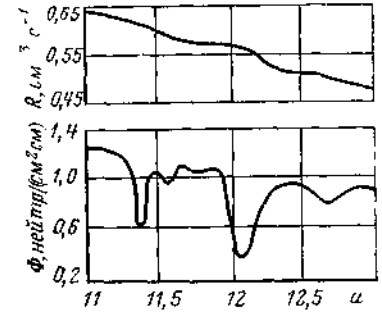


Рис. 6.2 Изменение потока нейтронов и скорости столкновений на единицу летаргии (отношение концентрации ядер графита и урана равно 100)

Поскольку в разложении (6.2.4) член  $(u'-u)\partial R(r, u)/\partial u$  мал по сравнению с  $R(r, u)$ , а диффузионное приближение применимо при  $\Sigma_a/\Sigma_t \ll 1$ , то будем считать второй и третий члены выражения (6.2.5) величинами одного порядка малости и сохраним их, а произведением  $(u'-u) \frac{\partial R(r, u)}{\partial u} \frac{\Sigma_a(u')}{\Sigma_t(u')}$  пренебрежем. Тогда интеграл в уравнении (6.2.3) преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1-\alpha} \int_u^{u+\ln \alpha} R(r, u') \frac{\Sigma_s}{\Sigma_t(u')} \exp(u'-u) du' = \\ & = R(r, u) \left[ \frac{1}{1-\alpha} \int_u^{u+\ln \alpha} \exp(u'-u) du' \right] + \\ & + \frac{\partial R(r, u)}{\partial u} \left[ \frac{1}{1-\alpha} \int_u^{u+\ln \alpha} (u'-u) \exp(u'-u) du' \right] - \\ & - R(r, u) \left[ \frac{1}{1-\alpha} \int_u^{u+\ln \alpha} \frac{\Sigma_a(u')}{\Sigma_t(u')} \exp(u'-u) du' \right]. \end{aligned}$$

Выражение в первых квадратных скобках равно 1, а во вторых — средней логарифмической потере энергии  $\xi$ . Если сечение поглощения  $\Sigma_a$  — медленно меняющаяся функция энергии, то третий интеграл можно вычислить приближенно, вынося из-под знака интеграла отношение сечений при лётаргии  $u$ . При этом допущении последний член равен  $R(r, u)\Sigma_a(u)/\Sigma_t(u)$ .

Окончательно имеем:

$$\frac{D(u)}{\Sigma_t(u)} \Delta R(r, u) - \xi \frac{\partial R(r, u)}{\partial u} - R(r, u) \frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_t(u)} = 0. \quad (6.2.6)$$

Таким образом, интегро-дифференциальное уравнение (6.2.3) сведено к дифференциальному уравнению второго порядка в частных производных. Теперь перейдем к переменной  $\tau(u)$  (6.1.6), которая для среды с поглощением имеет вид

$$\tau(u) = \int_0^u \frac{D(u')}{\xi \Sigma_t(u')} du' \quad \text{или} \quad d\tau = \frac{D(u)}{\xi \Sigma_t(u)} du. \quad (6.2.7)$$

В новой переменной уравнение (6.2.6) примет вид

$$\Delta R(r, \tau) - R(r, \tau)/L_\tau^2 - \partial R(r, \tau)/\partial \tau = 0, \quad (6.2.8)$$

где

$$L_\tau^2 = D(u)/\Sigma_a(u). \quad (6.2.9)$$

— квадрат длины диффузии нейтронов, имеющих возраст  $\tau$ . Пользуясь соотношением (5.11.22), можно перейти от скорости столкновений  $R$  к плотности замедления  $j$ , в результате чего получим уравнение, совпадающее по форме с (6.2.8):

$$\Delta j(r, \tau) - \partial j(r, \tau)/\partial \tau - j(r, \tau)/L_\tau^2 = 0. \quad (6.2.10)$$

Уравнение (6.2.10) называют *уравнением замедления в возрастном приближении*. Оно отличается от уравнения возраста (6.1.7) последним членом, который описывает поглощение нейтронов. Как всякое дифференциальное уравнение, оно должно быть дополнено граничными условиями. Кроме того, необходимо иметь еще начальное условие, описывающее источники, поскольку в уравнение (6.2.10) скорость генерации нейтронов источников непосредственно не входит.

Однако прежде выясним смысл термина «возраст нейтронов». Для этого сравним полученное уравнение (6.2.10) с нестационарным уравнением диффузии моноэнергетических нейтронов (4.5.4). Пусть в момент времени  $t=t_0$  источники перестали испускать нейтроны. Тогда при  $t > t_0$   $S=0$  и уравнение (4.5.4) запишется так:

$$\Delta \Phi(r, t) - \frac{\Phi(r, t)}{L_\tau^2} = \frac{1}{Dv} \frac{\partial \Phi(r, t)}{\partial t}. \quad (6.2.11)$$

Из сравнения выражений (6.2.10) и (6.2.11) видно, что нестационарное диффузионное уравнение аналогично стационарному уравнению замедления, если в качестве независимой переменной выбрать не время, а возраст и провести замену

$$d\tau \rightarrow Dv dt. \quad (6.2.12)$$

Таким образом, величина  $\tau$  играет роль времени в уравнении замедления и пропорциональна хронологическому возрасту нейтронов  $t$ . Поэтому она называется возрастом нейтронов. В дальнейшем мы рассмотрим физический смысл возраста, связав  $\sqrt{\tau}$  с длиной миграции нейтронов при замедлении.

В заключение отметим, что в случае слабого поглощения, а именно такой случай нас в первую очередь и интересует,  $\Sigma_t \approx \Sigma_s$  и  $D=1/3\Sigma_{s, tr}$ . Тогда возраст нейтронов (6.2.7) будет определяться выражением

$$\tau(E_f \rightarrow E) = \int_E^{E_f} \frac{1}{3\xi \Sigma_s(E') \Sigma_{s, tr}(E')} \frac{dE'}{E'}. \quad (6.2.13)$$

Возраст нейтронов имеет размерность площади, т. е. квадратный сантиметр.

### § 6.3. Начальное и граничные условия

Поскольку для простоты предполагаем, что все нейтроны рождаются с одной и той же энергией и возраст нейтронов источника равен нулю, то начальное условие можно записать следующим образом:

$$j(r, 0) = S\delta(r)\delta(\tau). \quad (6.3.1)$$

Функция  $j(r, 0)$  представляет собой число нейтронов в единице объема в единицу времени, начинающих замедляться. Запишем для уравнения замедления граничные условия на поверхности раздела  $F$  сред с различными свойствами (индексы  $l$  и  $l+1$ ) и в том числе на внешней поверхности (граница тела с вакуумом). Эти условия, полученные нами ранее для уравнения диффузии моноэнергетических нейтронов (§ 4.7), справедливы и для диффузии с замедлением. Таким образом,

$$\left. \begin{aligned} \Phi^{(l)}|_F &= \Phi^{(l+1)}|_F; \\ -D^{(l)}\nabla\Phi^{(l)}|_F &= -D^{(l+1)}\nabla\Phi^{(l+1)}|_F; \end{aligned} \right\} \quad (6.3.2)$$

$$\Phi(R_s, \tau) = 0. \quad (6.3.3)$$

Переходя от потока  $\Phi$  к плотности замедления  $j$ , для слабопоглощающей среды легко получить

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{j}{\xi\Sigma_s}\right)^{(l)}|_F &= \left(\frac{j}{\xi\Sigma_s}\right)^{(l+1)}|_F; \\ \left(\frac{\nabla j}{\xi\Sigma_s\Sigma_{tr}}\right)^{(l)}|_F &= \left(\frac{\nabla j}{\xi\Sigma_s\Sigma_{tr}}\right)^{(l+1)}|_F. \end{aligned} \right\} \quad (6.3.4)$$

### § 6.4. Примеры решения уравнения возраста

#### 6.4.1. ИСТОЧНИКИ ПРОСТЕЙШИХ ФОРМ

Пусть плоский монохроматический бесконечный источник с поверхностной скоростью генерации нейтронов  $S_n$  нейтр/(см<sup>2</sup>·с) расположен в плоскости  $yz$  и испускает нейтроны в обе стороны. Уравнение возраста (6.1.8) в этом случае имеет вид

$$\partial \tilde{j}(x, \tau)/\partial \tau = \partial^2 \tilde{j}(x, \tau)/\partial x^2 + S_n \delta(x)\delta(\tau). \quad (6.4.1)$$

Будем искать решение, удовлетворяющее условиям

$$\tilde{j} \rightarrow 0 \text{ при } x \rightarrow \pm \infty. \quad (6.4.2)$$

Для этого удобно воспользоваться преобразованием Фурье. По определению фурье-образ функции  $\tilde{j}(x, \tau)$  определяется соотношением

$$f(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{j}(x, \tau) \exp(-i\omega x) dx, \quad (6.4.3)$$

а обратное преобразование имеет вид

$$\tilde{j}(x, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\omega, \tau) \exp(i\omega x) d\omega. \quad (6.4.4)$$

Найдем предварительно фурье-образы функций:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{j}}{\partial \tau} &\rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \tilde{j}(x, \tau)}{\partial \tau} \exp(-i\omega x) dx = \\ &= \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{j}(x, \tau) \exp(-i\omega x) dx = \frac{\partial f(\omega, \tau)}{\partial \tau}; \\ \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial x^2} &\rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \tilde{j}(x, \tau)}{\partial x^2} \exp(-i\omega x) dx = \\ &= -\omega^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{j}(x, \tau) \exp(-i\omega x) dx = -\omega^2 f(\omega, \tau); \\ \delta(x) &\rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) \exp(-i\omega x) dx = 1. \end{aligned}$$

При нахождении фурье-образа функции  $\tilde{j}$  использовалось граничное условие (6.4.2). Подставляя полученные выражения в исходное уравнение (6.4.1), получаем

$$\partial f(\omega, \tau)/\partial \tau + \omega^2 f(\omega, \tau) = S_n \delta(\tau). \quad (6.4.5)$$

Нетрудно проверить, что решением этого уравнения является выражение

$$f(\omega, \tau) = S_n \exp[-\omega^2 \tau]. \quad (6.4.6)$$

Тогда

$$\tilde{j}(x, \tau) = \frac{S_n}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-(\omega^2 \tau - i\omega x)] d\omega.$$

Преобразуя показатель экспоненты

$$\omega^2 \tau - i\omega x = \left(\omega \sqrt{\tau} - \frac{ix}{2\sqrt{\tau}}\right)^2 + \frac{x^2}{4\tau}$$

и вводя новую переменную

$$z = \left(\omega \sqrt{\tau} - \frac{ix}{2\sqrt{\tau}}\right),$$

окончательно находим:

$$\begin{aligned} \tilde{j}(x, \tau) &= \frac{S_n}{2\pi\sqrt{\tau}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\tau}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-z^2) dz = \\ &= \frac{S_n}{\sqrt{4\pi\tau}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\tau}\right). \end{aligned} \quad (6.4.7)$$

Рассуждая аналогично, можно получить формулы для плотности замедления  $\tilde{j}(r, \tau)$  при наличии в бесконечной среде нитевидного и точечного источ-

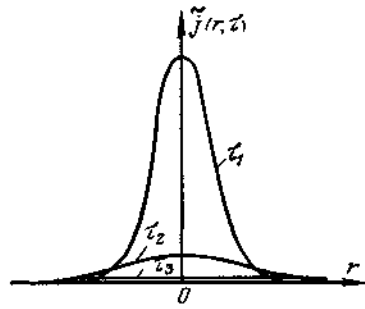


Рис. 6.3. Распределение плотности замедления  $\tilde{j}(r, \tau)$  вблизи точечного источника ( $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$ )

Функция вида

$$W(r, r', \tau) = \frac{1}{(4\pi\tau)^{n/2}} \exp\left[-\frac{|r-r'|^2}{4\tau}\right] \quad (6.4.10)$$

есть функция влияния (§ 4.8) для замедляющихся нейтронов, которую часто называют *ядром замедления*. Функция влияния представляет собой вероятность того, что быстрый нейтрон, рожденный в точке  $r'$ , будет иметь возраст  $\tau$  в точке  $r$ .

Рассмотрим точечный источник, помещенный в начало координат. В этом случае

$$W(r, \tau) = (4\pi\tau)^{-3/2} \exp\left[-\frac{r^2}{4\tau}\right], \quad (6.4.11)$$

а плотность замедления

$$\tilde{j}(r, \tau) = \frac{S_\tau}{(4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left[-\frac{r^2}{4\tau}\right]. \quad (6.4.12)$$

Распределение плотности замедления  $\tilde{j}(r, \tau)$  вокруг точечного источника для различных значений  $\tau$  представлено на рис. 6.3. Для каждого значения  $\tau$  имеет место гауссова кривая с максимумом  $S_\tau/(4\pi\tau)^{3/2}$  в точке, где расположен источник. Поэтому, когда возраст  $\tau$  мал (энергия нейтронов близка к энергии нейтронов источника), кривая оказывается высокой и узкой. По мере замедления нейтронов ( $\tau$  увеличивается) кривая становится более низкой и размытой. Такого характера кривых следует ожидать и из физических соображений. Нейтроны больших энергий (кривая  $\tau_1$ ) испытали в среде мало столкновений и не успели продиффундировать далеко от источника. Нейтроны, замедлившись до низких энергий (большие  $\tau$ ), испытали много столкновений, успели продиффундировать на значительные расстояния и распределены в среде более или менее равномерно (кривая  $\tau_3$ ). Естественно, площадь под кривой при всех значениях  $\tau$  остается постоянной. Это означает, что число нейтронов всех энергий в единицу времени одинаково и равно  $S_\tau$ .

Используя принцип суперпозиции источников (см. § 4.9), выражение для плотности замедления  $\tilde{j}$  в случае непрерывно расположенных точечных источников можно представить в виде

$$\tilde{j}(r, \tau) = \int_0^\infty \frac{S(r')}{(4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left(-\frac{|r-r'|^2}{4\tau}\right) dr'. \quad (6.4.13)$$

ников. Эти формулы можно обобщить и записать в виде

$$\tilde{j}(r, \tau) = \frac{S_k}{(4\pi\tau)^{n/2}} \exp\left[-\frac{r^2}{4\tau}\right], \quad (6.4.8)$$

где показатель степени  $n=2$  для линейного (линейного) ( $S_k=S_\pi$ ) и  $n=3$  точечного источников ( $S_k=S_\tau$ ). Легко видеть, что  $n=1$  соответствует решению для плоского источника ( $S_k=S_n$ ).

Если начало координат не совпадает с положением источника (источник расположен в точке с координатой  $r'$ ), то выражение для плотности замедления приобретает вид:

$$\tilde{j}(r, r', \tau) = \frac{S_k}{(4\pi\tau)^{n/2}} \exp\left[-\frac{|r-r'|^2}{4\tau}\right]. \quad (6.4.9)$$

#### 6.4.2. БЕСКОНЕЧНАЯ ПЕРИОДИЧЕСКАЯ РЕШЕТКА НИТЕВИДНЫХ ИСТОЧНИКОВ

Во многих случаях быстрые нейтроны рождаются в реакторе внутри расположенных в строго определенном порядке длинных и тонких (по сравнению со слоем разделяющего их замедлителя) цилиндрических урановых блоков. Рассмотрим бесконечную периодическую систему из нитевидных блоков — источников, расположенных в квадратной решетке с шагом  $b_p$ .

Линейную скорость генерации нейтронов источниками будем считать одинаковой и равной  $S_\pi$  нейтр./см·с. Довольно громоздкие вычисления, которые мы здесь опускаем, приводят к следующим результатам:

в центре ячейки решетки плотность замедления

$$j(0, 0, \tau) \approx (S_\pi/b_p^2) [1 + 4 \exp(-4\pi^2\tau/b_p^2)], \quad (6.4.14)$$

а в угловых точках

$$j(b_p/2, b_p/2, \tau) \approx S_\pi/b_p^2 [1 - 4 \exp(-4\pi^2\tau/b_p^2)]. \quad (6.4.15)$$

Таким образом, разность значений плотности замедления в центре и на краю ячейки определяется величиной

$$8 \exp[-4\pi^2\tau/b_p^2]. \quad (6.4.16)$$

Условием постоянства  $j(r, \tau)$  по ячейке будет, очевидно, неравенство

$$8 \exp[-4\pi^2\tau/b_p^2] \ll 1. \quad (6.4.17)$$

Обычно это неравенство выполняется достаточно хорошо, поскольку в формировании нейтронного поля в данной точке принимает участие большое число соседних блоков. Понятно, что в сильно разреженных решетках, когда  $b_p^2 \gg \tau$ , плотность замедляющихся нейтронов в основном определяется нейтронами, родившимися в данном блоке, и поэтому не будет постоянна по ячейке. Однако такие случаи на практике встречаются крайне редко.

#### § 6.5. Пределы применимости уравнения замедления

Пределы применимости уравнения замедления в возрастном приближении определяются теми предположениями и допущениями, которые принимались при его выводе. Использование уравнения (6.2.1) в качестве исходного налагает на уравнение замедления все те ограничения, которые присущи диффузионному приближению. Таким образом, применение уравнения

замедления ограничено средами с малым поглощением; решение уравнения замедления несправедливо вблизи источников и границ тела с вакуумом.

Существуют также ограничения другого рода. Во-первых, уравнение (6.2.10) справедливо только для тяжелых замедлителей и асимптотических энергий, и, во-вторых, сечение поглощения должно слабо зависеть от энергии нейтронов.

Кроме этих двух групп ограничений, отметим еще одно, которое имеет место на больших расстояниях от источника. В возрастном приближении плотность нейтронов уменьшается по мере удаления от источника по закону  $\exp[-r^2/(4\tau)]$ , см. (6.4.12). Однако всегда присутствуют такие нейтроны, которые не начали процесса замедления немедленно после вылета из источника, например нейтроны первого пробега (с начальной энергией), нейтроны, столкнувшиеся с ядром один раз и затем пролетевшие значительное расстояние без столкновения, и другие нейтроны с «нестандартной» судьбой. Пространственное распределение таких нейтронов описывается законом  $r^{-2} \exp(-r/\lambda)$ .

Если миграция даже очень малого числа нейтронов источника подчиняется закону  $r^{-2} \exp(-r/\lambda)$ , то при любых значениях  $\lambda$  и доли таких нейтронов на достаточно больших расстояниях  $r$  этих «экспоненциальных» нейтронов окажется больше, чем «гауссовых».

Следовательно, вдали от источника поток в основном определяется нейтронами, испытавшими небольшое число столкновений, в результате которых энергия и направление полета нейтронов изменились также незначительно. Отсюда следует, что решение уравнения замедления на больших расстояниях от источника дает заниженные значения плотности замедления. Это обстоятельство необходимо иметь в виду при расчете защиты от излучений реактора.

## § 6.6. Возраст нейтронов

Возраст нейтронов  $\tau$  был введен чисто формально при выводе уравнений возраста (6.1.7) и замедления (6.2.10) и определяется выражением (6.2.13). При относительно слабой зависимости сечений  $\Sigma_s$  и  $\Sigma_{s, tr}$  от энергии замедляющихся нейтронов (что практически всегда имеет место) эти сечения можно вынести за знак интеграла, а выражение для возраста можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} \tau(E_f \rightarrow E) &= \frac{1}{3\xi\Sigma_s\Sigma_{s, tr}} \ln \frac{E_f}{E} = \\ &= \frac{\bar{D}^2}{\xi\Sigma_s} \ln \frac{E_f}{E} = \frac{\bar{\lambda}_s^2}{\xi(1-2/3A)} \ln \frac{E_f}{E}. \end{aligned} \quad (6.6.1)$$

Чем больше интервал замедления ( $E_f - E$ ), тем дальше «средний» нейтрон уходит от точки, где он родился. Естественно, что в среднем максимальное удаление от источника (а значит, и максимальный возраст  $\tau_{tr}$ ) будут иметь нейтроны, замедлившиеся до границы области замедления  $E_{tr}$ .

Как видно, возраст нейтронов связан не только с временем замедления (§ 6.2), но и со смещением нейтрона в процессе замедления. Вычислим средний квадрат расстояния от источника, на котором энергия нейтронов «пересекает» значение  $E$ , т. е. становится меньше этого значения. Рассмотрим точечный источник, скорость генерации которого равна 1 нейтр/с в бесконечной среде, и совместим для удобства вычисления начало координат с точкой, где расположен источник. По определению среднего квадрата смещения

$$\overline{r^2(\tau)} = \frac{\int_0^\infty r^2 W(r, \tau) dr}{\int_0^\infty W(r, \tau) dr}, \quad (6.6.2)$$

где  $W(r, \tau)$  определяется выражением (6.4.11). Подставляя в (6.6.2) вместо  $W(r, \tau)$  ее значение, имеем:

$$\overline{r^2(\tau)} = \int_0^\infty r^2 \frac{1}{(2\sqrt{\pi\tau})^3} \exp\left(-\frac{r^2}{4\tau}\right) 4\pi r^2 dr = 6\tau. \quad (6.6.3)$$

Следовательно, возраст нейтронов есть 1/6 среднего квадрата расстояния (по прямой), на которое смещается нейтрон при замедлении от энергии источника (соответствующего нулевому возрасту) до данной энергии, отвечающей возрасту  $\tau$ .

Итак, возраст  $\tau$  определяет миграцию нейтронов в процессе замедления, т. е. играет для замедляющихся нейтронов ту же роль, что квадрат длины диффузии  $L^2$  для тепловых. Величина  $\sqrt{\tau}$  носит название *длины замедления*. Утечка замедляющихся нейтронов из объема тела будет небольшой, если выполняется условие

$$R^2/\tau \gg 1, \quad (6.6.4)$$

где  $R$  — характерный размер тела.

В энергетических реакторах утечка обычно составляет 2—3 %, и поэтому реально имеет место следующее соотношение:

$$R^2 \geq 300\tau.$$

Наоборот, когда условие (6.6.4) не выполняется, то большая часть нейтронов при замедлении вылетает за пределы активной зоны.

Возраст нейтронов можно также определить из чисто геометрических соображений, вычисляя после каждого соударения



средний квадрат расстояния между двумя последовательными столкновениями:

$$\bar{r}_v^2 = \int_0^\infty r^2 \exp[-\Sigma_s(E_v)r] dr / \int_0^\infty \exp[-\Sigma_s(E_v)r] dr = 2\lambda_s^2(E_v), \quad (6.6.5)$$

где  $E_v$  — энергия нейтрона после  $v$ -го столкновения. Тогда

$$\overline{r^2(E)} = \left( \sum_{v=0}^{n-1} r_v \right)^2. \quad (6.6.6)$$

Суммирование проводится только до  $n-1$ , поскольку при  $n$ -м столкновении нейтрон уже имеет энергию меньше  $E$ .

Проводя соответствующие вычисления, получаем выражение для среднего квадрата смещения нейтрона, имеющего энергию  $E$ :

$$\overline{r^2(E)} = 2\lambda_s^2(E_f) + 6\tau. \quad (6.6.7)$$

Эта формула отличается от полученного ранее результата (6.6.3) членом  $2\lambda_s^2(E_f)$ . Он согласно (6.6.5) равен среднему квадрату расстояния, которое проходят нейтроны источника до первого столкновения. Таким образом, возрастное приближение не учитывает первого пробега нейтронов.

Средний квадрат длины замедления нейтронов  $\overline{r^2(\tau)}$  в процессе его миграции в среде до возраста  $\tau$ , соответствующего энергии  $E$ , может быть измерен экспериментально. В качестве энергии  $E$  обычно используется значение  $E=1,46$  эВ — энергия главного индиевого резонанса. В табл. 6.1 приведены экспериментальные значения возраста нейтронов деления  $\tau_{1,46}$  для различных замедлителей. Возраст нейтронов  $\Delta\tau$  при замедлении от энергии 1,46 эВ до  $E_{гр}$  составляет малую поправку к  $\tau_{1,46}$ , и его можно вычислить по элементарной теории замедления (без учета влияния химической связи на процесс замедления):

$$\Delta\tau \approx \frac{1}{3\Sigma_s(1-2/3A)} \int_{E_{гр}}^{1,46 \text{ эВ}} \lambda_s^2(E) \frac{dE}{E}. \quad (6.6.8)$$

Понятно, что значения  $\tau_{гр} = \tau_{1,46} + \Delta\tau$  зависят от значений граничной энергии  $E_{гр}$ , которые принимаются различными в разных схемах расчета. Однако эта зависимость несущественна, поскольку величина  $\Delta\tau$  мала по сравнению с  $\tau_{1,46}$  и в рамках приближенного расчета ее можно не учитывать. Напомним, что в нашей схеме расчета (как об этом упоминалось ранее) принято  $E_{гр} = 0,625$  эВ. В табл. 6.1 в качестве примера приводятся значения  $\Delta\tau$ , рассчитанные по формуле (6.6.8), и  $\tau_{гр}$  при  $E_{гр} = 3,5$  кТ.

Т а б л и ц а 6.1. Значения возраста нейтронов деления для различных замедлителей

Замедлитель	Плотность $\gamma$ , г/см <sup>3</sup>	Экспериментальное значение возраста $\tau_{1,46}$ , см <sup>2</sup>	Расчетное значение $\Delta\tau$ , см <sup>2</sup> [формула (6.6.8)]	Возраст тепловых нейтронов $\tau_{гр}$ , см <sup>2</sup>
Легкая вода	1,0	26,5	0,8	27,3
Тяжелая вода*	1,1	109	14	123
Бериллий	1,85	80	10	90
Графит	1,6	312	40	352

\* С примесью 0,25 % легкой воды

## § 6.7. Площадь миграции нейтронов

При рассмотрении процесса диффузии тепловых нейтронов мы определили средний квадрат смещения нейтрона от места его рождения до точки, где он поглотится (4.12.2). Выше был вычислен средний квадрат смещения нейтрона от источника до точки, где его энергия становится меньше  $E$ . Теперь рассмотрим весь путь, проходимый нейтроном от точки, где он родился быстрым, до точки его поглощения тепловым. Будем считать, что все тепловые нейтроны обладают одной скоростью и их средняя энергия равна  $E_T$ . Тогда  $\overline{r^2(E_f \rightarrow E_T)}$  есть средний квадрат расстояния от точки рождения нейтрона до точки его поглощения. Эту величину найдем из геометрических соображений, рассматривая отдельно пути, которые проходит нейтрон в процессах замедления и диффузии:

$$\begin{aligned} \overline{r^2(E_f \rightarrow E_T)} &= \overline{r^2} = \overline{[\mathbf{r}_1 + (\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)]^2} = \\ &= \overline{r_1^2} + \overline{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)^2} + 2\overline{\mathbf{r}_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)}, \end{aligned} \quad (6.7.1)$$

где  $\mathbf{r}_1$  — радиус-вектор точки, в которой нейтрон становится тепловым. Так как  $\overline{r_1^2} = r_1^2$ , то из (6.6.3) следует, что это величина равна  $6\tau$ . Величина  $\overline{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)^2}$  представляет собой средний квадрат расстояния, проходимого тепловым нейтроном, и равна  $6L^2$  (4.12.2). Последний член выражения (6.7.1) при усреднении обращается в нуль, поскольку направления векторов  $\mathbf{r}_1$  и  $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$  независимы. Окончательно

$$\overline{r^2(E_f \rightarrow E_T)} = 6(\tau + L^2) = 6M^2 \quad (6.7.2)$$

и

$$M^2 = (1/6) \overline{r^2(E_f \rightarrow E_T)}. \quad (6.7.3)$$

Таблица 6.2 Значения площади миграции  $M^2$  при  $T = 293$  К

Замедлитель	Плотность $\gamma$ , г/см <sup>3</sup>	Площадь миграции $M^2$ , см <sup>2</sup>	Площадь миграции нейтрона в типичной размножающей среде $M_p^2$ (при $\Sigma_{ap} = 10 \Sigma_{a1}$ ), см <sup>2</sup>
Легкая вода	1,0	34,7	28,0
Тяжелая вода*	1,1	11570	1270
Бериллий	1,85	520	130
Графит	1,6	3 110	630

\* С примесью 0,25 % легкой воды

нейтроны поглощаются вблизи места своего рождения. Поэтому и утечка быстрых нейтронов из некоторого объема значительно превосходит утечку тепловых. Графит и особенно тяжелая вода имеют очень малые сечения поглощения тепловых нейтронов. Вследствие этого нейтроны, ставшие тепловыми, успевают продиффундировать на значительные расстояния, прежде чем будут захвачены ядрами замедлителя.

В таких средах утечка в основном определяется тепловыми нейтронами. В типичных размножающих средах возраст нейтронов близок к возрасту в чистом замедлителе, в то время как квадрат длины диффузии  $L_p^2$  может существенно уменьшиться вследствие сильного поглощения топливом. Для оценки можно считать, что сечение поглощения типичной размножающей среды  $\Sigma_{ap}$  равно  $10\Sigma_a$  чистого замедлителя, т. е.  $\Sigma_{ap} = 10\Sigma_{a1}$ . В последнем столбце табл. 6.2 приводятся значения  $M_p^2$  для такой среды. При этом соотношение между  $L^2$  и  $\tau$  существенно изменилось для реакторов с бериллиевым и графитовым замедлителем. Из данных табл. 6.2 также видно, что значения  $M_p^2$  для реакторов с тяжеловодным и графитовым замедлителями существенно выше, чем для реакторов других типов. Отсюда следует, что размеры реакторов с такими замедлителями должны быть гораздо больше по сравнению с размерами реакторов, имеющих легководный замедлитель, чтобы утечка нейтронов во всех этих реакторах была примерно одинакова.

Величина  $M^2 = \tau + L^2$  называется *площадью миграции*, а  $M = \sqrt{\tau + L^2}$  — *длиной миграции нейтрона*. Таким образом, площадь миграции есть 1/6 среднего квадрата смещения нейтрона от точки, где он родился быстрым, до точки, где он поглотился тепловым.

Интересно сопоставить между собой значения  $L^2$  (см. табл. 4.2),  $\tau$  (см. табл. 6.1) и  $M^2$  (табл. 6.2). Так, для легкой воды величина  $M^2$  практически полностью определяется процессом замедления ( $\tau \gg L^2$ ), тогда как для тяжелой имеет место обратное соотношение ( $\tau \ll L^2$ ). Это значит, что при замедлении в легкой воде быстрые нейтроны смещаются на относительно большое расстояние от источника, тогда как тепловые

## § 6.8. Время замедления

Среднее время  $t_3$ , затрачиваемое нейтроном на замедление от значения, соответствующего энергии источника, до некоторой энергии  $E$ , определим из полученного ранее соотношения (6.1.1):

$$t_3 = \int_E^{E_f} \frac{\lambda_s(E')}{\xi v'} \frac{dE'}{E'} \quad (6.8.1)$$

Вводя среднее значение медленно меняющейся с энергией длины свободного пробега  $\bar{\lambda}_s$  и заменяя  $v$  на  $\sqrt{2E/m}$ , получаем

$$t_3(E_f \rightarrow E) = \frac{\bar{\lambda}_s \sqrt{2m}}{\xi} \left( \frac{1}{\sqrt{E}} - \frac{1}{\sqrt{E_f}} \right) \approx \frac{\bar{\lambda}_s \sqrt{2m}}{\xi} \frac{1}{\sqrt{E}} \quad (6.8.2)$$

В табл. 6.3 приведены значения  $t_3$  в интервале энергий от  $2 \cdot 10^6$  до 0,0253 эВ. Для сравнения также приводятся времена диффузии в чистых замедлителях  $t_{\text{диф}}$ , подсчитанные по формуле (4.12.8), и в активной зоне реакторов  $t_{\text{диф}}^*$ , для которой сечение поглощения  $\Sigma_a$  примерно в 10 раз превышает  $\Sigma_a$  чистого замедлителя, т. е.  $t_{\text{диф}}^* = (1/10)t_{\text{диф}}$ .

Как видно, для всех замедлителей время диффузии значительно больше времени замедления, причем наибольшая разница имеет место для тяжелой воды. Отметим, что из всех существующих энергетических реакторов наиболее «тепловым»

Таблица 6.3. Оценочные времена замедления, диффузии и полное время жизни нейтронов в чистом замедлителе и типичной размножающей среде ( $\Sigma_{ap} = 10 \Sigma_{a1}$ )

Замедлитель	Плотность $\gamma$ , г/см <sup>3</sup>	Время замедления $t_3$ , $10^{-6}$ с (6.8.2)	Время диффузии в чистом замедлителе $t_{\text{диф}}$ , $10^{-6}$ с (4.12.8)	Полное время жизни нейтронов, $10^{-6}$ с	
				в чистом замедлителе $t = t_3 + t_{\text{диф}}$	в типичной размножающей среде ( $\Sigma_{ap} = 10 \Sigma_{a1}$ ) $t = t_3 + t_{\text{диф}}^*$
Легкая вода	1,0	1	20	21	3
Тяжелая вода*	1,1	5	7000	7005	705
Бериллий	1,85	7	430	437	50
Графит	1,6	15	1200	1215	135

\* С примесью 0,25 % легкой воды

является реактор с тяжеловодным замедлителем. Из табл. 6.3 также видно, что во всех реакторах на тепловых нейтронах среднее время жизни нейтронов (без учета запаздывающих) находится в пределах  $10^{-5}$ — $10^{-3}$  с.

## § 6.9. Многогрупповое приближение

### 6.9.1. ГРУППОВЫЕ ДИФFUЗИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ

При расчете реакторов необходимо знать как пространственное распределение нейтронов, так и энергетическое — их спектр, особенно в области сильного поглощения нейтронов. Основная трудность при решении этой задачи возникает из-за неоднородности и конечности реальных сред — переменные  $r$  и  $\tau$  не разделяются. Поэтому пространственно-энергетическое распределение нейтронов часто находят с помощью приближенного метода, который заключается в следующем. Уравнение в частных производных, описывающее одновременно миграцию и замедление нейтронов (или интегральное по пространству и энергии, или дифференциальное по пространству и интегральное по энергии), заменяется системой дифференциальных уравнений, каждое из которых содержит лишь пространственные переменные и описывает миграцию нейтронов определенной энергетической группы. Внутри каждой группы поток нейтронов зависит только от координат. Непрерывный спектр, формирующийся при замедлении и поглощении нейтронов, заменяется дискретным (рис. 6.4). Такой метод получил название *многогруппового*. Потребность в таком методе в первую очередь связана с необходимостью расчета реакторов на быстрых нейтронах, в которых спектр нейтронов в области их значительного поглощения заранее неизвестен, а также расчета биологической защиты.

Для решения задачи воспользуемся уравнением Пайерлса (4.63), которое было получено нами для моноэнергетических нейтронов, и запишем его для нейтронов, имеющих летаргию  $u$ :

$$\Phi(r, u) = \int_V \frac{\exp(-\Sigma_t(u)|r-r'|)}{|r-r'|^2} [S_s(r', u) + S(r', u)] dr', \quad (6.9.1)$$

где объемная скорость генерации рассеянных нейтронов есть

$$S_s(r', u) = \int_0^u \Sigma_s(u') \Phi(r', u') W(u' \rightarrow u) du'; \quad (6.9.2)$$

$W(u' \rightarrow u)$  — вероятность изменения летаргии нейтронов при рассеянии от  $u'$  до  $u \div u + du$ , где  $du$  — единичный интервал около  $u$ . Уравнение (6.9.1) справедливо для любой зависимости  $S(r, u)$ . Предполагая в дальнейшем использовать полученные выражения для расчета критичности реактора, будем считать, что нейтроны появляются в результате деления ядер. Скорость деления в точке с координатой  $r'$  для нейтронов с летаргией  $u'$  равна  $\Sigma_f(u') \Phi(r', u')$ . Так как при каждом акте деления рождается  $\nu_f$  вторичных быстрых нейтронов, то полное число нейтронов, возникающих при делении, в единице объема в единицу времени

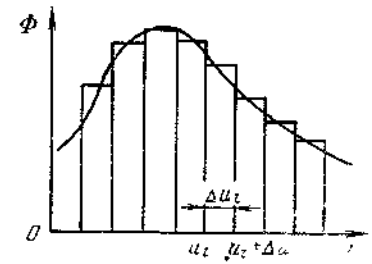


Рис. 6.4. Непрерывный (кривая) и дискретный (гистограмма) спектры нейтронов

$$S_f(r') = \int_0^\infty \nu(u') \Sigma_f(u') \Phi(r', u') du'. \quad (6.9.3)$$

Чтобы подсчитать, какая доля нейтронов с летаргией  $u$  появится при делении, необходимо  $S_f$  умножить на  $f(u)$ :

$$S_f(r', u) = f(u) \int_0^\infty \nu_f(u') \Sigma_f(u') \Phi(r', u') du', \quad (6.9.4)$$

где  $f(u)du$  — вероятность для нейтронов спектра деления иметь энергию в интервале  $du$  вблизи  $u$ .

Для упрощения уравнения (6.9.1) используем разложение  $\Phi(r', u')$  и  $S_f(r', u)$  в ряд около точки  $r'$ , уже известное по выводу односкоростного диффузионного приближения (§ 4.6). В результате уравнение для потока нейтронов, как и в случае односкоростной задачи, станет дифференциальным по пространственным координатам, оставаясь интегральным по энергии:

$$\begin{aligned} \Phi(r, u) = & \frac{1}{\Sigma_t(u)} \int_0^u \Sigma_s(u') \Phi(r, u') W(u' \rightarrow u) du' + \\ & + \frac{f(u)}{\Sigma_t(u)} \int_0^\infty \nu_f(u') \Sigma_f(u') \Phi(r, u') du' + \\ & + \frac{1}{3\Sigma_t^3(u)} \int_0^u \Sigma_s(u') \Delta \Phi(r, u') W(u' \rightarrow u) du'. \end{aligned} \quad (6.9.5)$$

Как и при выводе уравнения замедления в возрастном приближении, удобно перейти при вычислении последнего интеграла к новой функции — скорости столкновений на единицу летаргии  $R(r, u')$ . Следующий шаг — разложение функции  $R(r, u')$

в этом интеграле в ряд Тейлора по степеням  $u' - u$ . Поскольку скорость столкновений мало меняется с энергией (см. рис. 6.2) и исследуемый член — последний, сохранный в разложении по пространственным координатам, то в разложении по  $u' - u$  можно ограничиться одним членом. Тогда

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3\Sigma_f^3(u)} \int_0^u \Sigma_s(u') \Delta\Phi(\mathbf{r}, u') W(u' \rightarrow u) du' = \\ & = \frac{\Delta\Phi(\mathbf{r}, u)}{3\Sigma_f^2(u)} \int_0^u du' \frac{\Sigma_s(u')}{\Sigma_f(u')} W(u' \rightarrow u) \end{aligned}$$

Таким образом, непосредственно перед получением групповых уравнений исходное уравнение (6.9.1) приведено к виду

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}, u) \Sigma_t(u) &= \int_0^u \Phi(\mathbf{r}, u') \Sigma_s(u') W(u' \rightarrow u) du' + \\ &+ \Delta\Phi(\mathbf{r}, u) \frac{1}{3\Sigma_f(u)} \int_0^u \frac{\Sigma_s(u')}{\Sigma_f(u')} W(u' \rightarrow u) du' + \\ &+ f(u) \int_0^\infty \nu_f(u') \Sigma_f(u') \Phi(\mathbf{r}, u') du' = J_1 + J_2 + J_3. \end{aligned} \quad (6.9.6)$$

Для замены (6.9.6) групповыми уравнениями вся энергетическая область нейтронов делится на конечное число интервалов  $m$ . Последняя группа описывает поведение тепловых нейтронов. Назовем нейтроны с летаргией в пределах  $u_i \leq u \leq u_i + \Delta u_i$  нейтронами  $i$ -й группы. Проинтегрируем уравнение (6.9.6) в этих пределах. Интегрирование левой части дает

$$\int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Sigma_t(u) \Phi(\mathbf{r}, u) du = \Phi^{(i)}(\mathbf{r}) \Sigma_t^{(i)}. \quad (6.9.7)$$

Здесь

$$\Phi^{(i)}(\mathbf{r}) = \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Phi(\mathbf{r}, u) du \quad (6.9.8)$$

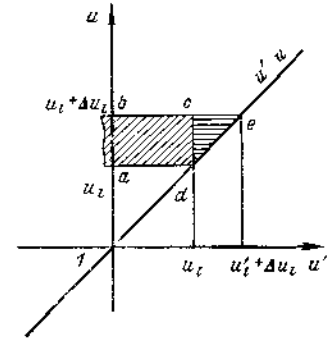
— поток нейтронов  $i$ -й группы,

$$\Sigma_t^{(i)} = \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Sigma_t(u) \Phi(\mathbf{r}, u) du \bigg/ \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Phi(\mathbf{r}, u) du \quad (6.9.9)$$

— среднее по группе  $i$  полное сечение взаимодействия

Преобразуем теперь первый интеграл в правой части (6.9.6)

$$\begin{aligned} \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} J_1 du &= \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} du \times \\ &\times \int_0^u \Phi(\mathbf{r}, u') \Sigma_s(u') W(u' \rightarrow u) du'. \end{aligned}$$



Область интегрирования  $J_1$  на рис. 6.5 заштрихована. Разобьем ее на две части: прямоугольник  $abcd$  (пределы интегрирования по  $u'$  от 0 до  $u'_i = u_i$ , а по  $u$  от  $u_i$  до  $u_i + \Delta u_i$ ) и треугольник  $cde$  (пределы интегрирования по  $u'$  от  $u_i$  до  $u_i + \Delta u_i$  и по  $u$  от  $u'$  до  $u_i + \Delta u_i$ ). Тогда

Рис. 6.5 К определению пределов интегрирования при выводе групповых уравнений

$$\begin{aligned} \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} J_1 du &= \int_0^{u_i} \Sigma_s(u') \Phi(\mathbf{r}, u') du' \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} W(u' \rightarrow u) du + \\ &+ \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Sigma_s(u') \Phi(\mathbf{r}, u') du' \int_{u'}^{u_i + \Delta u_i} W(u' \rightarrow u) du. \end{aligned}$$

Во внешнем интеграле первого члена заменим интервал  $(0 - u_i)$  суммой интервалов  $(u_k - u_i + \Delta u_k)$  и воспользуемся соотношениями, аналогичными (6.9.7) — (6.9.9)

$$\begin{aligned} \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} J_1 du &= \sum_{k=1}^{i-1} \int_{u_k}^{u_k + \Delta u_k} \Sigma_s(u') \Phi(\mathbf{r}, u') du' \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} W(u' \rightarrow u) du + \\ &+ \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Sigma_s(u') \Phi(\mathbf{r}, u') du' \int_{u'}^{u_i + \Delta u_i} W(u' \rightarrow u) du = \\ &= \sum_{k=1}^{i-1} \Phi^{(k)}(\mathbf{r}) \Sigma_R^{k \rightarrow i} + \Phi^{(i)}(\mathbf{r}) \Sigma_s^{(i)} \end{aligned}$$

Здесь

$$\Sigma_R^{k \rightarrow i} = \frac{\int_{u_k}^{u_k + \Delta u_k} \Sigma_s(u') \Phi(\mathbf{r}, u') du' \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} W(u' \rightarrow u) du}{\int_{u_k}^{u_k + \Delta u_k} \Phi(\mathbf{r}, u') du'} \quad (6.9.10)$$

— сечение перевода нейтрона из вышележащей группы  $k$  в группу  $i$ ;

$$\Sigma_s^{(i)} = \frac{\int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Sigma_s(u') \Phi(r, u') du' \int_{u'}^{u_i + \Delta u_i} W(u' \rightarrow u) du}{\int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Phi(r, u') du'} \quad (6.9.11)$$

— сечение рассеяния, оставляющее нейтрон внутри группы  $i$ . Сумма  $\sum_{k=1}^{i-1} \Phi^{(k)}(r) \Sigma_R^{k \rightarrow i}$  представляет собой число нейтронов, попадающих в результате упругого и неупругого рассеяния из всех вышележащих групп в данную.

Второй интеграл  $J_2$  преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} J_2 du &= \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Delta \Phi(r, u) \frac{du}{3 \Sigma_t(u)} \int_0^u \frac{\Sigma_s(u')}{\Sigma_t(u')} W(u' \rightarrow u) du' = \\ &= \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Delta \Phi(r, u) \frac{du}{3 \Sigma_t(u)} \sum_{k=1}^{i-1} \int_{u_k}^{u_k + \Delta u_k} \frac{\Sigma_s(u')}{\Sigma_t(u')} W(u' \rightarrow u) du' = \\ &= \Delta \Phi^{(i)}(r) \sum_{k=1}^{i-1} D^{k \rightarrow i} = D^{(i)} \Delta \Phi^{(i)}(r), \end{aligned}$$

где

$$D^{(i)} = \frac{\int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Delta \Phi(r, u) \frac{du}{3 \Sigma_t(u)} \sum_{k=1}^{i-1} \int_{u_k}^{u_k + \Delta u_k} \frac{\Sigma_s(u')}{\Sigma_t(u')} W(u' \rightarrow u) du'}{\int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Delta \Phi(r, u) du} \quad (6.9.12)$$

— коэффициент диффузии.

Последний член уравнения (6.9.6) в результате интегрирования в пределах  $(u_i, u_i + \Delta u_i)$  приводится к виду

$$\int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} J_3 du = \chi_i \sum_{k=1}^m \nu_f^{(k)} \Sigma_f^{(k)} \Phi^{(k)}(r), \quad (6.9.13)$$

где

$$\chi_i = \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} f(u) du \quad (6.9.14)$$

— доля нейтронов спектра деления, непосредственно попадающих в  $i$ -ю группу;

$$(\nu_f \Sigma_f)^{(i)} = \frac{\int_{u_k}^{u_k + \Delta u_k} \nu_f(u') \Sigma_f(u') \Phi(r, u') du'}{\int_{u_k}^{u_k + \Delta u_k} \Phi(r, u') du'} \quad (6.9.15)$$

— среднее по  $k$ -й группе произведение  $\nu_f \Sigma_f$ .

Суммируя полученные выражения для  $J_1, J_2, J_3$ , запишем уравнение (6.9.6) в виде

$$D^{(i)} \Delta \Phi^{(i)}(r) - (\Sigma_f^{(i)} - \Sigma_s^{(i)}) \Phi^{(i)}(r) + \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_R^{k \rightarrow i} \Phi^{(k)}(r) + \chi_i \sum_{k=1}^m \nu_f^{(k)} \Sigma_f^{(k)} \Phi^{(k)}(r) = 0. \quad (6.9.16)$$

Полное сечение взаимодействия в  $i$ -м интервале равно сумме сечений рассеяния  $\Sigma_s^{(i)}$ , поглощения  $\Sigma_a^{(i)}$  и вывода нейтронов из данной группы во все нижележащие за счет упругого и неупругого рассеяния. Обозначая последнее  $\Sigma_R^{(i)}$ , получаем:

$$\Sigma_f^{(i)} = \Sigma_s^{(i)} + \Sigma_a^{(i)} + \Sigma_R^{(i)}. \quad (6.9.17)$$

Сечение  $\Sigma_R^{(i)}$  называется *сечением увода* нейтрона из  $i$ -й группы. Если  $\Sigma_R^{i \rightarrow k}$  обозначить сечение перевода нейтрона из группы  $i$  в группу  $k$ , то

$$\Sigma_R^{(i)} = \sum_{k=i+1}^m \Sigma_R^{i \rightarrow k}, \quad (6.9.18)$$

где  $\Sigma_R^{i \rightarrow k}$  получается из выражения (6.9.10) путем формальной перестановки индексов  $k$  и  $i$ . Выражение (6.9.16) окончательно перепишем следующим образом:

$$\begin{aligned} D^{(i)} \Delta \Phi^{(i)}(r) - \Sigma_a^{(i)} \Phi^{(i)}(r) - \\ - \sum_{k=i+1}^m \Sigma_R^{i \rightarrow k} \Phi^{(k)}(r) + \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_R^{k \rightarrow i} \Phi^{(k)}(r) + \\ + \chi_i \sum_{k=1}^m \nu_f^{(k)} \Sigma_f^{(k)} \Phi^{(k)}(r) = 0. \end{aligned} \quad (6.9.19)$$

Для последней, тепловой, группы доля нейтронов спектра деления и сечение увода равны нулю. Поэтому уравнение, описывающее нейтроны тепловой группы, имеет вид

$$D^{(m)} \Delta \Phi^{(m)}(r) - \Sigma_a^{(m)} \Phi^{(m)}(r) + \sum_{k=1}^{m-1} \Sigma_R^{k \rightarrow m} \Phi^{(k)}(r) = 0. \quad (6.9.20)$$

Итак, мы получили систему уравнений (6.9.19) для замедляющихся нейтронов и уравнение (6.9.20) для тепловых. Она справедлива тогда, когда выполняются условия диффузионного приближения (см. § 4.5). Кроме того, при выводе этой системы уравнений предполагалась также малость изменения скорости столкновений в пределах энергетической группы. Последнее условие во многом определяет выбор числа групп.

Необходимо отметить, что система многогрупповых уравнений (6.9.19) может быть получена и другим способом, например интегрированием уравнений диффузии (4.5.5) и замедления в возрастном приближении (6.2.10). Полученные при этом групповые константы (коэффициент диффузии, сечения рассеяния, увода и т. п.) будут определяться точно так же, как и в рассмотренном выше способе.

Выясним физический смысл отдельных членов системы (6.9.19). Первый член представляет собой утечку нейтронов группы  $i$  вследствие диффузии в единицу времени из единицы объема вокруг точки  $\mathbf{r}$ ; второй — поглощение нейтронов в этом объеме; третий — уход нейтронов из группы  $i$  во все нижележащие в результате рассеяния (упругого и неупругого). Четвертый член описывает «источники рассеяния» — перевод нейтронов из всех вышележащих групп в данную; последний определяет то количество нейтронов, которое попало непосредственно в  $i$ -ю группу при делении ядер (источники деления).

Система уравнений (6.9.19) не зависит от вида функции  $W(u' \rightarrow u)$ . Механизм замедления необходим только для вычисления соответствующих сечений (увода и перевода из вышележащей группы в нижележащую). При высоких энергиях нейтронов рассеяние может быть как упругим, так и неупругим. Поэтому и  $W(u' \rightarrow u)$  состоит из двух слагаемых: вероятности перехода за счет упругого  $W_{el}(u' \rightarrow u)$  и неупругого  $W_{in}(u' \rightarrow u)$  рассеяний. В реакторах на тепловых нейтронах наибольшее значение имеет упругое рассеяние на легких ядрах, которое главным образом и определяет общую форму спектра нейтронов.

Если сечение рассеяния и поток нейтронов слабо зависят от  $u$ , а  $W(u' \rightarrow u) = W_{el}(u' \rightarrow u)$ , то сечение увода нейтронов из  $i$ -группы

$$\Sigma_R^{(i)} = (\xi \bar{\Sigma}_s)^{(i)} / \Delta u_i. \quad (6.9.21)$$

Последнее выражение получено из (6.9.18), (5.6.4) и (5.6.5). При этих условиях сечение увода можно связать с возрастом нейтронов (6.2.7):

$$\Sigma_R^{(i)} = \bar{D}^{(i)} / \tau^{(i)}. \quad (6.9.22)$$

Групповые уравнения (6.9.19) и (6.9.20), справедливые внутри каждой пространственной области с не зависящими от координат сечениями, должны быть дополнены граничными условиями,

отражающими равенство потоков и токов нейтронов на границе области  $F$  и имеющими точно такой же вид, как и для моноэнергетических нейтронов (§ 4.7):

$$\Phi_{(i)}^{(i)}(\mathbf{r})|_F = \Phi_{(i+1)}^{(i)}(\mathbf{r})|_F; \quad -D_{(i)}^{(i)} \nabla \Phi_{(i)}^{(i)}(\mathbf{r})|_F = -D_{(i+1)}^{(i)} \nabla \Phi_{(i+1)}^{(i)}(\mathbf{r})|_F, \quad (6.9.23)$$

где  $\Phi_{(i)}^{(i)}$ ;  $D_{(i)}^{(i)}$  и  $\Phi_{(i+1)}^{(i)}$ ;  $D_{(i+1)}^{(i)}$  — потоки нейтронов и коэффициенты диффузии нейтронов  $i$ -й группы для областей  $l$  и  $l+1$ . На границе с вакуумом поток нейтронов  $i$ -й группы обращается в нуль на экстраполированной границе:

$$\Phi^{(i)}(R_s) = 0. \quad (6.9.24)$$

Условия (6.9.23) и (6.9.24) записываются для всех групп нейтронов ( $i=1, 2, \dots, m$ ). Как следует из изложенного выше, уравнения вида (6.9.19) есть уравнения баланса замедляющихся нейтронов, которые легко могут быть написаны непосредственно без привлечения какого-либо уравнения. Вывод групповых уравнений из уравнения Пайерлса всего лишь помог нам выяснить условия справедливости многогруппового приближения и способы усреднения констант. Из вывода системы (6.9.19) следует, что сечения должны усредняться по потоку нейтронов [например, (6.9.9.)], а коэффициент диффузии — по лапласиану потока.

Если предположить, что переменные разделяются, т. е.

$$\Phi(\mathbf{r}, u) = \Psi(\mathbf{r}) f(u), \quad (6.9.25)$$

причем функция  $f(u)$  слабо зависит от энергии и ее можно вынести за знак интеграла, то

$$\Sigma_z^{(i)} = \frac{1}{\Delta u_i} \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \Sigma_z^{(i)}(u) du \quad (6.9.26)$$

( $z$  определяет вид сечения),

а

$$\begin{aligned} D^{(i)} &= \frac{1}{\Delta u_i} \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \frac{\Sigma_s(u)}{3\Sigma_t^2(u)} du \approx \\ &\approx \frac{1}{\Delta u_i} \int_{u_i}^{u_i + \Delta u_i} \frac{1}{3\Sigma_{tr}(u)} du \end{aligned} \quad (6.9.27)$$

(последний переход сделан в соответствии с § 4.4). Физически такое усреднение означает усреднение по спектру Ферми, поскольку поток не зависит от логарифма (5.9.8).

При проведении расчетов выбор числа энергетических групп нейтронов определяется многими факторами, но прежде всего зависит от вида спектра нейтронов в реакторе и требуемой точности вычислений. Если поток по энергетической оси в достаточно широком интервале изменяется слабо или известен закон его изменения, то число групп можно выбрать небольшим. Как уже упоминалось, особенно важно знать спектр нейтронов при энергиях, при которых их поглощение значительно. Так, в реакторах на тепловых нейтронах можно использовать малогрупповые методы расчета (не более 4—6 групп, обычно же достаточно двух). Действительно, в таких реакторах в основном поглощаются нейтроны тепловых энергий, спектр которых близок к максвелловскому, в области замедления поток  $\Phi(u)$  почти постоянен, а в области энергии быстрых нейтронов близок к спектру деления (см рис 5.5).

Другое дело в реакторах на быстрых или промежуточных нейтронах. Чтобы детально описать распределение нейтронов в таких реакторах, приходится выбирать большое число групп (9, 26 и более). Однако это, с одной стороны, приводит к увеличению времени счета, а с другой, может даже уменьшить точность расчетов вследствие увеличения вклада в погрешность неопределенностей в значениях большого числа ядерных констант.

С увеличением числа групп трудности расчета резко возрастают, особенно для многозонных реакторов. Кроме того, многогрупповое приближение имеет тот недостаток, что обилие параметров затрудняет их физическое осмысливание и уточнение по результатам интегральных измерений. Весьма существенным при выборе числа групп оказывается следующее обстоятельство. Как видно из системы уравнений (6.9.19), сечение увода определяет скорость, с которой нейтроны покидают данную группу. Другими словами, сечение увода играет такую же роль, как сечение поглощения в уравнении диффузии. При малом значении  $\Delta u_i$  ( $\Delta u_i \sim \xi$ ), что соответствует большому числу групп  $m$ , сечение увода существенно возрастает (6.9.21), так как в результате одного акта рассеяния энергия нейтрона выводится из данного энергетического интервала. При таких условиях, как известно, применение уравнения диффузии приводит к заметным погрешностям. Естественно, что в данном случае выбор минимального интервала полностью определяется замедлителем: чем легче замедлитель, тем больше интервал  $\Delta u_i$ .

Этот недостаток узких групп в диффузионном приближении несколько смягчается тем обстоятельством, что пространственное распределение источников в каждой группе мало отличается от распределения потока нейтронов. Если необходимо детально учесть спектр замедляющихся нейтронов, часто рассматривают многогрупповую систему уравнений в каждой из удаленных от

границ областей сложного по структуре реактора, где энергетическая и пространственные переменные в  $\Phi(r, u)$  разделяются. Описывая утечку нейтронов каждой группы волновым уравнением  $\Delta\Phi^{(i)} = -B^2\Phi^{(i)}$  ( $B^2$  — константа, определяющая утечку нейтронов и не зависящая от номера группы, — подробнее см гл. 7), мы тем самым систему многогрупповых дифференциальных уравнений (6.9.19) превращаем в систему обычных алгебраических уравнений, из которой находим спектр нейтронов. По спектру можно свернуть любое число смежных узких групп в одну широкую, вычисляя сечения по формуле

$$\Sigma = \left[ \sum_i \Sigma^{(i)} \Phi^{(i)} \right] / \left[ \sum_i \Phi^{(i)} \right] \quad (6.9.28)$$

и переходя, таким образом, к малогрупповым методам решения пространственной задачи.

Необходимо отметить, что одним из первых методов расчета реакторов был двухгрупповой. Однако в последнее время значительное распространение, особенно для реакторов на тепловых нейтронах, получили другие малогрупповые методы (например, четырехгрупповой, см гл. 10). Во всех этих случаях интервалы латергии групп эпитепловых нейтронов значительно превышают среднюю логарифмическую потерю энергии при одном столкновении  $\xi$  и реально в данную группу нейтроны приходят только из одной вышележащей (соответственно входят только в одну, нижележащую). В этом случае система уравнений (6.9.19) принимает вид

$$D^{(i)} \Delta \Phi^{(i)}(r) - \Sigma_a^{(i)} \Phi^{(i)}(r) - \Sigma_R^{(i)} \Phi^{(i)}(r) + \Sigma_R^{(i-1)} \Phi^{(i-1)}(r) + \chi_i \sum_{k=1}^m \nu_i^{(k)} \Sigma_f^{(k)} \Phi^{(k)}(r) = 0 \quad (6.9.29)$$

Здесь

$$\Sigma_R^{(i)} = \Sigma_R^{(i-1 \rightarrow i)}, \quad \Sigma_R^{(i-1)} = \Sigma_R^{(i-1 \rightarrow i)}$$

Соответственно для последней, тепловой, группы уравнение (6.9.20) запишется так

$$D^{(m)} \Delta \Phi^{(m)}(r) - \Sigma_a^{(m)} \Phi^{(m)}(r) + \Sigma_R^{(m-1)} \Phi^{(m-1)}(r) = 0. \quad (6.9.30)$$

Оно совпадает с полученным ранее уравнением (4.5.5) при условии, что скорость генерации нейтронов источниками есть скорость поступления нейтронов из вышележащей группы.

В каждое выражение для усреднения сечений входит пространственная составляющая потока нейтронов. В связи с этим выбор числа групп будет зависеть также от пространственных градиентов: чем меньше размер реактора, тем больше утечка нейтронов и соответственно большее число групп надо выбирать.

## § 6.10. Спектр Максвелла

В результате замедления нейтроны становятся тепловыми. Процесс установления их спектра принято называть термализацией. Это означает установление теплового равновесия между нейтронами и ядрами окружающей их среды.

Ранее было введено понятие  $E_{гр}$ ; ясно, что это и есть граница между областями замедления и термализации. Отмечалась также условность в выборе  $E_{гр}$ . К сказанному добавим, что значение  $E_{гр}$  целесообразно выбирать так, чтобы выше его была справедлива теория замедления (например, в возрастном приближении) и, следовательно, энергетическое распределение замедляющихся нейтронов описывалось бы законом  $dE/E$ .

Естественно, что при этом

$$E_{гр} \gg kT. \quad (6.10.1)$$

При рассмотрении поведения нейтронов при термализации ( $E < E_{гр}$ ) существенно, вообще говоря, не только тепловое движение ядер, но и химические связи атомов. Наличие последних приводит к тому, что закон рассеяния нейтронов на ядрах изменяется; сечение рассеяния существенно зависит от энергии нейтронов (см. рис. 2.16), а потеря энергии при рассеянии зависит не только от атомного номера ядра, но и от вида соединения.

Если химические связи известны, то можно сколь угодно детально описать процесс рассеяния. Однако изучение закона рассеяния тепловых нейтронов выходит за рамки настоящей книги. Вычисление же спектров нейтронов в средах с заданными законами рассеяния прямо относится к задачам теории реакторов.

Ввиду сложности задачи здесь будет рассмотрена простая модель замедлителя — идеальный одноатомный газ, в котором учитывается только тепловое движение ядер. На рис. 6.6 представлена зависимость от энергии нейтрона теоретической замедляющей способности атома водорода в воде и идеальном одноатомном водородном газе. Видно, что эти две кривые довольно близки друг к другу. Таким образом, при некоторых условиях модель одноатомного газа недалеко от реальности и достаточно хорошо описывает качественные эффекты в области термализации.

В связи с этим будем рассматривать среду, представляющую собой идеальный одноатомный газ. Введем в эту среду нейтроны. По истечении некоторого времени должно установиться тепловое равновесие между нейтронами и ядрами среды. Однако в реальных средах всегда существует определенная вероятность того, что нейтрон в процессе замедления либо будет поглощен, либо вылетит из среды.

В среде с поглощением и утечкой стационарное распределение нейтронов реализуется только при наличии источника. Обратное также верно. Если есть источник нейтронов, но нет по-

глощения и утечки, то стационарное распределение не может существовать. В реальных системах поглощение и утечка компенсируются замедляющимися нейтронами.

Вследствие поглощения и утечки нейтронов время жизни тепловых нейтронов конечно и полное тепловое равновесие с ядрами среды не устанавливается. В результате спектр нейтронов по форме и положению максимума отличается от максвелловского и средняя энергия нейтронов оказывается более высокой, чем средняя энергия теплового движения ядер замедлителя. В случае слабого поглощения спектр нейтронов близок к спектру Максвелла, но сдвинут в область больших энергий. Итак, замедляющиеся нейтроны распределены по спектру, близкому к спектру Ферми, а тепловые — к спектру Максвелла (в обоих случаях отличие обусловлено в основном поглощением). Естественно, что существует область энергий, в которой одно распределение переходит в другое.

Максвелловское распределение плотности нейтронов по скоростям имеет вид

$$\frac{dn}{n_T} = \frac{n(v) dv}{n_T} = \frac{4\pi m^{3/2}}{(2\pi k T_n)^{3/2}} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT_n}\right) dv, \quad (6.10.2)$$

где  $m$  — масса нейтронов,  $n(v)dv$  — плотность нейтронов, скорость которых находится в интервале  $v \div v+dv$ ;  $n_T = \int_0^\infty n(v) dv$  — плотность тепловых нейтронов;  $T_n$  — эффективная температура нейтронов (температура нейтронного газа), К.

Наиболее вероятная скорость, соответствующая максимуму на кривой распределения,

$$v_T = \sqrt{2kT_n/m}. \quad (6.10.3)$$

Энергия, соответствующая скорости  $v_T$ ,

$$E_T = mv_T^2/2 = kT_n. \quad (6.10.4)$$

Средняя скорость нейтронов (4.11.7), распределенных по спектру Максвелла,

$$\bar{v} \approx \frac{\int_0^\infty vn(v) dv}{\int_0^\infty n(v) dv} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_T. \quad (6.10.5)$$

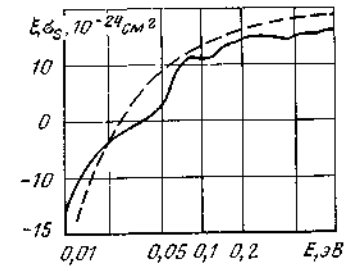


Рис. 6.6 Зависимость теоретической замедляющей способности атома водорода от энергии нейтрона: — в молекуле воды; - - - свободный водород



Поток нейтронов  $\Phi$  (4.11.8) также выражается через наиболее вероятную скорость  $v_T$ :

$$\Phi \approx \int_0^\infty n(v) v dv = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_T n_T. \quad (6.10.6)$$

Поскольку  $E = mv^2/2$  и  $dE = mv dv$ , то спектр Максвелла по энергиям принимает вид

$$\frac{M(E, E_T) dE}{n_T} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} E_T^{3/2} \exp\left(-\frac{E}{E_T}\right) dE \quad (6.10.7)$$

(в последней формуле плотность нейтронов, распределенных по спектру Максвелла, для удобства обозначена  $M$ ). Соответственно для потока нейтронов имеем

$$\frac{\Phi_M(E, E_T)}{\Phi} = \frac{M(E, E_T) v}{\Phi} = \frac{E}{(E_T)^2} \exp\left(-\frac{E}{E_T}\right). \quad (6.10.8)$$

Выше уже упоминалось, что спектр тепловых нейтронов определяется средней энергией ядер среды (наиболее вероятная температура  $T_1$ ), скоростью генерации тепловых нейтронов (плотностью замедления  $j(E_T)$ ), пропорциональной в случае слабого поглощения  $\Phi \xi \Sigma_s$  и скоростью поглощения  $\Sigma_a \Phi$ . Поэтому в качестве основных параметров, определяющих спектр тепловых нейтронов, удобно выбрать  $T_1$  и отношение  $\Sigma_a/(\xi \Sigma_s)$ , обратное коэффициенту замедления (§ 5.10). Тогда в первом приближении температуру нейтронного газа в *гомогенной среде* можно представить в виде

$$T_n = T_1 \left[ 1 + 1,8 \frac{\Sigma_a(kT_1)}{\xi \Sigma_s} \right], \quad (6.10.9)$$

где  $\Sigma_a(kT_1)$  — сечение поглощения, взятое при энергии  $kT_1$ ;  $\xi \Sigma_s$  — замедляющая способность нейтронов с энергией 1 эВ.

### § 6.11. Дифференциальное уравнение термализации нейтронов

При термализации нейтронов их кинетические энергии сравнимы с кинетическими энергиями ядер. Поэтому энергия нейтрона, сталкивающегося с ядром, может как уменьшаться, так и увеличиваться. В этом и состоит основная трудность расчета спектра тепловых нейтронов, даже если не учитывать химические связи. Здесь мы не будем выводить уравнение термализации, а приведем лишь некоторые физические соображения, которые помогут записать это уравнение.

Рассмотрим для простоты бесконечную среду со слабым поглощением ( $\Sigma_i \approx \Sigma_s$ ). В такой среде тепловые нейтроны распре-

делены по спектру, близкому к максвелловскому (6.10.8), а замедляющиеся — по спектру Ферми (5.11.21):

$$\Phi_\Phi(E) \approx \frac{S_0}{\xi \Sigma_s E} \exp \left[ - \int_E^{E_f} \frac{\Sigma_a(E')}{\xi \Sigma_s(E')} \frac{dE'}{E'} \right]. \quad (6.11.1)$$

Предположим, что в качестве замедлителя выбран одноатомный тяжелый газ ( $A \gg 1$ ). В случае тяжелого газа передача энергии от ядер замедлителя и обратно происходит малыми порциями. Уравнение, характеризующее такой процесс передачи энергии, есть дифференциальное уравнение второго порядка (уравнение диффузии). Запишем его для среды без источников и при отсутствии поглощения:

$$kT \Phi''(E) + \Phi'(E) + \Phi_M(E)/E = 0. \quad (6.11.2)$$

Легко проверить, что решением этого уравнения является спектр Максвелла, в котором средние энергии нейтронов и ядер замедлителя одинаковы.

При больших энергиях нейтронов ( $E \gg kT$ ) дифференциальное уравнение для спектра Ферми можно написать в виде

$$\Phi'_\Phi(E) + \frac{\Phi_\Phi(E)}{E} - \frac{\Sigma_a(E)}{\xi \Sigma_s E} \Phi_\Phi(E) = 0. \quad (6.11.3)$$

Естественно предположить, что должно существовать уравнение, объединяющее эти два:

$$kT \Phi''(E) + \Phi'(E) + \left[ 1 - \frac{\Sigma_a(E)}{\xi \Sigma_s} \right] \frac{\Phi(E)}{E} = 0. \quad (6.11.4)$$

При  $kT=0$  оно переходит в уравнение для замедляющихся нейтронов (6.11.3), а при  $\Sigma_a=0$  — для тепловых (6.11.2). Перепишем уравнение (6.11.4), вводя безразмерную энергию  $z=E/kT$  и предполагая, как обычно, что сечения поглощения в тепловой области меняются по закону  $1/v$ :

$$\Phi''(z) + \Phi'(z) + \left( 1 - \frac{\alpha}{\sqrt{z}} \right) \frac{\Phi(z)}{z} = 0, \quad (6.11.5)$$

где

$$\alpha = \frac{\Sigma_a(kT)}{\xi \Sigma_s}.$$

В среде со слабым поглощением истинный спектр нейтронов незначительно отличается от спектра Максвелла и поэтому поток можно представить следующим образом:

$$\Phi(z) = \Phi_M(z) \beta(z), \quad (6.11.6)$$

где  $\beta(z)$  — поправка к спектру Максвелла. Вычисляя первую и вторую производные  $\Phi(z)$  и подставляя полученные значения

в уравнение (6.11.5), получаем дифференциальное уравнение для поправки  $\beta(z)$

$$z\beta''(z) - (z-2)\beta'(z) - \frac{\alpha}{\sqrt{z}}\beta(z) = 0. \quad (6.11.7)$$

Решение этого уравнения приводит к следующему результату для плотности нейтронов

$$n(z) = \text{const} [\sqrt{z} \exp(-z) + \alpha(\sqrt{\pi/2})f(z)]. \quad (6.11.8)$$

Аналитический вид функции  $f(z)$  в общем случае достаточно сложный и здесь не приводится. При малых  $z$  первый (максвелловский) член в квадратных скобках значительно больше второго. При больших энергиях нейтронов ( $z \gg 1$ ) имеет место обратное неравенство  $\sqrt{z} \exp(-z) \ll \alpha(\sqrt{\pi/2})f(z)$ . Естественно, что существует интервал энергий, в котором одно распределение плавно переходит в другое.

При  $z \gg 1$  функция  $f(z)$  может быть с достаточной точностью представлена следующим простым асимптотическим выражением

$$f(z) = [\sqrt{z}(z-2)]^{-1} \quad (6.11.9)$$

Характер зависимости плотности нейтронов от  $z$  приближается к фермиевскому. Отличие функции  $f(z)$  от спектра Ферми (5.9.5) состоит в замене  $z$  на  $(z-2)$  и является следствием движения ядер замедлителя. Формально этот эффект можно учесть, если вместо средней логарифмической потери энергии на одно столкновение  $\xi$  (5.5.3), не зависящей от энергии, ввести переменную

$$\xi(z) = \xi\varphi(z), \quad (6.11.10)$$

где

$$\varphi(z) = (1 - 2/z) = (E - 2kT)/E. \quad (6.11.11)$$

При столкновении нейтронов с неподвижными ядрами ( $E \gg kT$ ) происходит лишь уменьшение энергии нейтронов, причем  $\xi$  зависит только от массы ядра рассеивателя  $A$ . Так, для тяжелых замедлителей эта величина равна  $2/A$  (5.5.5). Когда энергия нейтрона  $E$  становится сравнимой с энергией теплового движения ядер замедлителя  $kT$ , средняя логарифмическая потеря энергии  $\xi(z)$  начинает зависеть не только от  $A$ , но и от соотношения между энергиями нейтрона и ядра, что приводит к изменению закона обмена энергией между ними. Так, при столкновении нейтрона с тяжелым ядром

$$\xi(z) = \frac{2}{A} \left(1 - \frac{2}{z}\right) - \frac{2}{A} \left(1 - \frac{2kT}{E}\right) \quad (6.11.12)$$

Если нейтрон, имеющий энергию  $2kT$ , сталкивается с ядром, то передачи энергии не происходит, а при  $E < 2kT$  нейтрон уже получает энергию от ядра. В то же время, когда энергия нейтрона значительно превышает энергию теплового движения ядер замедлителя ( $E \gg 2kT$ ), средняя логарифмическая потеря энергии уже не зависит от  $z$ , так как  $\varphi(z) \rightarrow 1$ .

На рис. 6.7 представлены спектры нейтронов в однородных средах, определенные экспериментально. Видно, что при малых энергиях (до  $\sim 0,1$  эВ) спектры практически совпадают со спектром Максвелла, но эффективные температуры различны: так, в случае кривой 1 температура нейтронного газа  $T_n = 293$  К, что совпадает с температурой воды, а в случае кривой 2  $T_n = 386$  К, т. е. превышает температуру водного раствора борной кислоты на  $\sim 90$  К.

При высоких энергиях ( $E > 0,5$  эВ) в обоих случаях распределение нейтронов описывается спектром Ферми. Таким образом, в реальных спектрах существуют те же три области, которые были отмечены выше при теоретическом рассмотрении спектров нейтронов. Переход от спектра Ферми к спектру Максвелла происходит плавно в сравнительно узком энергетическом интервале, ширина которого зависит от сечения поглощения среды. В случае слабопоглощающей среды (вода) можно с достаточной точностью считать, что спектр Ферми переходит в спектр Максвелла при значении  $E_{\text{сш}}^c$  — энергии сшивки. Отметим, что увеличение сечения поглощения среды смещает весь спектр нейтронов в область больших энергий (затягивание спектра), источник нейтронов при этом должен иметь большую скорость генерации, чтобы получить в максимуме одно и то же число нейтронов.

В заключение рассмотрим способ вычисления энергии сшивки  $E_{\text{сш}}^c$ . Из условия равенства потоков

$$\Phi_M(E_{\text{сш}}^c) = \Phi_F(E_{\text{сш}}^c),$$

полагая, что тепловые нейтроны распределены по спектру Максвелла (6.10.8) с эффективной температурой  $T_n$ , а замедляющиеся — по спектру Ферми (5.9.5) имеем

$$\Phi_T \frac{E_{\text{сш}}^c}{(E_T)^2} \exp\left(-\frac{E_{\text{сш}}^c}{E_T}\right) = \frac{I(E_{\text{сш}}^c)}{\xi \Sigma_s E_{\text{сш}}^c} \quad (6.11.13)$$

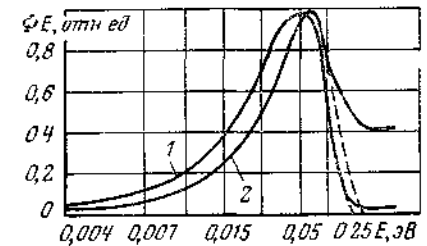


Рис. 6.7. Значения  $\Phi(E)E$  для воды (1) и водного раствора борной кислоты (2) с  $\sigma_a = 4,2 \cdot 10^{-24}$  см<sup>2</sup>/протон (штриховой линией показаны спектры Максвелла)

Для определения плотности замедления  $j(E_{\text{гр}}^c)$  воспользуемся следующим условием: все нейтроны, замедляющиеся ниже граничной энергии, поглощаются в тепловой области, т. е.

$$j(E_{\text{гр}}^c) = \int_0^{E_{\text{гр}}^c} \Phi_M(E) \Sigma_a(E) dE.$$

Будем также считать, что сечения поглощения всех веществ в тепловой области следуют закону  $1/v$  (4.11.9)

$$\sigma_a(E) = \sigma_a(E_T) \sqrt{E_T/E}.$$

Тогда

$$j(E_{\text{гр}}^c) = \Sigma_a(E_T) \Phi_T \int_0^{E_{\text{гр}}^c} \left(\frac{E}{E_T}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{E}{E_T}\right) d\left(\frac{E}{E_T}\right).$$

Устремляя верхний предел интегрирования к  $\infty$ , находим, что

$$j(E_{\text{гр}}^c) = (\sqrt{\pi}/2) \Sigma_a(E_T) \Phi_T.$$

Подставляя это соотношение в (6.11.13), получаем трансцендентное выражение для безразмерной энергии сшивки  $z_{\text{гр}} = E_{\text{гр}}^c/E_T$ :

$$z_{\text{гр}}^2 \exp[-z_{\text{гр}}] = (\sqrt{\pi}/2) \alpha, \quad (6.11.14)$$

где

$$\alpha = \Sigma_a(E_T)/(\xi \Sigma_s). \quad (6.11.15)$$

Энергия сшивки будет нами использоваться в дальнейшем при усреднении сечений взаимодействия тепловых нейтронов.

Как видно из изложенного выше, определение спектра нейтронов при их термализации даже в простейшем случае — замедлении на одноатомном газе — приводит к весьма громоздким вычислениям, которые могут быть выполнены только на ЭВМ. Задача нахождения пространственно-энергетического распределения нейтронов при их термализации (которое необходимо знать, например, для расчета коэффициента использования тепловых нейтронов) еще более сложная и в данной книге не рассматривается. Поэтому в гл. 8 при вычислении коэффициента использования тепловых нейтронов будут даны рекомендации по расчету необходимых величин без детального решения пространственно-энергетической задачи.

### § 7.1. Физическая классификация реакторов. Коэффициент размножения

В предыдущих главах диффузия моноэнергетических нейтронов и замедление нейтронов (в отсутствие и при наличии градиентов) рассматривались отдельно. Связь между этими процессами была установлена введением группового приближения, в котором относительно быстрые нейтроны являются источниками более медленных. Источники начинающих замедляться нейтронов считались «внешними»: они могли иметь произвольную скорость генерации нейтронов, любой спектр и любое пространственное распределение. Каждый поглощенный нейтрон выбывал из дальнейшего рассмотрения, и жизненный цикл нейтронов, таким образом, оказывался незамкнутым.

Перейдем теперь к рассмотрению поведения нейтронов в такой среде, где появление быстрых нейтронов обусловлено поглощением нейтронов предыдущего поколения, вообще говоря, при любых энергиях. Процесс, связывающий исчезновение нейтронов и появление новых, — это деление тяжелых ядер (прежде всего  $^{235}_{92}\text{U}$  и  $^{239}_{94}\text{Pu}$ ), при котором каждый нейтрон, вызвавший деление, заменяется двумя-тремя новыми. При этом связь процессов замедления и диффузии тепловых нейтронов приобретает новые качественные черты: скорость генерации начинающих замедляться нейтронов становится пропорциональной числу делений ядер. В достаточно общем случае (6.9.4)

$$S_f(E) = f(E) \int_0^\infty v_f(E') \Sigma_f(E') \Phi(E') dE'.$$

Одновременно меняется и тип уравнений, описывающих судьбу нейтронов деления, — неоднородные уравнения (уравнения с правой частью) заменяются однородными. Так, в простейшем одногрупповом приближении уравнение диффузии

$$D \Delta \Phi - \Sigma_a \Phi + S_f = 0$$

заменяется уравнением

$$D \Delta \Phi - \Sigma_a \Phi + v_f \Sigma_f \Phi = 0. \quad (7.1.1)$$

Число делений при различных энергиях (особенно в больших реакторах, для которых мала утечка замедляющихся нейтронов) зависит прежде всего от вероятности избежать резонансного поглощения. Как известно (5.11.3),

$$-\ln \phi \equiv \Psi = N_0 I_a \sigma_f / (\xi \Sigma_s).$$

Поэтому спектр нейтронов, вызывающих деление ядер, определяется значением параметра  $\Psi$  (предполагается, что концент-

рация делящегося нуклида мала по сравнению с концентрацией воспроизводящего).

В реакторах на быстрых нейтронах, которые не содержат замедлителя,  $N_0 I_{a\text{эф}} / (\xi \Sigma_s) \gg 1$ , даже если в замедляющей способности  $\xi \Sigma_s$  учесть неупругие взаимодействия нейтронов с ядрами. Другой предельный случай — реакторы на тепловых нейтронах, для которых  $N_0 I_{a\text{эф}} / (\xi \Sigma_s) \ll 1$  (мало топлива и много замедлителя) и подавляющая часть нейтронов замедляется до тепловых энергий. При значении  $N_0 I_{a\text{эф}} / (\xi \Sigma_s) \sim 1$  основная часть нейтронов не замедлится до тепловых энергий, так как будет захвачена в процессе замедления (в области промежуточных энергий).

Таким образом, вклад делений в отдельные энергетические областях в объемную скорость генерации нейтронов источниками  $S_f(E)$  существенно различен для разных типов реакторов. Однако знание общего вида зависимости  $S_f$  от  $E$  (6.9.4) все же достаточно для описания жизненного цикла нейтронов в реакторе любого типа: различие заключается лишь в степени сложности рассмотрения. Наиболее простой случай — это реактор на тепловых нейтронах. В таком реакторе скорость генерации практически полностью определяется скоростью делений в тепловой области (7.1.1), где поток нейтронов  $\Phi$  хорошо известен.

Вначале рассмотрим бесконечную размножающую гомогенную среду, состоящую из топлива и замедлителя, которая по составу и свойствам близка к среде активной зоны реактора на тепловых нейтронах. Для конкретности будем считать, что топливо представляет собой уран, обогащение которого изотопом  $^{235}\text{U}$  составляет несколько процентов, т. е.  $N_5 \ll N_8$ . Пусть доля топлива в среде такова, что подавляющее число нейтронов успевает до поглощения приобрести тепловые энергии. Тогда можно пренебречь поглощением замедляющихся и быстрых нейтронов всеми ядрами, кроме радиационного захвата ядрами  $^{238}\text{U}$  в области резонансов и поглощения ядрами  $^{238}\text{U}$  в области энергии быстрых нейтронов.

Выделим  $S_1$  нейтронов (назовем их нейтронами первого поколения), образовавшихся при делении ядер  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами, и проследим за их судьбой. Часть нейтронов деления имеет  $E \gg 1$  МэВ и может, следовательно, вызвать деление ядер  $^{238}\text{U}$  (см. § 3.2) [отметим, что в гомогенных реакторах на тепловых нейтронах (в отличие от гетерогенных) вклад делений  $^{238}\text{U}$  быстрыми нейтронами в общее число делений ничтожно мал. Однако мы здесь будем учитывать этот вклад ради общности изложения]. В результате число быстрых нейтронов увеличится в  $\mu$  раз. Множитель  $\mu$ , учитывающий вклад нейтронов делений  $^{238}\text{U}$  в общее число нейтронов, называется *коэффициентом размножения на быстрых нейтронах*.

Итак, начнут замедляться  $S_1 \mu$  нейтронов. В процессе замедления часть из них поглотится и до тепловых энергий замедлится

$S_1 \mu \phi$  нейтронов, где  $\phi$  — вероятность избежать резонансного поглощения ядрами  $^{238}\text{U}$  (см. § 5.11). Тепловые нейтроны поглощаются как топливом, так и замедлителем. Нас интересует число нейтронов, поглощенных топливом. Поэтому введем в рассмотрение коэффициент  $\theta$ , который представляет собой отношение числа тепловых нейтронов, поглощенных в топливе, к полному числу поглощенных тепловых нейтронов. Другими словами,  $\theta$  есть вероятность для теплового нейтрона поглотиться в топливе и называется *коэффициентом использования тепловых нейтронов*.

Таким образом, число тепловых нейтронов, поглощенных топливом, равно  $S_1 \mu \phi \theta$ . Часть этих нейтронов вызовет деление ядер  $^{235}\text{U}$ , в результате чего образуются новые нейтроны деления (нейтроны второго поколения). Удобно ввести понятие  $\nu_{\text{эф}}$  которое по определению равно отношению числа вторичных нейтронов деления к числу поглощенных в топливе первичных тепловых нейтронов, т. е. числу быстрых нейтронов, в среднем образующихся при поглощении в топливе одного теплового нейтрона. Тогда число быстрых нейтронов второго поколения  $S_2 = S_1 \mu \phi \theta \nu_{\text{эф}}$ . Отношение числа нейтронов данного поколения к числу нейтронов предыдущего поколения в бесконечной однородной среде есть *коэффициент размножения* (см. § 2.1), т. е.

$$k_{\infty} = S_2 / S_1 = \mu \phi \theta \nu_{\text{эф}}. \quad (7.1.2)$$

Формула (7.1.2) называется *формулой четырех сомножителей*. В начальный период развития ядерных реакторов она являлась основной для расчета размножающих свойств среды. В дальнейшем эта формула утратила свою доминирующую роль, однако и в настоящее время она с успехом используется для расчетов размножающих свойств некоторых типов ядерных реакторов.

Выше мы определили коэффициент размножения, используя метод последовательных поколений. Однако это не единственное определение. Применяя метод баланса нейтронов к жизненному циклу нейтронов, можно показать, что коэффициент размножения есть отношение числа родившихся за единицу времени и в единице объема нейтронов  $\langle \nu_f \Sigma_f \Phi \rangle$  к числу поглощенных  $\langle \Sigma_a \Phi \rangle$ :

$$k_{\infty} = \frac{\langle \nu_f \Sigma_f \Phi \rangle}{\langle \Sigma_a \Phi \rangle} = \frac{\int_0^{\infty} \nu_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE}{\int_0^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE}. \quad (7.1.3)$$

## § 7.2. Возможные представления цикла размножения нейтронов

Определение коэффициента размножения (7.1.3) неоднозначно. Однозначно может быть определена только постоянная времени размножения нейтронов в среде

$$T = \bar{l} / (k_{\infty} - 1), \quad (7.2.1)$$

где  $\bar{l}$  — время жизни нейтронов одного поколения. Пусть

$$k_{\infty} = \frac{\int_0^{\infty} \nu_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE - \Delta}{\int_0^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE - \Delta} \quad \text{и} \quad \bar{l} = \frac{\int_0^{\infty} n(E) dE}{\int_0^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE - \Delta} \quad (7.2.2)$$

( $\Delta$  — некоторая часть полного поглощения). Тогда

$$\omega = \frac{k_{\infty} - 1}{l} = \frac{\int_0^{\infty} \nu_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE - \int_0^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE}{\int_0^{\infty} n(E) dE}$$

не зависит от выбора величины  $\Delta$ . При  $\Delta \rightarrow 0$  формула (7.2.2) совпадает с (7.1.3), однако во всех остальных случаях  $k_{\infty}$  есть функция  $\Delta$ . Понятно, что при  $k_{\infty} = 1$  зависимость от  $\Delta$  исчезает, однако чем больше  $k_{\infty} - 1$ , тем сильнее могут отличаться значения этой разности, соответствующие различному выбору  $\Delta$ .

Оставаясь в рамках формулы четырех сомножителей, рассмотрим подробнее некоторые варианты описания цикла размножения нейтронов

I. Пусть  $\Delta = 0$ . Это означает, что любое поглощение нейтрона прерывает его жизненный цикл. Тогда коэффициент размножения, который обозначим  $k_{\infty}^p$ , определяется выражением (7.1.3). Индекс «р» подразумевает, что размножение нейтронов происходит не только на тепловых, но и на резонансных нейтронах

Обозначим, как обычно, граничную энергию между тепловой областью и областью замедления  $E_{gp}$  и представим выражение (7.1.3) в виде произведения следующих сомножителей:

$$\mu^p = \int_0^{\infty} \nu_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE \left/ \int_0^{E_{gp}} \nu_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE \right.; \quad (7.2.3)$$

$$\begin{aligned} \Phi^p &= \int_0^{E_{gp}} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE \left/ \int_0^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE \right. = \\ &= 1 - \int_{E_{gp}}^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE \left/ \int_0^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE \right.; \end{aligned} \quad (7.2.4)$$

$$\eta = \int_0^{E_{gp}} \nu_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE \left/ \int_0^{E_{gp}} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE \right. \quad (7.2.5)$$

Здесь  $\mu^p$  — коэффициент размножения на надтепловых и быстрых нейтронах. Он определен как отношение числа всех родившихся нейтронов к числу нейтронов, родившихся в результате делений, вызванных тепловыми нейтронами. Вероятность поглощения в процессе замедления  $1 - \Phi^p$  (см § 5.11) определена как отношение всего поглощения нетепловых нейтронов к полному погло-

щению. Величина  $\eta$  представляет собой среднее число быстрых нейтронов, образующихся при поглощении одного теплового нейтрона:

$$\begin{aligned} \eta &= \left[ \int_0^{E_{gp}} \nu_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE \left/ \int_0^{E_{gp}} \Sigma_{a0}(E) \Phi(E) dE \right. \right] \times \\ &\times \left[ \int_0^{E_{gp}} \Sigma_{a0}(E) \Phi(E) dE \left/ \int_0^{E_{gp}} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE \right. \right] = \nu_{\Sigma\Phi}^T \theta, \end{aligned} \quad (7.2.6)$$

где  $\Sigma_{a0}$  — сечение поглощения нейтронов топливом;

$$\nu_{\Sigma\Phi}^T = \int_0^{E_{gp}} \nu_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE \left/ \int_0^{E_{gp}} \Sigma_{a0}(E) \Phi(E) dE \right.; \quad (7.2.7)$$

$$\theta = \int_0^{E_{gp}} \Sigma_{a0}(E) \Phi(E) dE \left/ \int_0^{E_{gp}} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE \right. \quad (7.2.8)$$

Если размножение нейтронов имеет место во всей области энергий [коэффициент размножения записан в форме (7.1.3)], то удобно представить  $k_{\infty}$  не как произведение отдельных сомножителей, а в виде суммы слагаемых (так называемая аддитивная форма представления коэффициента размножения). Так поступают, например, при малогрупповых расчетах водо-водяных реакторов (гл. 10). Рассмотрим аддитивную форму на примере четырех энергетических групп нейтронов. В этом случае выражение (7.1.3) примет вид

$$k_{\infty}^p = \frac{\sum_{n=1}^4 \int_{\Delta E_n} \nu_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE}{\sum_{n=1}^4 \int_{\Delta E_n} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE} = \frac{\sum_{n=1}^4 (\nu_f \Sigma_f)^{(n)} \Phi^{(n)}}{\sum_{n=1}^4 \Sigma_a^{(n)} \Phi^{(n)}}, \quad (7.2.9)$$

где  $\Delta E_n$  — интервалы энергии, покрывающие в сумме все энергии реакторных нейтронов. Нормируя скорость генерации нейтронов на единицу

$$\sum_{n=1}^4 (\nu_f \Sigma_f)^{(n)} \Phi^{(n)} = 1, \quad (7.2.10)$$

поток нейтронов в  $n$ -й группе определяют из выражения

$$\Phi^{(n)} = \Gamma^{(n)} / k_{\infty}^p, \quad (7.2.11)$$

где

$$\Gamma^{(n)} = \frac{\chi^{(n)} + \sum_R^{(n-1)} \Gamma^{(n-1)}}{\Sigma_a^{(n)} + \Sigma_R^{(n)}}. \quad (7.2.12)$$

При условии  $\Gamma^{(0)} = 0$  и  $\chi^{(3)} = \chi^{(4)} = 0$ ,  $\chi^{(n)}$  находят из выражения (6.9.14). Подставляя соотношение (7.2.11) в условие нормировки (7.2.10), имеем:

$$k_{\infty}^p = \sum_{n=1}^4 (\nu_f \Sigma_f)^{(n)} \Gamma^{(n)}. \quad (7.2.13)$$

Схема размножения нейтронов в четырехгрупповом приближении и значения коэффициента размножения в каждой группе представлены на рис. 7.1.

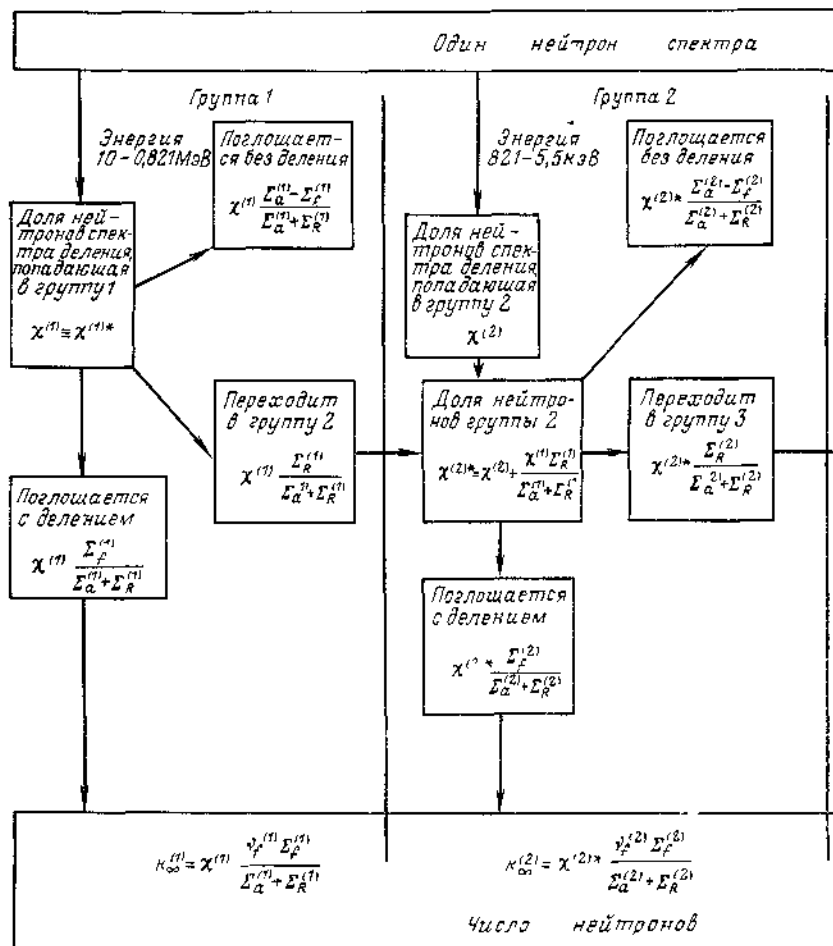


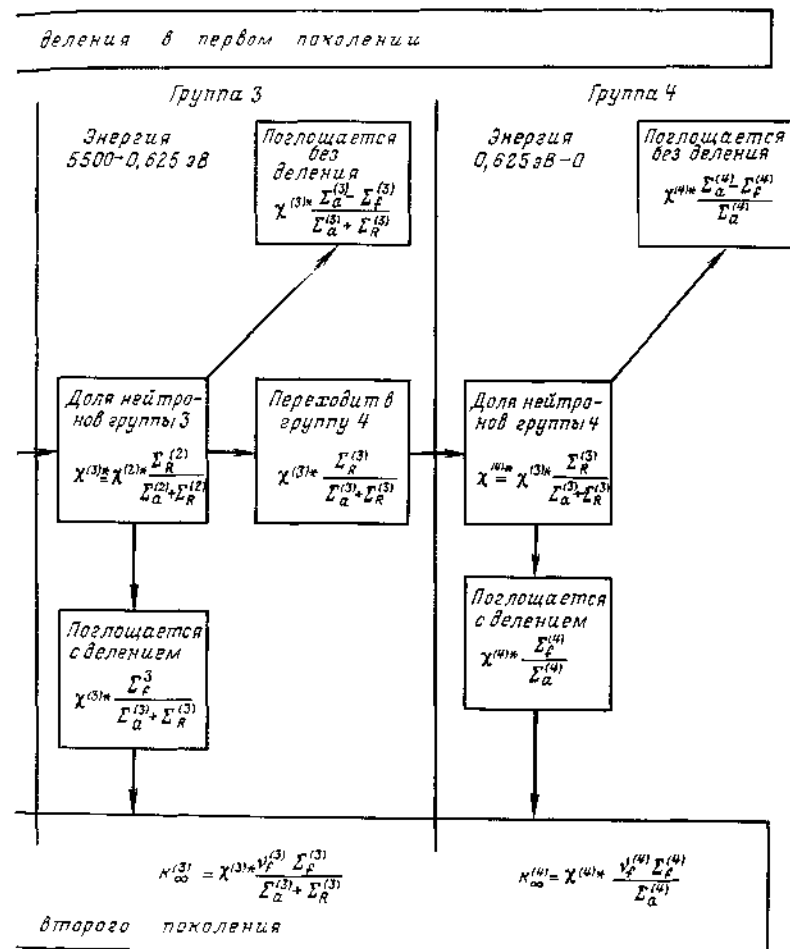
Рис 7.1. Нейтронный цикл (аддитивная форма представления коэффициента  $\chi^{(1)} + \chi^{(2)} = 1$ ,  $k_{\infty} = k_{\infty}^{(1)} + k_{\infty}^{(2)} + k_{\infty}^{(3)} + k_{\infty}^{(4)}$ ;  $\chi^{(n)*}$  — доля нейтронов от источников в группе n

II Вклад в размножение резонансных нейтронов невелик и обусловлен преимущественно надтепловыми нейтронами. Тогда полагают  $\Delta =$

$$= \int_{E_{\text{пор}}}^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE \text{ и соответственно,}$$

$$k_{\infty} = k_{\infty}^{\text{нр}} = \frac{\int_0^{E_{\text{пор}}} \nu_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE + \int_{E_{\text{пор}}}^{\infty} [\nu_f(E) \Sigma_f(E) - \Sigma_a(E)] \Phi(E) dE}{\int_0^{E_{\text{пор}}} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE}, \quad (7.2.14)$$

где  $E_{\text{пор}}$  — граница порога деления  $^{238}\text{U}$ .



размножения в четырехгрупповом приближении):

Здесь жизненный цикл нейтрона прерывается только подпороговым поглощением, а размножение выше порога образует подцикл. Введем

$$\mu^{\text{н}} = 1 + \frac{\int_{E_{\text{пор}}}^{\infty} [\nu_f(E) \Sigma_f(E) - \Sigma_a(E)] \Phi(E) dE}{\int_0^{E_{\text{пор}}} \nu_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE}; \quad (7.2.15)$$

$$\varphi^{HT} = 1 - \frac{\int_{E_{гр}}^{E_{пор}} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE}{\int_0^{E_{пор}} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE}; \quad (7.2.16)$$

$$\langle v_{эф} \theta \rangle^{HT} = \frac{\int_{E_{гр}}^{E_{пор}} v_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE}{\int_{E_{гр}}^{E_{пор}} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE}. \quad (7.2.17)$$

Легко видеть, что  $\varphi^{HT}$  отличается от  $\varphi^P$  заменой бесконечного верхнего предела в интегралах формулы (7.2.4) на  $E_{пор}$ . Это отличие невелико, поскольку имеет место следующее соотношение

$$\frac{1 - \varphi^{HT}}{\varphi^{HT}} = \frac{1 - \varphi^P}{\varphi^P} \left[ 1 - \frac{\int_{E_{пор}}^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE}{\int_{E_{гр}}^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE} \right]. \quad (7.2.18)$$

С учетом введенных выражений формула для расчета коэффициента размножения имеет вид

$$k_{\infty}^{HT} = \mu^{HT} \varphi^{HT} \langle v_{эф} \theta \rangle^{HT} + \mu^{HT} \langle v_{эф} \theta \rangle^{HT} (1 - \varphi^{HT}) \quad (7.2.19)$$

В данной схеме имеет смысл писать двухгрупповые уравнения с размножением в каждой группе. Такая схема может быть полезной при расчете размножающих свойств водо-водяных реакторов (гл. 10).

III Вклад в размножение нейтронов обусловлен только поглощением тепловых нейтронов. Это означает, что  $\Delta = \int_{E_{гр}}^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE$ . Пренебрегая размножением в интервале  $E_{гр} - E_{пор}$ , получаем классическое определение  $k_{\infty}$ , введенное в начальный период развития теории реакторов применительно к реакторам с природным ураном

$$k_{\infty} = k_{\infty}^T = \frac{\int_0^{E_{гр}} v_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE + \int_{E_{пор}}^{\infty} [v_f(E) \Sigma_f(E) - \Sigma_a(E)] \Phi(E) dE}{\int_{E_{гр}}^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE} \times \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\int_0^{E_{пор}} v_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE - \int_{E_{гр}}^{E_{пор}} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE}{\int_{E_{гр}}^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE} \quad (7.2.20)$$

Здесь только тепловое поглощение нейтрона прерывает его жизненный цикл: поглощение и размножение в надпороговой области, обусловленное поглощением ядрами  $^{238}\text{U}$ , образует подцикл.

В рассматриваемой схеме определение произведения  $v_{эф} \theta$  не меняется, а сомножители  $\mu^T$  и  $\varphi^T$  определяются следующим образом

$$\mu = 1 + \frac{\int_{E_{пор}}^{\infty} [v_f(E) \Sigma_f(E) - \Sigma_a(E)] \Phi(E) dE}{\int_0^{E_{пор}} v_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE}; \quad (7.2.21)$$

$$\varphi^T = 1 - \frac{\int_{E_{гр}}^{E_{пор}} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE}{\int_0^{E_{гр}} v_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE + \int_{E_{пор}}^{\infty} [v_f(E) \Sigma_f(E) - \Sigma_a(E)] \Phi(E) dE} =$$

$$= 1 - \frac{\int_{E_{гр}}^{E_{пор}} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE}{\mu^T \int_0^{E_{пор}} v_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE}. \quad (7.2.22)$$

Имеет место следующая связь между  $\varphi^T$  и  $\varphi^P$ :

$$\frac{1 - \varphi^T}{\varphi^T} k_{\infty}^T = \frac{1 - \varphi^{HT}}{\varphi^{HT}} = \frac{1 - \varphi^P}{\varphi^P} \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{\int_{E_{пор}}^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE}{\int_{E_{гр}}^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE} \right] \quad (7.2.23)$$

При  $k_{\infty}^T > 1$  отличие  $\varphi^T$  от  $\varphi^P$  может быть заметным.

IV В заключение рассмотрим еще один способ вычисления коэффициента размножения, который используется в расчетах реакторов РБМК при усреднении сечений (гл. 12). При описании цикла размножения нейтронов выделяют из полного сечения поглощения часть сечения  $^{238}\text{U}$ , не описываемую за-

коном  $1/v$ , т. е.  $\Delta = \int_0^{\infty} \Sigma_{a8}^{ne 1/v}(E) \Phi(E) dE$ . Поскольку выше  $E_{пор} \Sigma_{a8}^{1/v}$  пренебрежимо мало, а ниже  $E_{гр} \Sigma_{a8}^{ne 1/v} = 0$ , то последнее выражение можно представить в виде

$$k_{\infty}^B = \frac{\int_0^{\infty} v_f(E) \Sigma_{f8}(E) \Phi(E) dE + \int_{E_{пор}}^{\infty} [v_f(E) \Sigma_{f8}(E) - \Sigma_{a8}(E)] \Phi(E) dE - \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\int_0^{\infty} \Sigma'_a(E) \Phi(E) dE}{\int_{E_{гр}}^{E_{пор}} \Sigma_{a8}^{ne 1/v}(E) \Phi(E) dE} \quad (7.2.24)$$

( $\Sigma_{fs}$  — сечение деления  $^{235}\text{U}$ ;  $\Sigma'_a = \Sigma_a - \Sigma_{as}^{ne 1/v}$ ). Размножение на быстрых нейтронах  $\mu^B$  и поглощение в процессе замедления  $(1-\Phi^B)$  определяются формулами

$$\mu^B = 1 + \frac{\int_{E_{\text{пор}}}^{\infty} [\nu_{fs}(E) \Sigma_{fs}(E) - \Sigma_{as}(E)] \Phi(E) dE}{\int_0^{\infty} \nu_{fs}(E) \Sigma_{fs}(E) \Phi(E) dE}; \quad (7.2.25)$$

$$(1 - \Phi_s^B) = \frac{\int_{E_{\text{гр}}}^{E_{\text{пор}}} \Sigma_{as}^{ne 1/v}(E) \Phi(E) dE}{\mu^B \int_0^{\infty} \nu_{fs}(E) \Sigma_{fs}(E) \Phi(E) dE} =$$

$$= \frac{\int_{E_{\text{гр}}}^{E_{\text{пор}}} \Sigma_{as}^{ne 1/v}(E) \Phi(E) dE}{\int_0^{\infty} \nu_f(E) \Sigma_{fs}(E) \Phi(E) dE - \int_{E_{\text{гр}}}^{E_{\text{пор}}} \Sigma_{as}^{ne 1/v}(E) \Phi(E) dE}. \quad (7.2.26)$$

Произведение  $\nu_{\text{эф}} \Phi$  описывается выражениями, существенно отличающимися от (7.2.6):

$$\nu_{\text{эф}}^B \Phi^B = \frac{\int_0^{\infty} \nu_{fs}(E) \Sigma_{fs}(E) \Phi(E) dE}{\int_0^{\infty} \Sigma'_a(E) \Phi(E) dE} = \bar{\nu}_{fs} \theta_{fs}^B, \quad (7.2.27)$$

где

$$\bar{\nu}_{fs} = \frac{\int_0^{\infty} \nu_{fs}(E) \Sigma_{fs}(E) \Phi(E) dE}{\int_0^{\infty} \Sigma_{fs}(E) \Phi(E) dE}; \quad (7.2.28)$$

$$\theta_s^B = \frac{\int_0^{\infty} \Sigma_{fs}(E) \Phi(E) dE}{\int_0^{\infty} \Sigma'_a(E) \Phi(E) dE}. \quad (7.2.29)$$

Между величинами  $\Phi_s^B$  и  $\Phi_s^P$  имеет место следующее соотношение.

$$\frac{1 - \Phi_s^B}{\Phi_s^B} k_{\infty}^B \approx \frac{1 - \Phi_s^P}{\Phi_s^P} \left[ 1 - \frac{\int_{E_{\text{гр}}}^{\infty} \Sigma_{as}^{1/v}(E) \Phi(E) dE}{\Phi_s^P \int_{E_{\text{гр}}}^{\infty} \Sigma_{as}(E) \Phi(E) dE} \right]. \quad (7.2.30)$$

### § 7.3. Эффективный коэффициент размножения

Выше мы рассмотрели коэффициент размножения в бесконечной среде, т. е. не учитывали утечку нейтронов из реактора, которая всегда имеет место. В § 2.1 указывалось, что аналогом коэффициента размножения в бесконечной среде для случая конечного реактора служит эффективный коэффициент размножения  $k_{\text{эф}}$ . Исходя из определения

$$k_{\text{эф}} = R_{\text{ген}} / (R_{\text{полг}} + R_{\text{ут}}), \quad (7.3.1)$$

где  $R_{\text{ген}}$ ,  $R_{\text{полг}}$  — интегральные по энергии и объему скорости генерации и поглощения нейтронов в реакторе;  $R_{\text{ут}}$  — интегральная по энергии и поверхности скорость утечки нейтронов из реактора.

Запишем формулу (7.3.1) в виде

$$k_{\text{эф}} = \frac{R_{\text{ген}}}{R_{\text{полг}}} \frac{R_{\text{полг}}}{R_{\text{полг}} + R_{\text{ут}}}. \quad (7.3.2)$$

Первый сомножитель по определению равен коэффициенту размножения (7.1.3), второй по смыслу есть вероятность для нейтронов избежать утечки. Тогда

$$k_{\text{эф}} = k_{\infty} P, \quad (7.3.3)$$

где

$$P = R_{\text{полг}} / (R_{\text{полг}} + R_{\text{ут}}) \quad (7.3.4)$$

— вероятность избежать утечки, слабо зависящая от энергии нейтронов и значительно — от геометрических характеристик реактора и его состава. Естественно, что расчетные формулы для  $P$  видоизменяются при выборе схемы представления жизненного цикла нейтронов.

Итак, эффективный коэффициент размножения можно представить в виде произведения двух величин, одна из которых ( $k_{\infty}$ ) определяется только свойствами среды, а другая ( $P$ ) зависит также и от геометрических характеристик реактора. Энергетические реакторы, как правило, гетерогенные. Прямой расчет эффективного коэффициента размножения (критических размеров) для реактора с гетерогенной структурой чрезвычайно сложен. Поэтому задача решается обычно в два этапа. Реальная среда гомогенизируется, т. е. заменяется гомогенной, эквивалентной исходной по нейтронно-физическим характеристикам. Рассчитываются параметры решетки (коэффициент размножения  $k_{\infty}$ , длина замедления  $\sqrt{\tau}$  и длина диффузии  $L$ , коэффициент диффузии  $D$ ). Затем определяется  $k_{\text{эф}}$  гомогенного реактора. В связи с этим из общей теории ядерных реакторов можно выделить две части: теорию решетки и теорию критических размеров.



В первой рассматриваются методы расчета параметров решетки и обосновывается переход к эквивалентной гомогенной среде. Поэтому теорию решетки называют также *теорией гомогенизации*.

В теории критических размеров определяются условия критичности гомогенного реактора и распределение потока нейтронов по его объему.

#### § 7.4. Гомогенный реактор без отражателя

В активную зону энергетического реактора всегда загружается топливо различного обогащения; это топливо неравномерно выгорает в процессе работы реактора. Кроме того, в активной зоне всегда в том или ином количестве присутствуют рабочие органы управления и защиты (СУЗ), влияющие на распределение потока нейтронов как по радиусу, так и по высоте. Поэтому расчет критических размеров реального реактора весьма сложен.

В связи с тем что учесть влияние стержней СУЗ на распределение потока нейтронов по объему реактора можно только с помощью громоздких расчетов, в данной книге этот вопрос обсуждаться не будет.

Итак, рассмотрим гомогенный реактор без стержней СУЗ. Начнем с простейшего устройства — однородной активной зоны бесконечной высоты. В таком реакторе без отражателя нейтроны, вылетевшие за пределы активной зоны, обратно не возвращаются, и поэтому спектр нейтронов в каждой точке одинаков. Это означает, что переменные  $r$  и  $E$ , входящие в поток  $\Phi(r, E)$ , разделяются.

Считаем, что размеры реактора достаточно большие и поэтому знание точного значения длины линейной экстраполяции  $d$  (§ 4.7) не имеет для нас особого значения.

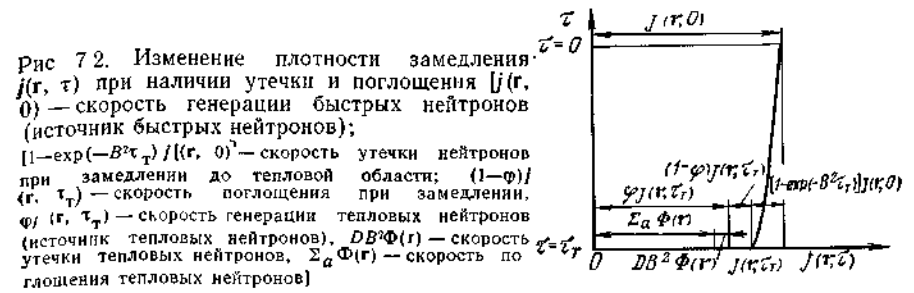
##### 7.4.1. УРАВНЕНИЕ РЕАКТОРА В ДИФфуЗИОННО-ВОЗРАСТНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Для вывода уравнения реактора в диффузионно-возрастном приближении условно разделим реакторные нейтроны на две группы:

1) замедляющиеся нейтроны с энергией от  $E_1$  до  $E_{гр}$ ; 2) тепловые нейтроны с энергией  $E < E_{гр}$  (рис. 7.2). Будем считать, что при замедлении возраст нейтронов изменяется от 0 до  $\tau_r$ , а не до  $\tau_{гр}$ , поскольку разница между  $\tau_{гр}$  и  $\tau_r$  незначительна (см. § 6.6).

Предположим, что захват нейтронов в процессе замедления отсутствует, а все резонансное поглощение сосредоточено на границе области и плотность замедления скачком уменьшается в  $\phi$  раз (рис. 7.2). Таким образом, для замедляющихся нейтронов справедливо уравнение возраста

$$\Delta \tilde{j}(r, \tau) - \partial \tilde{j}(r, \tau) / \partial \tau = 0. \quad (7.4.1)$$



Диффузию тепловых нейтронов будем описывать уравнением

$$D^2 \Delta \Phi(r) - \Sigma_a^t \Phi(r) + \phi \tilde{j}(r, \tau_r) = 0, \quad (7.4.2)$$

где  $\Phi(r)$  — усредненный по тепловой области поток нейтронов;  $D^2$ ;  $\Sigma_a^t$  — усредненные константы;  $\phi \tilde{j}(r, \tau_r)$  — объемная скорость генерации тепловых нейтронов (источник).

Исходя из начального (по энергии) условия, должно быть определена скорость генерации быстрых нейтронов при  $\tau=0$  (см. § 6.3). В рассматриваемом случае генерация вторичных нейтронов происходит только в результате поглощения тепловых. На каждый поглощенный тепловой нейтрон генерируется  $\theta_{эфф} = k_\infty / \phi$  быстрых нейтронов. Полное число тепловых нейтронов, поглощенных в единице объема и в единицу времени, равно  $\Sigma_a^t \Phi(r)$ . Поэтому объемная скорость генерации быстрых нейтронов

$$\tilde{j}(r, 0) = \Sigma_a^t \Phi(r) k_\infty / \phi. \quad (7.4.3)$$

Итак, будем искать решение системы двух дифференциальных уравнений второго порядка (7.4.1) и (7.4.2) с граничными

$$\tilde{j}(R_0, \tau) = 0; \quad \Phi(R_0) = 0 \quad (7.4.4)$$

( $R_0$  — экстраполированный размер реактора) и начальными (7.4.3) условиями. Предположим, что переменные  $r$  и  $\tau$  в  $\tilde{j}(r, \tau)$  разделяются, т. е.

$$\tilde{j}(r, \tau) = \Phi(r) X(\tau), \quad (7.4.5)$$

где  $X(\tau)$  — спектр замедляющихся нейтронов в реакторе конечных размеров. Подставляя выражение (7.4.5) в уравнение (7.4.1) и разделяя переменные, получаем:

$$\frac{\Delta \Phi(r)}{\Phi(r)} = \frac{1}{X(\tau)} \frac{dX(\tau)}{d\tau}. \quad (7.4.6)$$

В левой части уравнения стоят функции, зависящие только от  $r$ , а в правой — только от  $\tau$ , т. е. переменные разделились. Каждую часть можно приравнять константе. Обозначим ее  $-\kappa^2$ .

Тогда получим два уравнения:

$$\Delta \Phi(\mathbf{r}) + \kappa^2 \Phi(\mathbf{r}) = 0; \quad (7.4.7)$$

$$dX(\tau)/X(\tau) = -\kappa^2 d\tau. \quad (7.4.8)$$

Для отыскания функции  $X(\tau)$  проинтегрируем уравнение (7.4.8)

$$X(\tau) = X(0) \exp[-\kappa^2 \tau],$$

где  $X(0)$  — значение  $X(\tau)$  при  $\tau=0$ . Из начального условия (7.4.3) следует, что

$$X(0) = (k_\infty/\varphi) \Sigma_a^T$$

и

$$\tilde{j}(\mathbf{r}, \tau) = (k_\infty/\varphi) \Sigma_a^T \Phi(\mathbf{r}) \exp[-\kappa^2 \tau]. \quad (7.4.9)$$

Видно, что знак перед  $\kappa^2$  выбран правильно. Это следует из очевидного физического условия: плотность замедления  $\tilde{j}(\mathbf{r}, \tau)$  может только убывать при уменьшении энергии нейтронов. Подставляя значение  $\tilde{j}(\mathbf{r}, \tau)$  в уравнение (7.4.2), получаем:

$$D^{(n)} \Delta \Phi(\mathbf{r}) + [k_\infty \exp(-\kappa^2 \tau) - 1] \Sigma_a^T \Phi(\mathbf{r}) = 0 \quad (7.4.10)$$

или

$$\Delta \Phi(\mathbf{r}) + \left[ \frac{k_\infty \exp(-\kappa^2 \tau) - 1}{L_T^2} \right] \Phi(\mathbf{r}) = 0. \quad (7.4.11)$$

Из сравнения выражений (7.4.11) и (7.4.7) имеем:

$$\kappa^2 = \frac{k_\infty \exp(-\kappa^2 \tau) - 1}{L_T^2}. \quad (7.4.12)$$

Видно, что параметр  $\kappa^2$ , определяемый трансцендентным уравнением (7.4.12), зависит только от состава реактора; поэтому он называется *материальным параметром*. Уравнение для  $\kappa^2$  зависит от принятых исходных приближений: (7.4.12) есть уравнение для материального параметра в диффузионно-возрастном приближении. Уравнение (7.4.7) называется *уравнением реактора*. В математике уравнение такого типа называется уравнением Гельмгольца, а в теории ядерных реакторов — *волновым уравнением*.

#### 7.4.2. УСЛОВИЕ КРИТИЧНОСТИ РЕАКТОРА В ДИФУЗИОННО-ВОЗРАСТНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Попытаемся теперь установить связь между нейтронно-физическими характеристиками критического реактора (см. § 2.1) и его размером. Для этого будем считать, что поток нейтронов зависит не только от координат, но и от времени, т. е.  $\Phi = \Phi(\mathbf{r}, t)$ . В этом случае уравнение (7.4.7) примет вид [ср. с (4.5.4)]:

$$\Delta \Phi(\mathbf{r}, t) + \kappa^2 \Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{vD^T} \frac{\partial \Phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (7.4.13)$$

Найдем условие, при котором нестационарное уравнение (7.4.13) переходит в уравнение реактора. Пусть переменные  $\mathbf{r}$  и  $t$  в функции  $\Phi(\mathbf{r}, t)$  разделяются:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \Psi(\mathbf{r}) \exp(\omega t). \quad (7.4.14)$$

Подставляя решение (7.4.14) в уравнение (7.4.13) после сокращения на  $\exp(\omega t)$ , имеем:

$$\Delta \Psi(\mathbf{r}) + B^2 \Psi(\mathbf{r}) = 0, \quad (7.4.15)$$

где

$$B^2 = \kappa^2 - \omega/(vD^T). \quad (7.4.16)$$

Граничное условие для уравнения (7.4.15) примет вид

$$\Psi(R_s) = 0. \quad (7.4.17)$$

Общее решение уравнения (7.4.15) представим в виде разложения по полной системе ортогональных собственных функций  $\Psi_n$

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \Psi_n(\mathbf{r}). \quad (7.4.18)$$

Каждой собственной функции  $\Psi_n(\mathbf{r})$  соответствует собственное число  $B_n^2$ , т. е.  $\Psi_n$  и  $B_n^2$  связаны между собой уравнением

$$\Delta \Psi_n(\mathbf{r}) + B_n^2 \Psi_n(\mathbf{r}) = 0. \quad (7.4.19)$$

Собственные числа  $B_n^2$  расположим в следующей последовательности:

$$0 \leq B_0^2 < B_1^2 < \dots < B_n^2 < \dots,$$

т. е.  $B_0^2$  есть наименьшее собственное число. Как известно из математики, все собственные числа зависят от формы и размеров тела. В общем решении (7.4.18) только одна функция  $\Psi_0(\mathbf{r})$  всюду положительна. Все остальные функции обращаются в нуль не только на границе реактора, но и внутри него, причем число корней уравнения соответствует номеру функции.

Решение уравнения (7.4.13) запишем в виде

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \Psi_n(\mathbf{r}) \exp(\omega_n t), \quad (7.4.20)$$

где

$$\omega_n = (\kappa^2 - B_n^2) vD^T. \quad (7.4.21)$$

Проанализируем полученное решение при различных соотношениях между  $\kappa^2$  и  $B_n^2$  и больших значениях  $t$ .

1.  $\kappa^2 = B_0^2$ . Тогда

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = A_0 \Psi_0(\mathbf{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \Psi_n(\mathbf{r}) \exp[(-B_n^2 - \kappa^2) vD^T t].$$

При  $t \rightarrow \infty$  второй член правой части стремится к нулю и

$$\Phi(r, t) \rightarrow \Phi(r) = A_0 \Psi_0(r). \quad (7.4.22)$$

2.  $\kappa^2 = B_0^2$  ( $l > 0$ ). В этом случае

$$\begin{aligned} \Phi(r, t) = & \sum_{n=0}^{l-1} A_n \Psi_n(r) \exp[(\kappa^2 - B_n^2) v D^2 t] + \\ & + A_l \Psi_l(r) + \sum_{n=l+1}^{\infty} A_n \Psi_n(r) \exp[-(B_n^2 - \kappa^2) v D^2 t]. \end{aligned}$$

При  $t \rightarrow \infty$  первый член в правой части неограниченно возрастает, второй остается постоянным, а третий стремится к нулю. В этом случае стационарное состояние реактора никогда не достигается.

Таким образом, из рассмотренных выше примеров видно, что при  $\kappa^2 > B_0^2$  поток  $\Phi(r, t)$  во времени возрастает и реактор находится в надкритическом состоянии. При  $\kappa^2 < B_0^2$  поток  $\Phi(r, t)$  уменьшается с течением времени, а реактор оказывается в подкритическом состоянии. Стационарное (критическое) состояние реактора достигается только при

$$\kappa^2 = B_0^2. \quad (7.4.23)$$

Поскольку каждое собственное число зависит от формы и размеров тела, то  $B_0^2$  принято называть *геометрическим параметром*. Тогда условие (7.4.23) формулируем следующим образом: *в критическом реакторе материальный параметр равен геометрическому*. Соответственно уравнение реактора (7.4.7) и выражение (7.4.9) можно записать следующим образом:

$$\Delta \Phi(r) + B^2 \Phi(r) = 0; \quad (7.4.24)$$

$$\tilde{j}(r, \tau) = (k_{\infty}/\varphi) \Sigma_a^* \Phi(r) \exp(-B^2 \tau) \quad (7.4.25)$$

(индекс  $\ll 0 \gg$  у  $B_0^2$  опущен).

Такая форма записи позволяет легко установить физический смысл экспоненты в соотношении (7.4.25). Причиной убыли нейтронов в отсутствие поглощения служит утечка. Поэтому  $\exp(-B^2 \tau)$  представляет собой вероятность для нейтронов избежать утечки при замедлении. Заменяя в выражении (7.4.12)  $\kappa^2$  на  $B^2$ , имеем:

$$B^2 = \frac{k_{\infty} \exp(-B^2 \tau) - 1}{L^2} \quad \text{или} \quad 1 = \frac{k_{\infty} \exp(-B^2 \tau)}{1 + B^2 L^2}. \quad (7.4.26)$$

Таким образом, мы установили связь между нейтронно-физическими характеристиками критического реактора и его размером. Соотношение (7.4.26) будем называть *критическим уравнением в диффузионно-возрастном приближении*.

В критическом реакторе

$$k_{\text{эф}} = 1. \quad (7.4.27)$$

Поэтому из сравнения выражений (7.3.3) и (7.4.26) следует, что в диффузионно-возрастном приближении вероятность для нейтронов избежать утечки из реактора

$$P = \exp(-B^2 \tau) / (1 + B^2 L^2). \quad (7.4.28)$$

Экспонента  $\exp(-B^2 \tau)$  представляет собой вероятность для нейтронов, имеющих возраст  $\tau$ , избежать утечки в процессе замедления; множитель  $(1 + B^2 L^2)^{-1}$  есть вероятность для тепловых нейтронов избежать утечки в процессе диффузии. Покажем, что это так. Подставляя в уравнение диффузии (7.4.2) вместо лапласиана его значение (7.4.24), находим

$$D^{(n)} B^2 \Phi(r) + \Sigma_a^* \Phi(r) = \varphi \tilde{j}(r, \tau). \quad (7.4.29)$$

Первый член в левой части представляет собой пространственную утечку, второй — поглощение тепловых нейтронов. Используя определение вероятности избежать утечки (7.3.4), получаем искомое выражение:

$$P = \frac{\Sigma_a^* \Phi(r)}{\Sigma_a^* \Phi(r) + D^{(n)} B^2 \Phi(r)} = \frac{1}{1 + B^2 L^2}. \quad (7.4.30)$$

На практике могут встретиться две постановки задачи о критичности:

1) при заданных параметрах размножения ( $k_{\infty}$ ,  $\tau$  и  $L^2$ ) и выбранной форме реактора найти его критические размеры. Другими словами, задача сводится к отысканию геометрического параметра  $B^2$ ;

2) при заданных форме и размере реакторе (т. е. при известном параметре  $B^2$ ) выбрать такие параметры размножения ( $k_{\infty}$ ,  $L^2$  и  $\tau$ , а следовательно, и  $\kappa^2$ ), чтобы данный реактор был критичен. При расчете энергетических реакторов практически всегда приходится решать именно эту задачу, так как форма и размер реактора определяются из инженерных и теплофизических соображений и, как правило, бывают заданы.

Параметры размножения, при которых реактор заданных размеров и формы критичен, будем называть *необходимыми* (подразумевая при этом, что они необходимы для критичности) и помечать их индексом  $\ll n \gg$ . В тех случаях, когда длины замедления и диффузии слабо зависят от состава реактора, индексом  $\ll n \gg$  достаточно снабжать только периметр  $k_{\infty}$ . Это

означает, что условие критичности реактора можно записать следующим образом:  $k_{\infty} = k_{\infty}^H$  или с учетом (7.3.3) и (7.4.27)

$$1 = k_{\infty}^H P. \quad (7.4.31)$$

Таким образом, выражение для необходимого коэффициента размножения имеет вид

$$k_{\infty}^H = (1 + B^2 L_T^2) \exp(B^2 \tau_T). \quad (7.4.32)$$

Из сравнения выражений (7.3.3) и (7.4.31) следует, что

$$k_{\text{эф}} = k_{\infty} / k_{\infty}^H \quad (7.4.33)$$

или

$$k_{\text{эф}} \approx k_{\infty} \exp(-B^2 \tau_T) / (1 + B^2 L_T^2). \quad (7.4.34)$$

#### 7.4.3. РЕАКТОР С ОДНОЙ ГРУППОЙ НЕЙТРОНОВ (ОДНОГРУППОВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ)

Рассмотрим настолько большой критический реактор, что утечка нейтронов мала, и поэтому при разложении экспоненты в ряд можно ограничиться линейным приближением, т. е.

$$\exp(-B^2 \tau_T) \approx 1 - B^2 \tau_T. \quad (7.4.35)$$

Используя разложение (7.4.35) и условие (7.4.23), перепишем уравнение (7.4.10) в виде

$$D^T \Delta \Phi(r) - k_{\infty} \tau_T \Sigma_a^T \Phi(r) B^2 + (k_{\infty} - 1) \Sigma_a^T \Phi(r) = 0.$$

Заменяя  $B^2 \Phi(r) = -\Delta \Phi(r)$  (7.4.24), окончательно получаем:

$$\bar{D} \Delta \Phi(r) + (k_{\infty} - 1) \Sigma_a^T \Phi(r) = 0 \quad (7.4.36)$$

или

$$\Delta \Phi(r) + \kappa^2 \Phi(r) = 0,$$

где

$$\bar{D} = D^T + \Sigma_a^T \tau_T k_{\infty} = D^T [1 + (\tau_T / L_T^2) k_{\infty}];$$

$$\kappa^2 = (k_{\infty} - 1) \Sigma_a^T / \bar{D} = (k_{\infty} - 1) / (L_T^2 + \tau_T k_{\infty}).$$

Так как мы рассматриваем большой реактор, то  $k_{\infty} - 1 \ll 1$  и  $k_{\infty} \approx 1$ ; тогда

$$\bar{D} \approx D^T (1 + \tau_T / L_T^2); \quad (7.4.37)$$

$$\kappa^2 \approx \frac{k_{\infty} - 1}{L_T^2 + \tau_T} = \frac{k_{\infty} - 1}{M^2}. \quad (7.4.38)$$

Значения коэффициентов диффузии тепловых нейтронов  $D^T$  и отношений возраста нейтронов к квадрату длины диффузии в чистых замедлителях  $\tau_1 / L_1^2$  представлены в табл. 7.1. Как указывалось в § 6.7, в реакторах возраст нейтронов обычно близок к возрасту в чистом замедлителе ( $\tau_1 \approx \tau_p$ ), а длина диффузии тепловых нейтронов существенно меньше ( $L_p^2 \approx 0,1 L_1^2$ ), поскольку  $\Sigma_{ap} \approx 10 \Sigma_{a1}$ ). Таким образом,

Таблица 7.1. Значения коэффициента диффузии тепловых нейтронов  $D^T$  и отношения возраста нейтронов к квадрату длины диффузии в чистых замедлителях  $\tau_1 / L_1^2$

Замедлитель	Плотность замедлителя $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$D^T$ , см	$\frac{\tau_1}{L_1^2}$
H <sub>2</sub> O	1,0	0,14	3,7
D <sub>2</sub> O	1,1	0,80	0,01
C	1,6	0,90	0,13

в реакторах с тяжеловодным замедлителем коэффициент диффузии  $\bar{D}$  практически равен  $D^T$ , тогда как в легководных реакторах  $\bar{D} \gg D^T$ . В реакторах с графитовым замедлителем  $\bar{D} \gtrsim D^T$ .

Итак, мы заменили точное выражение, определяющее вероятность избежать утечки для замедляющихся нейтронов  $\exp(-B^2 \tau_T)$ , приближенным (7.4.35). Такая замена правомочна для реакторов больших размеров. Она позволила нам объединить все нейтроны в одну группу, приписав им один параметр размножения  $k_{\infty}$  и одну характерную длину  $M$ . Это приближение будем называть *однотрупповым*, а уравнение (7.4.36) — *уравнением реактора в однотрупповом приближении*.

Формула (7.4.38) есть выражение для материального параметра  $\kappa^2$  в однотрупповом приближении. Так как условие критичности  $\kappa^2 = B^2$  остается справедливым независимо от приближения, то нетрудно получить критическое уравнение в однотрупповом приближении:

$$B^2 = (k_{\infty} - 1) / M^2. \quad (7.4.39)$$

Соответственно выражения для  $P$ ,  $k_{\infty}^H$  и  $k_{\text{эф}}$  принимают вид

$$P = 1 / (1 + B^2 M^2); \quad (7.4.40)$$

$$k_{\infty}^H = 1 + B^2 M^2 \quad (7.4.41)$$

и

$$k_{\text{эф}} = k_{\infty} / (1 + B^2 M^2). \quad (7.4.42)$$

#### 7.4.4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ПАРАМЕТР $B^2$ ДЛЯ РЕАКТОРОВ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

Как показано выше, геометрический параметр  $B^2$  есть минимальное собственное число волнового уравнения (7.4.24) для реактора с заданными размерами и формой. Величина  $B^2$  нахо-

дится из решения уравнения (7.4.24) при условии обращения потока нейтронов в нуль на экстраполированных границах реактора. В качестве примера вычислим значение  $B^2$  для цилиндрического однородного реактора. Рассмотрим цилиндрический реактор с экстраполированным радиусом  $R_0$  и высотой  $H_0$ , разместив начало координат в его центре. Волновое уравнение (7.4.24) и граничные условия (7.4.4) при этом приобретут вид

$$\frac{\partial^2 \Phi(r, z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi(r, z)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi(r, z)}{\partial z^2} + B^2 \Phi(r, z) = 0; \quad (7.4.43)$$

$$\Phi(R_0, z) = 0; \quad \Phi(r, \pm H_0/2) = 0. \quad (7.4.44)$$

Будем решать уравнение в частных производных (7.4.43) методом разделения переменных. Пусть

$$\Phi(r, z) = f(r) g(z). \quad (7.4.45)$$

Подставляя решение (7.4.45) в уравнение (7.4.43) и деля результат на  $f(r)g(z)$ , находим:

$$\frac{1}{f(r)} \left[ \frac{d^2 f(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df(r)}{dr} \right] + \frac{1}{g(z)} \frac{d^2 g(z)}{dz^2} + B^2 = 0.$$

Положим

$$\frac{1}{f(r)} \left( \frac{d^2 f(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df(r)}{dr} \right) = -B_r^2 \quad (7.4.46)$$

и

$$\frac{1}{g(z)} \frac{d^2 g(z)}{dz^2} = -B_z^2, \quad (7.4.47)$$

где  $B_r^2$  и  $B_z^2$  связаны между собой соотношением

$$B^2 = B_r^2 + B_z^2. \quad (7.4.48)$$

[Знак минус в (7.4.46) и (7.4.47) выбран, как и ранее, из физических соображений] Для функций  $f(r)$  и  $g(z)$  граничные условия (7.4.44) и условие симметрии примут вид

$$f(R_0) = 0; \quad g(\pm H_0/2) = 0; \quad g(z) = g(-z). \quad (7.4.49)$$

Рассмотрим вначале уравнение (7.4.46), которое удобно записать следующим образом:

$$(rB_r)^2 \frac{d^2 f(r)}{d(rB_r)^2} + (rB_r) \frac{df(r)}{d(rB_r)} + (rB_r)^2 f(r) = 0. \quad (7.4.50)$$

Это уравнение для функций Бесселя нулевого порядка от действительного аргумента  $(rB_r)$ , общее решение которого есть

$$f(r) = A_1 J_0(rB_r) + C_1 N_0(rB_r), \quad (7.4.51)$$

где  $J_0$  и  $N_0$  — функция Бесселя соответственно первого и второго рода. Отметим, что из двух введенных функций Бесселя одна  $N_0$  имеет особенность в нуле. Поэтому единственно возможное решение

$$f(r) = A_1 J_0(rB_r).$$

Для определения параметра  $B_r$  воспользуемся первым граничным условием (7.4.49), из которого следует, что  $J_0(B_r R_0) = 0$ . Первый корень функции Бесселя  $J_0$   $\xi_0 \approx 2,405$ . Откуда

$$B_r R_0 = \xi_0 \quad \text{или} \quad B_r^2 = (\xi_0/R_0)^2. \quad (7.4.52)$$

Следовательно, зависимость потока нейтронов от радиуса в критическом цилиндрическом реакторе описывается формулой

$$f(r) = A_1 J_0(\xi_0 r/R_0), \quad (7.4.53)$$

Общее решение уравнения (7.4.47) есть

$$g(z) = A_2 \cos(B_z z) + C_2 \sin(B_z z).$$

Из условия симметрии (7.4.49) следует, что  $C_2 = 0$  и  $g(z) = A_2 \cos(B_z z)$ . Используя второе граничное условие (7.4.49), найдем, что  $\cos(B_z H_0/2) = 0$ . Откуда

$$B_z^2 = (\pi/H_0)^2 \quad (7.4.54)$$

и составляющая потока нейтронов по оси  $z$

$$g(z) = A_2 \cos(B_z z) = A_2 \cos(\pi z/H_0). \quad (7.4.55)$$

Окончательно имеем следующие выражения для распределения потока нейтронов в критическом реакторе цилиндрической формы:

$$\Phi(r, z) = A J_0(\xi_0 r/R_0) \cos(\pi z/H_0) = \Phi_0 J_0(\xi_0 r/R_0) \cos(\pi z/H_0). \quad (7.4.56)$$

Геометрический параметр

$$B^2 = B_r^2 + B_z^2 = (\xi_0/R_0)^2 + (\pi/H_0)^2; \quad (7.4.57)$$

Для реакторов в виде прямоугольного параллелепипеда и сферы значения  $B^2$  приведены в табл. 7.2.

Отметим, что полученные результаты для  $B^2$  позволяют оценить значения  $k_{\infty}^{eff}$  (7.4.41) для энергетических реакторов с  $R^2 \gg M^2$  и зависимость критического размера от свойств среды. Поскольку геометрический параметр обратно пропорционален квадрату характерного размера реактора  $R_0$ , то произведение  $B^2 M^2$  должно быть значительно меньше единицы. Отсюда следует, что необходимый коэффициент размножения в энергетических реакторах отличается от единицы на несколько процентов (по крайней мере, в среднем по объему).

Зависимость критического размера от свойств среды проще всего проиллюстрировать на примере сферического реактора. Поскольку для сферического реактора  $B^2 = (\pi/R_0)^2$  (см. табл. 7.2), то, подставляя в это выражение вместо геометрического параметра материальный (7.4.38), имеем:

$$R_0 = \frac{\pi}{\kappa} = \frac{\pi M}{\sqrt{k_{\infty} - 1}}. \quad (7.4.58)$$

Таблица 7.2. Некоторые параметры реактора без отражателя

Форма реактора	Геометрический параметр $B^2$	Минимальный объем реактора $V_{\min}$	Распределение потока нейтронов $\Phi(r)$	Коэффициент неравномерности по объему $K_V = \Phi_0/\Phi$
Прямоугольный параллелепипед	$\left(\frac{\pi}{a_3}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b_3}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c_3}\right)^2$	$\frac{161}{B^3}$	$\Phi(x, y, z) = \Phi_0 \cos \frac{\pi x}{a_3} \times \cos \frac{\pi y}{b_3} \cos \frac{\pi z}{c_3}$	3,88
Цилиндр	$\left(\frac{\xi_0}{R_3}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H_3}\right)^2$	$\frac{148}{B^3}$	$\Phi(r, z) = \Phi_0 J_0\left(\frac{\xi_0 r}{R_3}\right) \cos \frac{\pi z}{H_3}$	3,64
Сфера	$\left(\frac{\pi}{R_3}\right)^2$	$\frac{130}{B^3}$	$\Phi(r) = \Phi_0 \frac{\sin(\pi r/R_3)}{\pi r/R_3}$	3,29

Как видно,  $R_3$  зависит от двух характеристик размножающей среды: коэффициента размножения (точнее, его превышения над единицей) и длины миграции. При заданном значении  $k_\infty$  критический радиус определяется только длиной миграции. Из табл. 6.5 следует, что наименьшая длина миграции у легководного замедлителя, наибольшая — у тяжеловодного. Поэтому при прочих равных условиях реактор с  $H_2O$ -замедлителем имеет меньший размер, чем реактор с  $D_2O$ -замедлителем.

В заключение найдем наименьший объем реакторов различной формы при заданном значении геометрического параметра  $B^2$ . Легко понять, что для реактора в форме параллелепипеда из условий симметрии следует, что минимум объема реализуется в случае куба, сторона которого  $a_3 = \sqrt{3}(\pi/B)$ . Объем такого реактора

$$V_k = a_3^3 = [\sqrt{3}(\pi/B)]^3 = 161/B^3.$$

Цилиндрический реактор имеет минимальный объем при  $H/D = 0,924$ :

$$V_{\text{ц}} = \pi R_3^2 H_3 = 148/B^3.$$

Выражая найденные объемы через объем сферического реактора  $V_{\text{сф}} = (4/3)\pi R_3^3 = 130/B^3$ , получаем:

$$V_{\text{сф}} : V_{\text{ц}} : V_k = 1 : 1,14 : 1,24. \quad (7.4.59)$$

Таким образом, при заданном значении геометрического параметра  $B^2$  минимальный критический объем (а следовательно, и

минимальную критическую массу) имеет реактор сферической формы. Это объясняется тем, что нейтроны рождаются во всем объеме реактора, в то время как утечка их происходит только с его поверхности. Поэтому при заданном составе минимальную критическую массу будет иметь реактор с наименьшим возможным отношением поверхности к объему, т. е. сферический.

В табл. 7.2 приведены также формулы, описывающие распределения потока нейтронов  $\Phi(r)$  и отношение максимального потока в центре  $\Phi_0$  к среднему по реактору  $\bar{\Phi}$  (коэффициент неравномерности по объему  $K_V = \Phi_0/\bar{\Phi}$ ). Наименьший коэффициент неравномерности имеет сферический реактор.

### § 7.5. Квазикритическое уравнение реактора

В процессе работы реактора эффективный коэффициент размножения изменяется. Одной из основных причин изменения (как правило, уменьшения)  $k_{\text{эф}}$  является выгорание делящегося нуклида. Ясно, что для решения ряда задач, например расчета времени работы реактора, надо знать значения  $k_{\text{эф}}$  во все моменты времени. В связи с этим бывает удобно рассмотреть так называемое квазикритическое уравнение реактора. Выясним, какой вид оно имеет. Для этого вернемся к уравнению реактора в одностационарном приближении (7.4.36) и запишем его для нестационарной задачи:

$$\bar{D}\Delta\Phi(r, t) + (k_\infty - 1) \Sigma_a^r \Phi(r, t) = \frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(r, t)}{\partial t}. \quad (7.5.1)$$

Попытаемся записать это уравнение в стационарной форме для реактора с  $k_{\text{эф}} \neq 1$ . Представим поток нейтронов  $\Phi(r, t)$  в виде (7.4.14) и подставим это решение в уравнение (7.5.1). После сокращения на  $\exp(\omega t)$  получим:

$$\bar{D}\Delta\Phi(r) + \left[(k_\infty - 1) \Sigma_a^r - \frac{\omega}{v}\right] \Phi(r) = 0. \quad (7.5.2)$$

Запишем последнее уравнение следующим образом:

$$\bar{D}\Delta\Phi(r) + \left(\frac{k_\infty}{k} - 1\right) \Sigma_a^r \Phi(r) = 0, \quad (7.5.3)$$

где

$$\left(\frac{k_\infty}{k} - 1\right) \Sigma_a^r = \left[(k_\infty - 1) \Sigma_a^r - \frac{\omega}{v}\right];$$

$k$  — формально введенный параметр. Отметим, что при  $\omega = 0$  (стационарный реактор)  $k = 1$ .

Выясним физический смысл введенного параметра  $k$ . Для этого уравнение (7.5.3) с учетом (7.1.3) представим так:

$$\bar{D}\Delta\Phi(r) - \Sigma_a^r \Phi(r) + \frac{v_f \Sigma_f}{k} \Phi(r) = 0.$$

Подставляя вместо  $\Delta\Phi(\mathbf{r})$  его значение из (7.4.24), получаем:

$$\frac{v_f \Sigma_f}{k} \Phi(\mathbf{r}) = \Sigma_a^T \Phi(\mathbf{r}) + \bar{D} B^2 \Phi(\mathbf{r}).$$

Откуда

$$k = \frac{v_f \Sigma_f \Phi(\mathbf{r})}{\Sigma_a^T \Phi(\mathbf{r}) + \bar{D} B^2 \Phi(\mathbf{r})}. \quad (7.5.4)$$

Легко видеть, что в числителе этого выражения стоит скорость генерации нейтронов ( $R_{ген}$ ), а в знаменателе — сумма скоростей поглощения и утечки ( $R_{погл} + R_{ут}$ ). Таким образом, согласно (7.3.1) введенный параметр  $k$  есть по определению эффективный коэффициент размножения  $k_{эф}$ , т. е.  $k \equiv k_{эф}$ .

Перепишем уравнение (7.5.4) следующим образом.

$$1 = \frac{(v_f/k_{эф}) \Sigma_f}{\Sigma_a^T + \bar{D} B^2} = \frac{v_{кр} \Sigma_f}{\Sigma_a^T + \bar{D} B^2}, \quad (7.5.5)$$

где

$$v_{кр} = \frac{v_f}{k_{эф}} \quad \text{или} \quad k_{эф} = \frac{v_f}{v_{кр}}; \quad (7.5.6)$$

$v_f$  — среднее число нейтронов на акт деления;  $v_{кр}$  — некоторое фиктивное число вторичных быстрых нейтронов на акт деления, которым следует мысленно заменить реальное  $v_f$ , чтобы рассматриваемая система с присущими ей составом и геометрией была точно критической. Следовательно, для нашей задачи нестационарное уравнение диффузии с  $k_{эф} \neq 1$  можно заменить стационарным.

$$\bar{D} \Delta \Phi(\mathbf{r}) - \Sigma_a^T \Phi(\mathbf{r}) + \frac{v_f \Sigma_f}{k_{эф}} \Phi(\mathbf{r}) = 0 \quad (7.5.7)$$

или

$$\bar{D} \Delta \Phi(\mathbf{r}) - \Sigma_a^T \Phi(\mathbf{r}) + \frac{k_{\infty} \Sigma_a^T \Phi(\mathbf{r})}{k_{эф}} = 0. \quad (7.5.8)$$

Будем его называть *квазикритическим уравнением реактора*. Иногда удобно использовать другую форму записи квазикритического уравнения

$$\bar{D} \Delta \Phi(\mathbf{r}) - \Sigma_a^T \Phi(\mathbf{r}) + k_{\infty} \Sigma_a^T \Phi(\mathbf{r}) (1 - \rho) = 0. \quad (7.5.9)$$

Такая форма эквивалентна предыдущей при условии, что

$$\frac{1}{k_{эф}} = 1 - \rho. \quad (7.5.10)$$

Параметр  $\rho$  называется *реактивностью*. Реактивность можно использовать для определения состояния реактора с таким же успехом, как и эффективный коэффициент размножения, а для анализа нестационарного состояния часто даже удобнее пользоваться именно понятием реактивности. Это объясняется в ос-

новном тем, что в критическом состоянии значение  $\rho = 0$ , а  $k_{эф} = 1$  и, следовательно, при отклонении от критического состояния относительное изменение  $\rho$  значительно больше, чем изменение  $k_{эф}$ . Действительно, из (7.5.10) следует

$$\rho = (k_{эф} - 1)/k_{эф}, \quad (7.5.11)$$

откуда видно, что абсолютные изменения  $\rho$  и  $k_{эф}$  примерно одинаковы, а относительные — существенно различны. Понятно, что надкритическому состоянию реактора соответствует  $\rho > 0$  и подкритическому —  $\rho < 0$ .

## § 7.6. Гомогенный реактор с отражателем в однокрупном приближении

### 7.6.1 ВЛИЯНИЕ ОТРАЖАТЕЛЯ

Добавление к внешней поверхности активной зоны даже тонкого слоя отражающего нейтроны материала приводит к тому, что хотя бы незначительная часть нейтронов, падающих на этот слой из активной зоны, возвращается обратно. Естественно, что увеличение толщины слоя приводит к дальнейшему уменьшению утечки через внешнюю поверхность реактора. Находящийся в критическом состоянии реактор в результате добавления к активной зоне отражателя становится надкритическим. Чтобы, сохраняя  $k_{\infty}$ , перевести реактор в критическое состояние, необходимо уменьшить размеры его активной зоны. Таким образом, критические размеры активной зоны реактора с отражателем всегда меньше, чем соответствующие размеры реактора без отражателя.

Распределение нейтронов вблизи границы раздела формируется перетечками из одной среды в другую. Поскольку отражателями нейтронов, как правило, служат материалы с малым сечением поглощения нейтронов и их диффузионные (а иногда и замедляющие) свойства резко отличаются от свойств активной зоны, то вблизи неоднородности нарушается пропорциональность между потоками быстрых и тепловых нейтронов и переменные  $\mathbf{r}$  и  $E$  в  $\Phi(\mathbf{r}, E)$  не разделяются.

По мере удаления от границы в глубину активной зоны влияние потока из отражателя уменьшается и распределение нейтронов по пространству и энергии приближается к форме, зависящей только от параметров самой активной зоны. Такое распределение называют *асимптотическим*. В энергетических реакторах области, где справедливы такие распределения, относительно велики. В связи с этим рассмотренная выше теория реактора без отражателя служит некоторой основой и для теории реактора с отражателем.

Пространственно-энергетическое распределение нейтронов в реакторе с отражателем определяется приближенно. энергии

нейтронов разбиваются на несколько групп и исходное уравнение для потока  $\Phi(r, E)$  заменяется системой уравнений, в которой поток зависит только от одной переменной — координаты (см. § 6.9).

Решим задачу о реакторе с отражателем вначале в одногрупповом диффузионном приближении, а затем в двухгрупповом. Для простоты рассмотрим гомогенный реактор, состоящий из однородной активной зоны (индекс  $\ll 1 \gg$ ) и отражателя (индекс  $\ll 2 \gg$ ). Такой реактор будем называть однозонным.

#### 7.6.2. УРАВНЕНИЯ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

В одногрупповом приближении предполагается, что спектр нейтронов во всем реакторе одинаков. Как уже указывалось, это предположение перестает быть справедливым вблизи границы активной зоны и тем более неверно в отражателе. Поэтому влияние отражателя на критический размер можно установить лишь приближенно. Тем не менее одногрупповое приближение может быть использовано для иллюстрации многих свойств реакторов с отражателем и оценки масштаба эффектов, а в случае больших реакторов, когда влияние отражателя мало, даже для получения количественных результатов.

В целях определения критического размера запишем уравнения диффузии для активной зоны и отражателя и дополним их соответствующими граничными условиями. Внутри активной зоны уравнение миграции и размножения нейтронов имеет уже знакомый нам вид (7.4.7)

$$\Delta \Phi_1 + \kappa_1^2 \Phi_1 = 0,$$

где  $\kappa_1^2 = (k_\infty - 1)/M_1^2$  — материальный параметр. Отражатель не содержит делящегося материала и чисто формально можно записать:

$$\Delta \Phi_2 - \kappa_2^2 \Phi_2 = 0, \quad (7.6.1)$$

где

$$\kappa_2^2 = 1/M_2^2. \quad (7.6.2)$$

Более детальное рассмотрение подтверждает справедливость такой записи. Следует также иметь в виду, что одногрупповой коэффициент диффузии нейтронов в отражателе дается формулой, аналогичной формуле для  $\bar{D}$  в средах с  $k_\infty \approx 1$  (7.4.37):

$$\bar{D}_2 = D_2^T (1 + \tau_2/L_2^2)$$

(индексы  $\ll \tau \gg$  у  $L^2$  и  $\tau$  здесь и далее ради простоты опущены).

Для таких отражателей, как  $D_2O$ ; C; Be отношение  $\tau/L^2 \ll 1$  (см. табл. 7.1), поэтому  $M^2 \approx L^2$  и их взаимная замена не ухудшает точности одногруппового приближения. Однако в случае воды замена  $L^2$  на  $M^2$  существенно изменяет значение  $\bar{D}$ .

Граничные условия на поверхности раздела  $F$  активной зоны и отражателя имеют вид

$$\Phi_1|_F = \Phi_2|_F; \quad D_1 \nabla \Phi_1|_F = D_2 \nabla \Phi_2|_F \quad (7.6.3)$$

(знак усреднения у коэффициентов диффузии опущен). На внешней экстраполированной границе отражателя  $R_2$  поток нейтронов обращается в нуль:

$$\Phi_2(R_2) = 0. \quad (7.6.4)$$

Теперь получим условия критичности реакторов различной формы.

#### 7.6.3. ПЛОСКИЙ РЕАКТОР

Рассмотрим бесконечный плоский реактор, состоящий из активной зоны толщиной  $H$  и боковых отражателей толщиной  $T$ . Начало координат поместим в плоскости симметрии. Решение уравнения (7.4.7) для рассматриваемого случая содержит только член, симметричный относительно точки  $x=0$ :

$$\Phi_1(x) = A \cos(\kappa_1 x).$$

Общее решение уравнения для отражателя (7.6.1) содержит гиперболические синус и косинус [или, что то же, экспоненты вида  $\exp(\pm \kappa_2 x)$ ]:

$$\Phi_2(x) = A' \operatorname{ch}(\kappa_2 x) + C' \operatorname{sh}(\kappa_2 x).$$

Использование граничного условия (7.6.4) позволяет установить связь между коэффициентами  $A'$  и  $C'$ :

$$A' = -C' \frac{\operatorname{sh} \kappa_2 (H/2 + T)}{\operatorname{ch} \kappa_2 (H/2 + T)}.$$

При этом

$$\Phi_2(x) = C \operatorname{sh} \kappa_2 \left( \frac{H}{2} + T - x \right), \quad (7.6.5)$$

где

$$C = -\frac{C'}{\operatorname{ch} \kappa_2 (H/2 + T)}.$$

Запишем граничные условия (7.6.3) при  $x=H/2$ :

$$A \cos\left(\kappa_1 \frac{H}{2}\right) = C \operatorname{sh}(\kappa_2 T);$$

$$AD_1 \kappa_1 \sin\left(\kappa_1 \frac{H}{2}\right) = CD_2 \kappa_2 \operatorname{ch}(\kappa_2 T).$$

Разделив одно выражение на другое, получим условие критичности реактора:

$$D_1 \kappa_1 \operatorname{tg}\left(\kappa_1 \frac{H}{2}\right) = D_2 \kappa_2 \operatorname{cth}(\kappa_2 T), \quad (7.6.6)$$



устанавливающее связь между геометрическими размерами ( $H$  и  $T$ ) и параметрами сред  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ ,  $D_1$  и  $D_2$ . Из этого уравнения можно определить любую величину при заданных остальных. В реакторе без отражателя  $T=0$  и условие критичности сводится к утверждению

$$\operatorname{tg}(\kappa_1 H/2) \rightarrow \infty \quad \text{или} \quad H_0 = \frac{\pi}{\kappa_1}. \quad (7.6.7)$$

Как уже упоминалось, наличие отражателя приводит к уменьшению критических размеров активной зоны. Это следует из условия критичности (7.6.6): критическая полутолщина активной зоны  $H/2$  меньше  $H_0/2$  ( $\kappa_1(H/2) < \pi/2$ ). Введем понятие *эффективной добавки*  $\delta$ , определяемой соотношением

$$\delta = H_0/2 - H/2. \quad (7.6.8)$$

Подставив в уравнение (7.6.6) значение

$$\frac{H}{2} = \frac{H_0}{2} - \delta = \pi/(2\kappa_1) - \delta,$$

получим

$$D_1 \kappa_1 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \kappa_1 \delta\right) = D_2 \kappa_2 \operatorname{cth}(\kappa_2 T)$$

или

$$\operatorname{tg} \kappa_1 \delta = \frac{D_1 \kappa_1}{D_2 \kappa_2} \operatorname{th}(\kappa_2 T).$$

Откуда

$$\delta = \frac{1}{\kappa_1} \operatorname{arctg}\left[\frac{D_1 \kappa_1}{D_2 \kappa_2} \operatorname{th}(\kappa_2 T)\right]. \quad (7.6.9)$$

Для «больших» реакторов эффективная добавка значительно меньше характерного размера активной зоны; в этом случае  $\kappa_1 \delta \ll 1$  и  $\operatorname{tg} \kappa_1 \delta$  можно заменить его аргументом, т. е.

$$\delta \approx (D_1/D_2) M_2 \operatorname{th}(T/M_2). \quad (7.6.10)$$

Проанализируем теперь зависимость  $\delta$  от параметров активной зоны и отражателя. Эффективная добавка пропорциональна гиперболическому тангенсу от толщины отражателя, измеренной в длинах миграции: при малых  $T/M_2$  величина  $\delta$  растет линейно, а при  $T/M_2 > 2 \div 3$  рост  $\delta$  практически прекращается (рис. 7.3).

Для тонких отражателей, когда  $T \ll M_2$  и  $\operatorname{th}(T/M_2) \approx T/M_2$ , эффективная добавка

$$\delta \approx (D_1/D_2) T \quad (7.6.11)$$

пропорциональна толщине отражателя. В другом предельном случае [ $T/M_2 \gg 1$ ,  $\operatorname{th}(T/M_2) \sim 1$ ]

$$\delta_\infty \approx (D_1/D_2) M_2 \quad (7.6.12)$$

или в частном случае при  $D_1 = D_2$

$$\delta_\infty \approx M_2. \quad (7.6.13)$$

Таким образом, можно сделать следующий вывод: в случае тонких отражателей  $\delta$  в основном определяется их геометрическими размерами, а в случае толстых — физическими свойствами.

Так как  $D_2$  определяется формулой (7.4.37), то соотношение (7.6.12) можно представить следующим образом:

$$\delta_\infty = \frac{D_1}{D_2^*} \frac{L_2^2}{\sqrt{L_2^2 + \tau_2}}. \quad (7.6.14)$$

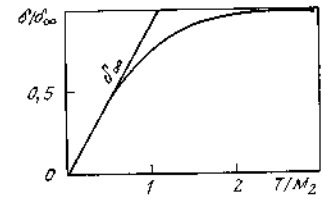


Рис. 7.3 Зависимость отношения  $\delta/\delta_\infty$  для большого плоского реактора в одноклассовом приближении от  $T/M_2$

Такая форма записи позволяет дать рекомендации по выбору материала отражателя. Поскольку коэффициенты диффузии  $D_1$  и  $D_2^*$  примерно одинаковы для большинства материалов, то значение  $\delta$  определяется в первую очередь значениями  $L_2^2$  и  $\tau_2$ . Эффективная добавка возрастает с уменьшением  $\tau_2$  и ростом  $L_2^2$ , т. е. материал должен быть «хорошим» замедлителем (см. § 5.10). Отметим также, что из формулы (7.6.10) и из рис. 7.3 можно оценить разумную толщину отражателя:  $(2 \div 3) M_2$ . Однако на практике решающими часто оказываются экономические соображения и размер отражателя выбирается меньшим. Так, в реакторах с графитовым и тяжеловодным отражателем толщина отражателя составляет, как правило, 60—80 см.

Величина  $\delta$ , как это следует из изложенного, слабо зависит от размеров и состава активной зоны. Поэтому для заданной комбинации материалов активной зоны и отражателя значения  $\delta$  практически всегда известны с достаточной точностью. Это существенно облегчает решение задачи о критических размерах.

Используя понятие  $\delta$ , реальный критический реактор с отражателем можно заменить критическим реактором без отражателя. Это позволяет записать критическое уравнение для плоского реактора с отражателем в виде

$$\kappa_1^2 = [\pi/(H + 2\delta)]^2. \quad (7.6.15)$$

Такая запись значительно облегчает решение различных задач и будет нами использована в дальнейшем неоднократно.

#### 7.6.4. СФЕРИЧЕСКИЙ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ РЕАКТОРЫ

Для сферического реактора, состоящего из активной зоны радиусом  $R$ , окруженного отражателем толщиной  $T$ , условие критичности с использованием эффективной добавки  $\delta = R_0 - R$  имеет вид

$$\kappa_1 R \operatorname{ctg} \kappa_1 \delta = \left(\frac{D_2}{D_1}\right) (1 + \kappa_2 R \operatorname{cth} \kappa_2 T) - 1. \quad (7.6.16)$$

При  $T \rightarrow 0$  или  $\kappa_2 \rightarrow 0$ , т. е. когда отражатель представляет собой черное тело, правая часть последнего выражения обращается в бесконечность, а эффективная добавка, как и следовало ожидать, в нуль (реактор без отражателя). Увеличение толщины отражателя (или уменьшение  $\kappa_2$ ) приводит к увеличению  $\delta$ .

Уравнение (7.6.16) можно разрешить относительно  $\delta$ , если учесть, что для больших реакторов

$$\delta/R \ll 1. \quad (7.6.17)$$

В этом случае  $\operatorname{ctg} \kappa_1 \delta$  можно заменить величиной  $(\kappa_1 \delta)^{-1}$ . Подставляя этот результат в уравнение (7.6.16) и  $R$  заменяя  $R_0 - \delta$ , получаем квадратное уравнение для эффективной добавки, решением которого является выражение

$$\delta = \frac{1}{2} \left[ \left( R_0 + \frac{D_2}{D_1} \delta_0 \right) - \sqrt{\left( R_0 + \frac{D_2}{D_1} \delta_0 \right)^2 - 4R_0 \delta_0} \right], \quad (7.6.18)$$

где

$$\delta_0 = (D_1/D_2) M_2 \operatorname{th}(T/M_2).$$

Знак минус перед корнем выбран из тех соображений, что для реакторов больших размеров  $\delta$  не должно зависеть от кривизны поверхности. Действительно, раскладывая подкоренное выражение (7.6.18) в ряд и ограничиваясь двумя первыми членами, находим:

$$\delta \approx \frac{\delta_0}{1 + (D_2/D_1) (\delta_0/R_0)}. \quad (7.6.19)$$

Для больших реакторов  $(D_2/D_1) (\delta_0/R_0) \ll 1$ , поэтому

$$\delta \approx \delta_0. \quad (7.6.20)$$

Последнее выражение совпало с (7.6.10), выведенным для плоского реактора.

Рассмотрим цилиндрический реактор, представляющий собой активную зону радиусом  $R_1$  и экстраполированной высотой  $H_0$ , окруженный боковым отражателем толщиной  $T$ . Начало координат поместим в центре симметрии реактора. Так же как и в случае цилиндрического реактора без отражателя, предположим, что переменные  $r$  и  $z$  разделяются. Будем искать решения в виде

$$\Phi_1(r, z) = f_1(r) \cos\left(\frac{\pi z}{H_0}\right); \quad \Phi_2(r, z) = f_2(r) \cos\left(\frac{\pi z}{H_0}\right).$$

При этом граничные условия на торцевых поверхностях цилиндра

$$\Phi_1(\pm H_0/2) = 0; \quad \Phi_2(\pm H_0/2) = 0$$

и условия симметрии автоматически удовлетворяются. Уравнения для радиальных составляющих потока имеют вид

$$\Delta f_1(r) + \kappa_{r1}^2 f_1(r) = 0; \quad (7.6.21)$$

$$\Delta f_2(r) - v^2 f_2(r) = 0, \quad (7.6.22)$$

где

$$\kappa_{r1}^2 = \kappa_1^2 - B_z^2 = \frac{k_\infty - 1}{M_1^2} - \left(\frac{\pi}{H_0}\right)^2; \quad (7.6.23)$$

$$v^2 = \kappa_2^2 - B_z^2 = \frac{1}{M_2^2} + \left(\frac{\pi}{H_0}\right)^2. \quad (7.6.24)$$

Решение для функции  $f_1(r)$  есть (7.4.53):

$$f_1(r) = A J_0(\kappa_{r1} r). \quad (7.6.25)$$

Уравнение (7.6.22) в цилиндрических координатах приводится к виду [ср с (7.4.50)]

$$(rv)^2 + \frac{d^2 f_2(r)}{d(rv)^2} + rv \frac{df_2(r)}{d(rv)} - (rv)^2 f_2(r) = 0. \quad (7.6.26)$$

Это уравнение для функций Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента, общее решение которого

$$f_2(r) = C_1 I_0(vr) + C_2 K_0(vr), \quad (7.6.27)$$

где  $I_0$  и  $K_0$  — функции Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента соответственно первого и второго рода.

Используя (7.6.3) и (7.6.4), получаем следующее условие критичности цилиндрического реактора с отражателем:

$$\frac{\kappa_{r1} J_1(\kappa_{r1} R_1)}{J_0(\kappa_{r1} R_1)} = \frac{D_2}{D_1} v \left[ \frac{I_1(vR_1) K_0(vR_2) + K_1(vR_1) I_0(vR_2)}{K_0(vR_1) I_0(vR_2) - K_0(vR_2) I_0(vR_1)} \right], \quad (7.6.28)$$

где  $R_2 = R_1 + T$ . Для анализа удобно полученное уравнение преобразовать, считая, что размер реактора велик по сравнению с эффективной добавкой ( $\delta \ll R_1$ ;  $vR_1 \gg 1$ ) и характерной длиной в отражателе. Раскладывая левую часть в ряд Тейлора, а для правой используя асимптотическое разложение функций Бесселя, находим

$$\frac{1}{\delta} \left( 1 + \frac{\delta}{2R_1} \right) \approx \frac{D_2}{D_1} v \left( 1 + \frac{1}{2vR_1} \right) \times \left[ \frac{\exp(vT) + \exp(-vT) (1 - 1/(vR_1))}{\exp(vT) - \exp(-vT) \left( 1 + \frac{vT}{4(vR_1)^2} \right)} \right].$$

Преобразуя последнее выражение и предполагая, что отражатель тонкий ( $2vT \ll 1$ ), получаем:

$$\frac{1}{\delta} \left( 1 + \frac{\delta}{2R_1} \right) \approx \frac{D_2}{D_1} v \left( 1 + \frac{T}{2R_1} \right) \text{cth}(vT).$$

Откуда

$$\delta = \frac{D_1}{D_2 v} \left( 1 - \frac{T}{2R_1} \frac{D_2 - D_1}{D_2} \right) \text{th}(vT). \quad (7.6.29)$$

Отличие последнего выражения от полученного ранее для плоского реактора (7.6.10) состоит в том, что (7.6.29) содержит множитель  $\left[ 1 - \frac{T}{2R_1} \left( \frac{D_2 - D_1}{D_2} \right) \right]$ , который учитывает кривизну границы активной зоны. Поскольку коэффициенты диффузии в активной зоне и отражателе одного порядка, а  $T \ll R_1$ , то влияние кривизны на значения  $\delta$  для большого реактора незначительно. Таким образом, значения  $\delta$  для реакторов различной формы (плоской, сферической и цилиндрической) примерно одинаковы.

Если отражатель расположен только на основаниях цилиндра, то задача решается аналогично рассмотренной выше. В том случае, когда активная зона окружена отражателем со всех сторон, переменные  $r$  и  $z$  не разделяются и аналитическое решение не может быть получено. Такой случай будет рассмотрен ниже при анализе двухгруппового приближения.

Наличие отражателя уменьшает не только размеры активной зоны, но также и неравномерность распределения энерговыделения. Последнее объясняется тем, что введение отражателя приводит к увеличению среднего значения потока нейтронов в активной зоне при том же максимальном потоке в центре. Кроме того, вблизи отражателя имеет место «всплеск» потока тепловых нейтронов (§ 7.7.5), приводящий к дополнительному уменьшению неравномерности распределения энерговыделения. Вследствие этого уменьшается и коэффициент неравномерности (см. § 7.4). Например, использование бокового отражателя в цилиндрическом реакторе приводит к уменьшению коэффициента неравномерности по радиусу  $K_r = \Phi_0 / \overline{\Phi(r)}$  от 2,32 до величин

$$K_r = \frac{\xi_0 R_1}{2(R_1 + \delta) J_1 \left( \frac{\xi_0 R_1}{R_1 + \delta} \right)}. \quad (7.6.30)$$

Последняя тем меньше, чем больше эффективная добавка  $\delta$  по сравнению с радиусом активной зоны  $R_1$ .

## § 7.7. Гомогенный реактор с отражателем в двухгрупповом приближении

### 7.7.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Некоторые эффекты влияния отражателя на характеристики реактора были проиллюстрированы на примере одногруппового приближения. Однако полученные результаты недостаточно точны, поскольку характерные изменения спектра нейтронов, которые имеют место вблизи поверхности раздела активной зоны и отражателя, не учитывались. Этот недостаток одногруппового приближения можно исправить, решая задачу, по крайней мере, в малогрупповом приближении. Одним из широко применяемых методов определения критических размеров реакторов на тепловых нейтронах является двухгрупповое приближение. Эта модель проста по физическому содержанию и позволяет во многих случаях добиться необходимой точности расчетов.

Двухгрупповая модель предполагает, что поведение быстрых нейтронов ( $E > E_{гр}$ ) в реакторе с отражателем может быть описано с помощью одного диффузионного уравнения при подобранных должным образом групповых константах. Физически такое объединение всех замедляющихся нейтронов в одну группу означает, что

$$\frac{j(r, 0) - j(r, \tau_T)}{j(r, \tau_T)} \ll 1. \quad (7.7.1)$$

Это условие выполняется, когда малы утечка замедляющихся нейтронов, т. е.  $B^2 \tau \ll 1$  (реактор больших размеров), и поглощение в процессе замедления. Эти условия обычно достаточно хорошо выполняются в энергетических реакторах на тепловых нейтронах.

Тепловые нейтроны ( $E < E_{гр}$ ) объединяются во вторую энергетическую группу.

Таким образом, в случае применения указанной модели к многозонному реактору записываются два диффузионных уравнения для каждой зоны: одно для описания быстрых нейтронов (индекс «б») и второе — для описания тепловых нейтронов (индекс «т») совместно с граничными условиями. В случае реактора с отражателем групповые диффузионные уравнения для быстрых и тепловых нейтронов запишем в форме (6.9.29) и (6.9.30):

а) для активной зоны

$$D_{b1} \Delta \Phi_{b1} - \Sigma_{(a+R)} \Phi_{b1} + S = 0; \quad (7.7.2)$$

$$D_{t1} \Delta \Phi_{t1} - \Sigma_{at1} \Phi_{t1} + \Sigma_{Rb1} \Phi_{b1} = 0, \quad (7.7.3)$$

где в общем случае [см. (6.9.3)]

$$S = v_{f6} \Sigma_{f61} \Phi_{b1} + v_{ft} \Sigma_{ft1} \Phi_{t1}; \quad (7.7.4)$$

б) для отражателя

$$D_{62}\Delta\Phi_{62} - \sum_{(a+R)} \Phi_{62} = 0; \quad (7.7.5)$$

$$D_{T2}\Delta\Phi_{T2} - \sum_{aT2}\Phi_{T2} + \sum_{R62}\Phi_{62} = 0 \quad (7.7.6)$$

(в отражателе нет делящихся ядер и поэтому  $S=0$ ). Здесь  $\Sigma_{a+R} = \Sigma_a + \Sigma_R$ .

На границе активной зоны и отражателя ( $r=R$ ) для быстрых и тепловых нейтронов имеем следующие условия:

$$\Phi_{6(T)1}|_{r=R} = \Phi_{6(T)2}|_{r=R}; \quad (7.7.7)$$

$$D_{6(T)1}\nabla\Phi_{6(T)1}|_{r=R} = D_{6(T)2}\nabla\Phi_{6(T)2}|_{r=R}. \quad (7.7.8)$$

Потоки  $\Phi_{62}$  и  $\Phi_{T2}$  обращаются в нуль на экстраполированной границе отражателя  $R_0$

$$\Phi_{6(T)2}|_{r=R_0} = 0 \quad (7.7.9)$$

и ограничены в центре реактора

$$\Phi_{6(T)1} < \infty. \quad (7.7.10)$$

#### 7.7.2. АКТИВНАЯ ЗОНА

Вначале рассмотрим диффузионные уравнения для быстрых (7.7.2) и тепловых (7.7.3) нейтронов в активной зоне. Предположим для простоты, что источник быстрых нейтронов обусловлен делением только в тепловой области энергий, т. е.  $\Sigma_{f61} = 0$  и

$$S = \nu_{fT} \Sigma_{T1} \Phi_{T1}. \quad (7.7.11)$$

Выражение (7.7.11) удобно представить в несколько ином виде ( $S = \Sigma_{aT1} \Phi_{T1} k_{\infty}/\varphi$ ), если использовать определения коэффициента размножения (7.1.3) и вероятности избежать резонансного поглощения (7.2.4). [Этот вид полностью совпал с выражением для  $j(r, 0)$  (7.4.3).]

Как и ранее, будем предполагать, что поглощение всех быстрых нейтронов происходит на границе двух энергетических групп при  $E=E_{TP}$ , где поток нейтронов скачком уменьшается в  $\varphi$  раз. В этом случае объемная скорость генерации тепловых нейтронов равна  $\varphi \Sigma_{R61} \Phi_{61}$ . Тогда групповые уравнения (7.7.2) и (7.7.3) можно записать в форме

$$D_{61}\Delta\Phi_{61} - \Sigma_{R61}\Phi_{61} + \frac{k_{\infty}}{\varphi} \Sigma_{aT1}\Phi_{T1} = 0; \quad (7.7.12)$$

$$D_{T1}\Delta\Phi_{T1} - \Sigma_{aT1}\Phi_{T1} + \varphi \Sigma_{R61}\Phi_{61} = 0. \quad (7.7.13)$$

Как и при рассмотрении одногруппового приближения, возникает вопрос о смысле и способе вычисления групповых констант, входящих в двухгрупповые диффузионные уравнения

Вычисление групповых констант рассматривалось в § 6.9.1. Предполагая, что переменные  $r$  и  $E$  разделяются и поток нейтронов можно представить в виде (6.9.25), среднее по группе быстрых нейтронов сечение  $i$ -го процесса взаимодействия нейтронов со средой определяется отношением

$$\Sigma_{i61} = \frac{\int_{E_{TP}}^{\infty} \Sigma_{i61}(E) \Phi_{61}(E) dE}{\int_{E_{TP}}^{\infty} \Phi_{61}(E) dE}, \quad (7.7.14)$$

а коэффициент диффузии — формулой (6.9.27). Если поглощение в процессе замедления мало, то спектр нейтронов близок к спектру Ферми ( $\Phi_6(E)dE \sim dE/E$ ) и для сечения увода, например, получаем формулу (6.9.21):

$$\Sigma_{R61} = \frac{\bar{\xi} \Sigma_s}{\ln(E_f/E_{TP})}. \quad (7.7.15)$$

Заметим, что сечение увода можно также рассчитать по формуле (6.9.22), если знать возраст нейтронов, который определяется экспериментально, и коэффициент диффузии  $D_6$ , найденный через транспортное сечение.

Вычисление параметров тепловой группы частично рассматривалось в гл. 4 (§ 4.11). Более подробно способы усреднения сечений взаимодействия тепловых нейтронов будут обсуждаться в § 8.6.

Перейдем непосредственно к решению уравнений (7.7.12) и (7.7.13). Эти уравнения имеют следующую характерную особенность. В первом из них, записанном для быстрых нейтронов, тепловые нейтроны учитываются как нейтроны источника; в уравнении для тепловых нейтронов учитываются быстрые нейтроны как нейтроны источника. В этом смысле уравнения симметричны относительно потоков. Эти соображения дают основание считать, что потоки быстрых и тепловых нейтронов описываются волновым уравнением с одним и тем же собственным числом  $\alpha^2$ :

$$\Delta\Phi_{61} + \alpha^2\Phi_{61} = 0; \quad (7.7.16)$$

$$\Delta\Phi_{T1} + \alpha^2\Phi_{T1} = 0. \quad (7.7.17)$$

Подставляя в исходные уравнения (7.7.12) и (7.7.13)  $\Delta\Phi_{61} = -\alpha^2\Phi_{61}$  и  $\Delta\Phi_{T1} = -\alpha^2\Phi_{T1}$ , имеем:

$$(D_{61}\alpha^2 + \Sigma_{R61})\Phi_{61} = \frac{k_{\infty}}{\varphi} \Sigma_{aT1}\Phi_{T1};$$

$$(D_{T1}\alpha^2 + \Sigma_{aT1})\Phi_{T1} = \varphi \Sigma_{R61}\Phi_{61}.$$

Исключая из этих уравнений потоки, окончательно находим.

$$(1 + \tau_1 \alpha^2) (1 + L_1^2 \alpha^2) = k_\infty. \quad (7.7.18)$$

Отметим, что соотношение (7.7.18) можно получить из системы уравнений (7.7.2) и (7.7.3), если под возрастом нейтронов понимать величину

$$\tau = D_{01} / \Sigma_{(a+R)} \text{ гл.} \quad (7.7.19)$$

Это определение  $\tau$  отличается от введенного ранее (6.9.22) тем, что в знаменатель кроме сечения увода  $\Sigma_R$  входит обычно небольшое сечение поглощения  $\Sigma_a$ .

Уравнение (7.7.18) имеет два корня:  $\alpha_1^2$  и  $\alpha_2^2$ , где

$$\alpha_1^2 = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{L_1^2} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{L_1^2} \right)^2 + \frac{k_\infty - 1}{\tau_1 L_1^2}}; \quad (7.7.20)$$

$$-\alpha_2^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{L_1^2} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{L_1^2} \right)^2 + \frac{k_\infty - 1}{\tau_1 L_1^2}}; \quad (7.7.21)$$

Нетрудно видеть, что

$$-\alpha_2^2 = \left( \alpha_1^2 + \frac{1}{L_1^2} + \frac{1}{\tau_1} \right). \quad (7.7.22)$$

Значение и знак  $\alpha_1^2$  определяются значением коэффициента разномножения  $k_\infty$ : при  $k_\infty = 1$   $\alpha_1^2 = 0$ ; при  $k_\infty > 1$   $\alpha_1^2 > 0$ ; при  $k_\infty < 1$   $\alpha_1^2 < 0$ .

При  $k_\infty - 1 \ll 1$  вычисление параметра  $\alpha_1^2$  по формуле (7.7.20) может привести к заметным неточностям в связи с тем, что определяется разность двух близких по значению чисел. Поэтому можно рекомендовать другую формулу, полученную разложением подкоренного выражения (7.7.20) в ряд вблизи однокорневого значения  $\alpha_1^2 = \kappa_0^2$ :

$$\alpha_1^2 = \kappa_0^2 (1 - \varepsilon + 2\varepsilon^2), \quad (7.7.23)$$

где

$$\varepsilon = \frac{\kappa_0^2}{1/L_1^2 + 1/\tau_1};$$

$\kappa_0^2 = (k_\infty - 1)/M^2$  — однокорневое значение материального параметра (7.4.38). Из выражения (7.7.23) следует, что  $\alpha_1^2$  можно рассматривать как двухгрупповой аналог материального параметра  $\kappa_0^2$ .

Т а б л и ц а 7.3 Решения волновых уравнений для потока нейтронов в активной зоне и отражателе

Геометрия реактора	Активная зона		Отражатель		Толщина отражателя $T$
	$X_1$	$Y_1$	$X_2$	$Y_2$	
Бесконечный плоский	$\cos \alpha_1 x$	$\text{ch } \alpha_2 x$	$\exp(-\beta_1 x)$	$\exp(-\beta_2 x)$	$\text{sh } \beta_2 \left( \frac{H}{2} + T - x \right)$
Сферический	$\frac{\sin \alpha_1 r}{r}$	$\frac{\text{sh } \alpha_2 r}{r}$	$\frac{\exp(-\beta_1 r)}{r}$	$\frac{\exp(-\beta_2 r)}{r}$	$\frac{\text{sh } \beta_2 (R + T - r)}{r}$
Бесконечный цилиндрический	$J_0(\alpha_1 r)$	$I_0(\alpha_2 r)$	$K_0(\beta_1 r)$	$K_0(\beta_2 r)$	$I_0(\beta_2 r) - \frac{I_0[\beta_2 (R + T)]}{K_0[\beta_2 (R + T)]} \times K_0(\beta_2 r)$

Поскольку соотношение (7.7.18), рассматриваемое как уравнение относительно  $\alpha^2$ , имеет два корня ( $\alpha_1^2$  и  $-\alpha_2^2$ ), то общее решение для каждого из потоков ( $\Phi_{61}$  и  $\Phi_{71}$ ) содержит функции, удовлетворяющие двум уравнениям

$$\Delta\Phi_{6(t)1} + \alpha_1^2\Phi_{6(t)1} = 0; \quad (7.7.24)$$

$$\Delta\Phi_{6(t)1} - \alpha_2^2\Phi_{6(t)1} = 0, \quad (7.7.25)$$

и его можно записать в виде

$$\Phi_{61} = AX_1 + CY_1; \quad (7.7.26)$$

$$\Phi_{71} = \gamma_{X1}AX_1 + \gamma_{Y1}CY_1, \quad (7.7.27)$$

где  $X_1$  — общее решение уравнения (7.7.24);  $Y_1$  — общее решение уравнения (7.7.25);  $\gamma_{X1}$  и  $\gamma_{Y1}$  — коэффициенты связи, зависящие от свойств среды. Значение  $\gamma_{X1}$  можно определить, подставляя в исходное уравнение (7.7.13) первые слагаемые решений (7.7.26) и (7.7.27), а также учитывая, что  $\Delta\Phi_{61} = -\alpha_1^2\Phi_{61}$ :

$$\gamma_{X1} = \frac{\varphi\Sigma_{R61}}{\Sigma_{a71}(1 + \alpha_1^2L_1^2)}. \quad (7.7.28)$$

Аналогично определяется

$$\gamma_{Y1} = \frac{\varphi\Sigma_{R61}}{\Sigma_{a71}(1 - \alpha_2^2L_1^2)}. \quad (7.7.29)$$

Вид функций  $X_1$  и  $Y_1$  для активных зон с различной геометрией приведен в табл. 7.3.

### 7.7.3. ОТРАЖАТЕЛЬ

Поскольку в отражателе нет делящихся ядер, то вероятность избежать резонансного поглощения  $\varphi=1$  и уравнения (7.7.5) и (7.7.6) приобретают вид:

$$D_{62}\Delta\Phi_{62} - \Sigma_{R62}\Phi_{62} = 0; \quad (7.7.30)$$

$$D_{72}\Delta\Phi_{72} - \Sigma_{a72}\Phi_{72} + \Sigma_{R62}\Phi_{62} = 0. \quad (7.7.31)$$

Характер связи между уравнениями для быстрых и тепловых нейтронов изменился — по-прежнему скорость генерации тепловых нейтронов пропорциональна потоку быстрых, но источники быстрых нейтронов исчезли. Тем самым система перестала быть симметричной и распалась на два последовательно решаемых уравнения.

Первое из них (для потока быстрых нейтронов) — однородно. Запишем его в виде

$$\Delta X_2 - \beta_1^2 X_2 = 0, \quad (7.7.32)$$

где

$$\beta_1^2 = \Sigma_{R62}/D_{62} = 1/\tau_2. \quad (7.7.33)$$

Решение этого уравнения

$$\Phi_{62} = FX_2. \quad (7.7.34)$$

Поток тепловых нейтронов представим следующим образом:

$$\Phi_{72} = GY_2 + \gamma_{X2}FX_2. \quad (7.7.35)$$

Здесь  $GY_2$  — общее решение однородной части уравнения

$$\Delta Y_2 - \beta_2^2 Y_2 = 0, \quad (7.7.36)$$

где

$$\beta_2^2 = \Sigma_{a72}/D_{72} = 1/L_2^2. \quad (7.7.37)$$

Коэффициент связи  $\gamma_{X2}$  определяется подстановкой в (7.7.31) значений  $\Phi_{62} = FX_2$  и  $\Phi_{72} = \gamma_{X2}FX_2$ :

$$\gamma_{X2} = \frac{\Sigma_{R62}}{D_{72}(\tau_2 - L_2^2)} \tau_2 L_2^2. \quad (7.7.38)$$

В табл. 7.3 приведены решения  $X_2$  и  $Y_2$  для простейших геометрий отражателя (конечного и бесконечного).

### 7.7.4. УСЛОВИЕ КРИТИЧНОСТИ

Найдем условие критичности реактора с отражателем. Для этого воспользуемся граничными условиями (7.7.7) и (7.7.8) и выражениями для потоков быстрых и тепловых нейтронов в активной зоне и отражателе. Тогда получим систему алгебраических линейных однородных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} A[X_1] + C[Y_1] &= F[X_2]; \\ \gamma_{X1}A[X_1] + \gamma_{Y1}C[Y_1] &= \gamma_{X2}F[X_2] + G[Y_2]; \\ D_{61}A[\nabla X_1] + D_{61}C[\nabla Y_1] &= D_{62}F[\nabla X_2]; \\ \gamma_{X1}D_{71}A[\nabla X_1] + \gamma_{Y1}D_{71}C[\nabla Y_1] &= \\ &= D_{72}\gamma_{X2}F[\nabla X_2] + D_{72}G[\nabla Y_2]. \end{aligned} \right\} \quad (7.7.39)$$

Квадратные скобки использованы здесь для обозначения того, что функции вычисляются на границе раздела активной зоны

и отражателя. Такая система имеет нетривиальное решение только в случае, если ее определитель равен нулю:

$$\Delta = \begin{vmatrix} [X_1] & [Y_1] & -[X_2] & 0 \\ \gamma_{X1} [X_1] & \gamma_{Y1} [Y_1] & -\gamma_{X2} [X_2] & -[Y_2] \\ D_{61} [\nabla X_1] & D_{61} [\nabla Y_1] & -D_{62} [\nabla X_2] & 0 \\ \gamma_{X1} D_{\tau 1} [\nabla X_1] & \gamma_{Y1} D_{\tau 1} [\nabla Y_1] & -\gamma_{X2} D_{\tau 2} [\nabla X_2] & -D_{\tau 2} [\nabla Y_2] \end{vmatrix} = 0. \quad (7.7.40)$$

Это равенство представляет собой условие критичности реактора с отражателем в двухгрупповом приближении.

Напомним, что рассматривается простейшая задача, — однородная активная зона и однородный отражатель. Для практических расчетов равенство (7.7.40) удобно переписать следующим образом:

$$\psi_1 = \frac{a_1 \psi_2 \psi_4 + a_2 \psi_3 \psi_5 + a_3 \psi_3 \psi_4}{a_4 \psi_2 + a_5 \psi_3 + a_6 \psi_4}, \quad (7.7.41)$$

где

$$\psi_1 = \frac{[\nabla X_1]}{[X_1]}; \quad \psi_2 = \frac{[\nabla Y_1]}{[Y_1]}; \quad \psi_3 = \frac{[\nabla X_2]}{[X_2]}; \quad \psi_4 = \frac{[\nabla Y_2]}{[Y_2]};$$

$$a_1 = D_{61} D_{\tau 2} (\gamma_{X1} - \gamma_{X2});$$

$$a_2 = D_{\tau 2} D_{61} \gamma_{X2} - D_{\tau 1} D_{62} \gamma_{Y1};$$

$$a_3 = D_{\tau 2} D_{62} (\gamma_{Y1} - \gamma_{X1});$$

$$a_4 = D_{\tau 1} D_{61} (\gamma_{X1} - \gamma_{Y1});$$

$$a_5 = D_{\tau 2} D_{61} \gamma_{X2} - D_{\tau 1} D_{62} \gamma_{X1};$$

$$a_6 = D_{\tau 2} D_{61} (\gamma_{Y1} - \gamma_{X2}).$$

Идея такой записи определителя состоит в том, что собственное число  $\alpha^2_1$  входит только в левую часть равенства (7.7.41). Несмотря на то что критический размер активной зоны  $R$  входит как в левую, так и в правую часть уравнения (7.7.41), функция  $\psi_1$  сильно зависит от произведения  $\alpha_1 R$ , тогда как комбинация функций, стоящих справа, — слабо. Трансцендентное уравнение (7.7.41) можно решать либо графически (рис. 7.4), либо итерационно.

Как уже указывалось выше, кроме определения критического размера приходится решать и другую задачу теории кри-

тичности: при заданных форме и размере активной зоны отыскивается значение  $\alpha^2_1$ , при котором реактор становится критическим. По найденному значению  $\alpha^2_1$  можно вычислить эффективную добавку  $\delta_{11}$  в двухгрупповом приближении. Так, для цилиндрического реактора бесконечной высоты

$$\delta_{11} = \xi_0 / \alpha_1 - R \quad (7.7.42)$$

( $R$  — критический радиус активной зоны). Эффективная добавка  $\delta_{11}$  больше, чем эффективная добавка  $\delta$ , вычисленная в одногрупповом приближении.

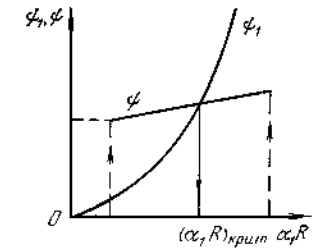


Рис. 7.4 Графическое решение определителя (7.7.41):

$$\psi = \frac{a_1 \psi_2 \psi_4 + a_2 \psi_3 \psi_5 + a_3 \psi_3 \psi_4}{a_4 \psi_2 + a_5 \psi_3 + a_6 \psi_4}$$

#### 7.7.5. ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТОКОВ БЫСТРЫХ И ТЕПЛОВЫХ НЕЙТРОНОВ

Чтобы вычислить распределение потоков в активной зоне и отражателе, необходимо знать постоянные  $A$ ,  $C$ ,  $F$ ,  $G$ , входящие в выражения (7.7.26), (7.7.27), (7.7.34) и (7.7.35). Как обычно, для однородных задач одна из этих постоянных произвольна и определяет уровень мощности (или потока нейтронов) в реакторе. Тогда оставшиеся три постоянные выражаются через нее. Удобно положить  $A = 1/\gamma_{X1}$ , так как при этом поток тепловых нейтронов в центре активной зоны близок к единице. Для вычисления трех других постоянных можно использовать любые три уравнения системы (7.7.39). Тогда

$$C = \frac{[X_1]}{[Y_1]} \frac{D_{62} \psi_3 - D_{61} \psi_1}{\gamma_{X1} (D_{61} \psi_2 - D_{62} \psi_3)};$$

$$F = \frac{[X_1]}{[X_2]} \frac{D_{61} (\psi_2 - \psi_1)}{\gamma_{X1} (D_{61} \psi_2 - D_{62} \psi_3)};$$

$$G = \frac{[X_1]}{[Y_2]} \times$$

$$\times \frac{D_{61} \psi_1 (\gamma_{X2} - \gamma_{Y1}) + D_{61} \psi_2 (\gamma_{X1} - \gamma_{X2}) + D_{62} \psi_3 (\gamma_{Y1} - \gamma_{X1})}{\gamma_{X1} (D_{61} \psi_2 - D_{62} \psi_3)}.$$

Напомним, что значения  $[X_1]$ ,  $[Y_1]$ ,  $[X_2]$ ,  $[Y_2]$  нам уже известны после вычисления критического радиуса. На рис. 7.5 в качестве иллюстрации приведен качественный характер распределения потоков быстрых и тепловых нейтронов в активной зоне и отражателе. Значения  $\Phi_b$  и  $\Phi_r$  в центре активной зоны нормированы на единицу ( $\gamma_{X1} = 1$ ).

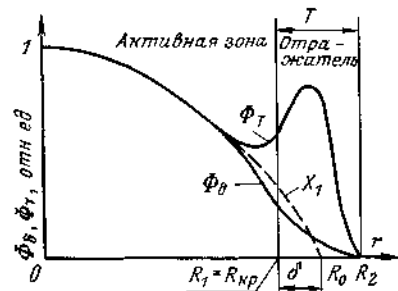


Рис. 7.5 Пространственное распределение потоков быстрых и тепловых нейтронов в активной зоне и отражателе

тока нейтронов в эквивалентном реакторе без отражателя. Функция  $SU_1$  учитывает влияние отражателя на распределение потока быстрых нейтронов в пограничной области активной зоны.

Для нейтронов тепловых энергий картина аналогична — отклонение от основной функции  $X_1$  наблюдается только в области, близкой к отражателю. Однако теперь это отклонение — в отличие от случая быстрых нейтронов — может быть существенным. Этот эффект особенно резко выражен в реакторах с водяным замедлителем и Ве- или  $D_2O$ -отражателями. В реакторах небольших размеров с таким составом максимальный поток тепловых нейтронов в отражателе бывает даже значительно выше максимального потока в центре активной зоны. Такой характер распределения потока объясняется тем, что при незначительном различии в скоростях генерации тепловых нейтронов разница в скорости их поглощения (времени жизни) в среде активной зоны и отражателя существенна (десятки раз). Максимальное значение потока тепловых нейтронов в отражателе расположено от границы активной зоны примерно на расстоянии длины замедления в отражателе ( $\sqrt{\tau_2}$ ).

Эффективная добавка  $\delta$  определяется точкой, где ана-

Согласно (7.7.26) поток быстрых нейтронов представляет собой суперпозицию двух функций:  $X_1/\gamma_{X1}$  и  $SU_1$ . Как видно из рис. 7.5, практически во всем объеме активной зоны поток быстрых нейтронов равен  $X_1/\gamma_{X1}$  и только вблизи границы с отражателем заметно влияние на поведение потока второй функции  $SU_1$ . Функция  $X_1/\gamma_{X1}$  описывает асимптотическое распределение быстрых нейтронов в активной зоне. Эта функция соответствует распределению по-

Таблица 7.4. Диапазоны типичных значений коэффициента связи  $\gamma_{X1}$  для некоторых типов энергетических реакторов

Замедлитель	Теплоноситель	$\gamma_{X1}$
Легкая вода	Легкая вода без кипения	0,1—0,4
	Легкая вода с кипением в активной зоне	0,3—0,4
Тяжелая вода	Легкая вода с кипением в активной зоне	0,6—0,7
	Тяжелая вода без кипения	~1
	Тяжелая вода с кипением в активной зоне	~1
	Тяжелая вода с кипением в активной зоне	~1

литическое продолжение асимптотического распределения ( $X_1/\gamma_{X1}$  и  $X_1$ ) обращается в нуль (рис. 7.5).

Таким образом, коэффициент связи  $\gamma_{X1}$  есть коэффициент пропорциональности между потоками тепловых и быстрых нейтронов в реакторе без отражателя, размер которого равен  $R_1 + \delta$ . Величина  $\gamma_{X1}$ , как это видно из (7.7.28), зависит от параметров активной зоны и в первую очередь от сечения поглощения тепловых нейтронов  $\Sigma_{aT1}$ . В табл. 7.4 приведены типичные интервалы значений  $\gamma_{X1}$  для некоторых типов реакторов

#### 7.7.6. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ РЕАКТОР

В качестве примера рассмотрим практически наиболее интересный случай цилиндрического реактора, окруженного со всех сторон отражателем. Обозначим радиус активной зоны  $R_1$ , а радиус реактора  $R_2$ . Аналитическое решение этой задачи не может быть получено в конечном виде, поскольку переменные  $r$  и  $z$  не разделяются. Однако оценочное, но для большинства практических задач достаточно точное решение можно получить следующим образом

Влияние торцевых отражателей приближенно учтем с помощью эффективной добавки. Поскольку значение эффективной добавки почти во всех случаях достаточно хорошо известно, то это приближение, в особенности для больших реакторов, не вносит существенной погрешности, зато дает возможность разделить переменные. Таким образом, задача свелась к рассмотрению реактора с боковым отражателем и эффективной высотой  $H_{эф} = H + 2\delta_z$ . В таком реакторе распределение потока нейтронов (быстрых и тепловых) по оси  $z$  примет вид

$$\Phi(z) \sim \cos(B_z z) = \cos \frac{\pi z}{H + 2\delta_z}. \quad (7.7.43)$$

В дальнейшем задача сводится к рассмотренной выше для бесконечного по высоте реактора, если провести замены

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1^2 &\rightarrow \alpha_{1r}^2 = \alpha_1^2 - \left( \frac{\pi}{H + 2\delta_z} \right)^2; \\ \alpha_2^2 &\rightarrow \alpha_{2r}^2 = \alpha_2^2 + \left( \frac{\pi}{H + 2\delta_z} \right)^2; \\ \beta_1^2 &\rightarrow \beta_{1r}^2 = \beta_1^2 + \left( \frac{\pi}{H + 2\delta_z} \right)^2; \\ \beta_2^2 &\rightarrow \beta_{2r}^2 = \beta_2^2 + \left( \frac{\pi}{H + 2\delta_z} \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (7.7.44)$$



Функции  $X_1$ ,  $Y_1$ ,  $X_2$  и  $Y_2$ , описывающие поведение потока нейтронов в цилиндрическом реакторе, приведены в табл. 7.3. Выражения для  $X_2$  и  $Y_2$  получены из следующих соображений. Если в выражение для потоков входит комбинация функций  $X_1$  и  $Y_1$ , каждая из которых в свою очередь содержит два линейно независимых решения, то в случае однородных граничных условий вида (7.7.9)  $X_1$  и  $Y_1$  отдельно удовлетворяют этому условию, т. е.

$$X_2|_{r=R_2}=0; \quad Y_2|_{r=R_2}=0. \quad (7.7.45)$$

Для реакторов больших размеров аргументы функций, приведенных в табл. 7.3, становятся такими большими, что пользоваться обычными таблицами бесселевых функций невозможно.

Для вычисления значений этих функций необходимо использовать их асимптотические разложения при больших значениях аргументов. С учетом этого расчетные формулы для  $\psi_i$  приобретают вид

$$\psi_2 = \frac{[\nabla Y_1]}{[Y_1]} \approx \alpha_{2r} - \frac{1}{2R_1} - \frac{1}{8\alpha_{2r}R_1^2}; \quad (7.7.46)$$

$$\psi_3 = \frac{[\nabla X_2]}{[X_2]} = \left( \beta_{1r} - \frac{1}{2R_1} - \frac{1}{8\beta_{1r}R_1^2} \right) \times \left\{ \frac{1 + \exp[2\beta_{1r}(R_2 - R_1)] \left( 1 + \frac{3R_2 + R_1}{4\beta_{1r}R_2R_1} \right)}{1 - \exp[2\beta_{1r}(R_2 - R_1)] \left( 1 - \frac{R_2 - R_1}{4\beta_{1r}R_2R_1} \right)} \right\}. \quad (7.7.47)$$

Функция  $\psi_4 = \frac{[\nabla Y_2]}{[Y_2]}$  получается из  $\psi_3$  формальной заменой  $\beta_{1r}$  на  $\beta_{2r}$ .

### § 7.8. Многозонный реактор

Из рассмотрения реакторов с однородной активной зоной и отражателем следует, что существует значительная неравномерность в распределении потока нейтронов (энерговыведения) по объему реактора. Так, в цилиндрической активной зоне реактора максимальная тепловая нагрузка превышает среднюю более чем в 3 раза. Поэтому необходимо применять какие-либо меры по выравниванию нейтронного потока. Известно большое число способов уменьшения неравномерности энерговыведения в современных энергетических реакторах. Все они сводятся к выравниванию числа актов деления ядер топлива по объему активной зоны (физическое профилирование). Поскольку в реакторах на тепловых нейтронах

$$q_v(r) \sim \Sigma_f^5(r) \Phi_T(r) = N_5(r) \sigma_f^5 \Phi_T(r) \quad (7.8.1)$$

(топливо  $^{235}\text{U} + ^{238}\text{U}$ ), то добиться требуемого выравнивания можно либо чисто внешними средствами (например, рабочими органами СУЗ, выгорающими поглотителями и т. д.), либо изменяя концентрацию ядерного топлива. В современных реакторах чаще используют второй способ как наиболее эффективный. Поэтому более подробно рассмотрим выравнивание энерговыведения с помощью перераспределения топлива. Наиболее просто это можно осуществить по радиусу реактора. Качественные распределения потока тепловых нейтронов и ядерной плотности  $^{235}\text{U}$ , соответствующие достижению идеального физического профилирования по радиусу реактора [ $q(r) = \text{const}$ ], показаны на рис. 7.6. Однако добиться на практике физического профилирования энергетических реакторов с помощью непрерывного изменения концентрации делящегося вещества весьма трудно по технологическим и конструктивным причинам.

В связи с этим возникает задача о зонном профилировании активной зоны, при котором концентрация делящегося вещества меняется скачком от зоны к зоне, оставаясь практически постоянной внутри каждой из них. Число зон  $l$  и их размеры зависят в основном от принятого режима перегрузки. Обычно на практике ограничиваются двумя зонами ( $l=2$ ): центральной и периферийной. Распределение энерговыведения и ядерной плотности  $^{235}\text{U}$  по радиусу в случае двухзонного реактора имеют вид, представленный на рис. 7.7. Необходимо отметить, что, рас-

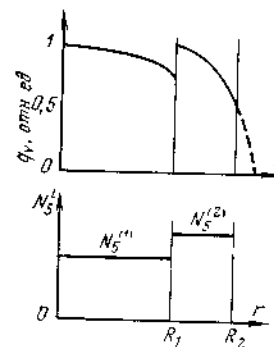


Рис 7.7 Зонное профилирование по радиусу активной зоны реактора

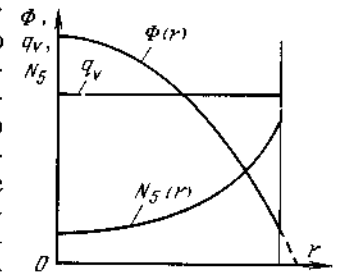


Рис 7.6 Профилирование энерговыведения по радиусу активной зоны реактора (идеальный случай)

полагая топливо с высоким обогащением на периферии активной зоны, мы увеличиваем вероятность утечки нейтронов за пределы реактора, ухудшая тем самым баланс нейтронов. Тем не менее в настоящее время практически во всех реакторах применяется физическое профилирование. Поэтому расчет многозонного реактора — одна из важнейших задач теории критических размеров.

Аналитический расчет критических размеров многозонных реакторов становится все более громоздким по мере того, как приходится вычислять определители более высоких порядков. Порядок определителя зависит от числа энергетических групп  $m$  и количества зон  $l$  и

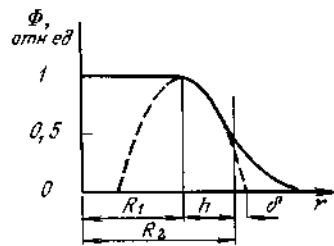


Рис. 7.8 Распределение потока тепловых нейтронов в реакторе с выровненной центральной зоной (штриховой линией показано распределение нейтронов в плоском реакторе толщиной  $2h$ , эквивалентном периферийной кольцевой зоне)

Постоянное значение потока тепловых нейтронов в центральной зоне позволяет дополнительно написать следующее условие: производная от потока  $\Phi(r)$  на границе раздела между зонами плато и периферийной ( $r=R_1$ ) обращается в нуль, т. е.

$$\nabla \Phi(r)|_{r=R_1} = 0. \quad (7.8.2)$$

Для конкретности рассмотрим вторую задачу теории критических размеров (§ 7.4). Пусть задан двухзонный цилиндрический реактор с выровненной центральной зоной и бесконечным отражателем. Необходимо найти значения  $k_{\infty}^n$  в каждой из зон. Высота активной зоны равна  $H$ . Учитывая влияние торцевого отражателя на размер реактора по высоте  $\delta_z$ , перейдем к эквивалентному реактору с  $H_{\text{эф}} = H + 2\delta_z$ . Тогда, принимая во внимание (7.7.44), волновое уравнение (7.4.7) запишем в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\Phi}{dr} \right) + [\kappa_z^2 - \kappa_z^2] \Phi = 0,$$

где  $\kappa_z^2 = (\pi/H_{\text{эф}})^2$ . Из этого уравнения видно, что для обеспечения независимости нейтронного потока от радиуса необходимо выполнение условия

$$(\pi/H_{\text{эф}})^2 = \kappa_1^2. \quad (7.8.3)$$

Поскольку в одногрупповом приближении материальный параметр  $\kappa^2$  определяется формулой (7.4.38), то необходимый коэффициент размножения в зоне I

$$k_{\infty 1}^n = 1 + (\pi/H_{\text{эф}})^2 M_1^2. \quad (7.8.4)$$

равен  $2m_1$ . Так, для двухзонного реактора с отражателем в двухгрупповом приближении возникает необходимость рассматривать определитель восьмого порядка. Вычисление такого определителя весьма громоздко и трудно, и в связи с этим предлагаются различные методы упрощения задачи.

Наиболее просто задача решается в одногрупповом приближении и в предположении, что в центральной зоне (зона I) поток тепловых нейтронов постоянен по радиусу (рис. 7.8). Зона плато создается либо посредством размещения здесь кассет с меньшим обогащением (первая загрузка), либо частично выгоревших в периферийной зоне топливных кассет (стационарный случай).

Используя условие (7.8.2), равенство потоков и токов нейтронов на границе раздела между периферийной зоной (индекс II) и отражателем (индекс III) при  $r=R_2$ , а также то, что отражатель бесконечный, запишем условие критичности следующим образом:

$$\frac{J_1(\kappa_{r \text{ II}} R_2) - [J_1(\kappa_{r \text{ II}} R_1)/N_1(\kappa_{r \text{ II}} R_1)] N_1(\kappa_{r \text{ II}} R_2)}{J_0(\kappa_{r \text{ II}} R_2) - [J_1(\kappa_{r \text{ II}} R_1)/N_1(\kappa_{r \text{ II}} R_1)] N_0(\kappa_{r \text{ II}} R_2)} = \frac{D_{\text{III}} \kappa_{r \text{ III}}}{D_{\text{II}} \kappa_{r \text{ II}}} \frac{K_1(\kappa_{r \text{ III}} R_2)}{K_0(\kappa_{r \text{ III}} R_2)}. \quad (7.8.5)$$

Здесь

$$\kappa_{r \text{ III}}^2 = \frac{1}{M_{\text{III}}^2} + \kappa_z^2; \quad \kappa_{r \text{ II}}^2 = \frac{k_{\infty \text{ II}}^n - 1}{M_{\text{II}}^2} - \kappa_z^2. \quad (7.8.6)$$

Из трансцендентного уравнения (7.8.5), которое решается методом подбора, находится  $k_{\infty \text{ II}}^n$ .

Отметим, что для реактора, у которого  $R_2 - R_1 \ll R_1$  легко получить оценочное значение  $k_{\infty \text{ II}}^n$ . Действительно, в этом случае (см. рис. 7. 8)

$$k_{\infty \text{ II}}^n \approx 1 + M_{\text{II}}^2 \left\{ \left[ \frac{\pi}{2(h+\delta)} \right]^2 + \left( \frac{\pi}{H+2\delta} \right)^2 \right\}. \quad (7.8.7)$$

Формула (7.8.7) получена при следующих предположениях: 1) распределение потока нейтронов практически полностью совпадает с асимптотическим распределением  $J_0(\kappa_{r \text{ II}} r)$ ; 2) значения материального параметра в периферийной зоне и геометрического параметра плоского слоя толщиной  $2h$  равны.

Как уже упоминалось выше, из периферийной кольцевой зоны имеет место повышенная радиальная утечка нейтронов. Оценим во сколько раз должно быть выше значение  $\Delta k_{\text{пз}} = k_{\infty \text{ II}}^n - 1$  по сравнению с  $\Delta k_{\text{о.р}}$  в однородном реакторе, для которого

$$\Delta k_{\text{о.р}} = k_{\text{о.р}}^n - 1 = \left[ \left( \frac{\pi}{H+2\delta} \right)^2 - \left( \frac{\xi_0}{R_2+\delta} \right)^2 \right] M^2. \quad (7.8.8)$$

Разделив выражение (7.8.7) на (7.8.8), получим (считаем, что  $M^2 \approx M_{\text{II}}^2$ ):

$$\frac{\Delta k_{\text{пз}}}{\Delta k_{\text{о.р}}} = \frac{k_{\infty \text{ II}}^n - 1}{k_{\text{о.р}}^n - 1} = \frac{B_z^2}{B_z^2 + B_r^2} \times \left[ 1 + \frac{B_r^2}{B_z^2} \left( \frac{\pi}{4.8l} \right)^2 \left( \frac{R_2 + \delta}{h + \delta} \right)^2 \right]. \quad (7.8.9)$$

Здесь  $B_r^2 = [\xi_0 / (R_2 + \delta)]^2$ ;  $B_z^2 = [\pi / (H + 2\delta)]^2$ . Для реактора, у которого  $H \approx 2R_2$ , отношение  $B_r^2 / B_z^2 \approx 2$  и тогда

$$\frac{\Delta k_{пз}}{\Delta k_{0р}} \approx 0,3 \left[ 1 + \left( \frac{R_2 + \delta}{h + \delta} \right)^2 \right].$$

Пусть, например, плато занимает  $2/3$  площади поперечного сечения и отношение  $\delta / R_2 \approx 0,1$ . Тогда

$$(R_2 + \delta) / (h + \delta) \approx 4 \quad \text{и} \quad \frac{\Delta k_{пз}}{\Delta k_{0р}} \approx 5.$$

Значит, если в периферийную кольцевую зону загружать свежее топливо (топливо подпитки), то выравнивание на  $2/3$  площади сечения возможно лишь в том случае, если  $\Delta k_{пз}$  в этой зоне примерно в 5 раз выше  $\Delta k_{0р}$  для однородного реактора.

Для двухзонного реактора с невыровненной активной зоной и бесконечным отражателем распределения потоков нейтронов в однотуповом приближении имеют вид

$$\begin{aligned} \Phi_I(r) &= A J_0(x_{I,r}); & \Phi_{II}(r) &= C J_0(x_{II,r}) + \\ &+ D N_0(x_{II,r}); & \Phi_{III}(r) &= F K_0(x_{III,r}) \end{aligned}$$

(предполагается, что зоны I и II размножающие). Используя условия сшивки потоков и токов на границах зон (7.77) и (7.78), получаем систему линейных однородных уравнений. Такая система имеет нетривиальное решение, когда ее определитель равен нулю (см. § 7.7). Из решения этого определителя можно найти либо эффективный коэффициент размножения реактора, либо критический радиус активной зоны.

## Глава 8

### ТЕОРИЯ РЕШЕТКИ

#### § 8.1. Классификация решеток.

##### Основные предположения и допущения

Любой гетерогенный реактор — даже гипотетический простейший со строго регулярной, но конечной решеткой одинаковых цилиндрических твэлов без оболочек, размещенных в однородном замедлителе, — геометрически слишком сложен для расчета в один этап, т. е. для расчета, который учитывал бы одновременно и внутреннюю геометрию активной зоны (распределение потоков нейтронов всех энергий в твэлах и окружающем каждый из них замедлителе) и ее конечность, обуславливаю-

щую утечку нейтронов из реактора. Трудность такого подхода к задаче усугубляется тем обстоятельством, что как внутри твэлов, так и в прилегающих к ним слоях замедлителя почти при всех энергиях нейтронов неприменимо диффузионное приближение.

Однако уже в первые годы работы над теорией гетерогенного реактора удалось выделить из нее часть (теорию решетки), не связанную с описанием утечки нейтронов из реактора и оперирующую только с бесконечной решеткой или, что эквивалентно, с ячейкой этой решетки. *Элементарной ячейкой* или просто ячейкой будем называть элемент периодичности решетки (твэл с прилегающим к нему теплоносителем и замедлителем либо технологический канал с окружающим его замедлителем); предполагается, что все элементарные ячейки в решетке имеют одинаковую геометрическую форму и нейтронные характеристики.

В теории решетки решается задача гомогенизации: реальная среда заменяется эквивалентной ей гомогенной. Критерием эквивалентности служит равенство скоростей всех видов взаимодействия нейтронов с ядрами. Другими словами, задача сводится к вычислению для гомогенной среды сечений вида

$$\bar{\sigma}_i(E) = \frac{\int_{яч} \sigma_i(r, E) \Phi(r, E) dV}{\int_{яч} \Phi(r, E) dV}. \quad (8.1.1)$$

После завершения первого этапа дальнейшие расчеты проводятся так же, как и для любого гомогенного реактора (см. гл. 7). Поскольку при этом обычно используются не детальные по энергии константы, а групповые, то следует не ограничиваться расчетом констант по формуле (8.1.1), а определять также и групповые.

Детальный ход решения задачи гомогенизации зависит от вида решетки в рассматриваемом реакторе. Будем различать решетки *простые* и *сложные*. В простой ячейка состоит из одного твэла (обычно цилиндрической формы) с окружающим его теплоносителем и замедлителем (рис. 8.1, I и II). Ячейка сложной решетки (рис. 8.1, III) состоит из технологического канала и окружающего его замедлителя. Поэтому часто сложные решетки называют также канальными. Напомним, что технологический канал включает в себя сборку твэлов, теплоноситель и трубу, рассчитанную на полное давление теплоносителя.

Простые решетки в свою очередь делятся на *разреженные* и *тесные*. В разреженной решетке твэлы расположены на большом расстоянии друг от друга, и поэтому нейтрон, родившийся в блоке или испытавший там столкновение, следующее соударение испытывает обязательно в замедлителе. Другими словами, средний путь нейтрона в замедлителе значительно превышает

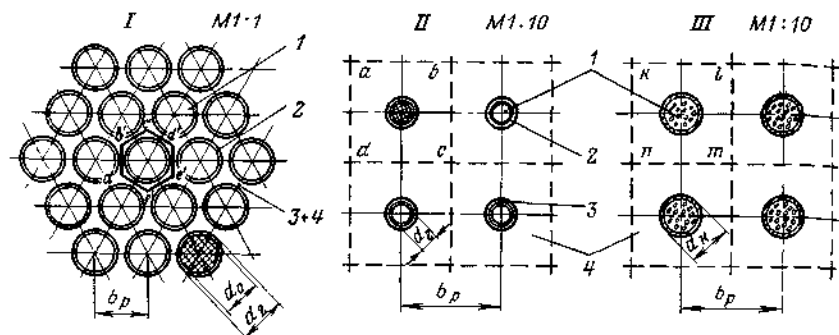
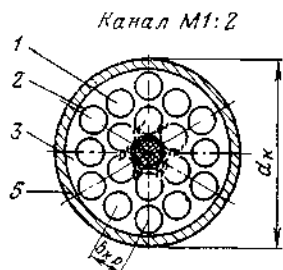


Рис. 8.1. Различные решетки активной зоны гетерогенного реактора:

I — тесная простая; II — разреженная простая; III — сложная (канальная);  $d_0$  — диаметр топливного блока;  $d_2$  — диаметр твэла;  $d_k$  — диаметр канала;  $b_p$  — шаг решетки;  $b_{в.р.}$  — шаг внутриканальной решетки; 1 — топливо; 2 — оболочка; 3 — теплоноситель; 4 — замедлитель; 5 — труба канала;  $a'b'c'd'e'f'$  — элементарная шестиугольная ячейка;  $abcd$  — элементарная квадратная ячейка;  $klmnp$  — макроячейка;  $k'l'm'n'o'p'$  — микроячейка



длину свободного пробега до рассеяния в той же среде. Формально условие разреженности решетки можно записать в виде

$$\bar{l}_1/\lambda_{s1}(E) \gg 1. \quad (8.1.2)$$

Замедлителем в разреженных решетках служит графит или тяжелая вода, теплоносителем — углекислый газ или гелий. В тесной решетке твэлы расположены настолько близко друг от друга, что нейтрон, вылетевший из топлива, с довольно большой вероятностью может испытать первое соударение в соседних топливных блоках. Очевидно, что в тесных решетках должно выполняться условие

$$\bar{l}_1/\lambda_{s1}(E) \lesssim 1. \quad (8.1.3)$$

Обычно в тесных решетках теплоноситель одновременно используется и как замедлитель (либо замедлитель вообще отсутствует — реакторы на быстрых нейтронах). Сюда относятся решетки с водородсодержащим замедлителем. В настоящее время наибольшее распространение получили легководные реакторы без кипения и с кипением.

Сложная решетка содержит элементы как разреженной, так и тесной решетки. Первая образуется технологическими каналами, расположенными в замедлителе, вторая — твэлами внутри канала.

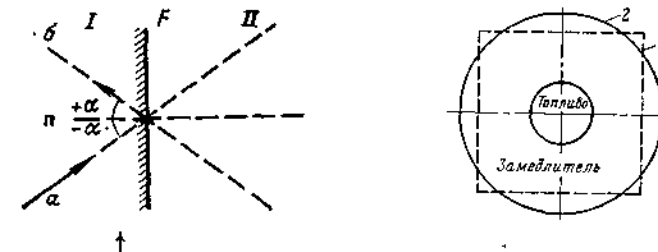


Рис. 8.2. Зеркальные граничные условия:

$F$  — граница между ячейками;  $n$  — нормаль к поверхности;  $a$  — направление движения нейтрона из ячейки I в II;  $b$  — направление движения нейтрона из ячейки II в I

Рис. 8.3. Цилиндрическая ячейка (2), эквивалентная квадратной ячейке (1)

В бесконечной решетке все ячейки находятся в одинаковых условиях. Поэтому можно ограничиться рассмотрением только одной ячейки. При этом влияние соседних учитывается условием симметрии или условием зеркального отражения на границе: каждому нейтрону, пересекающему изнутри границу ячейки в любой точке и под любым углом, соответствует нейтрон той же энергии, влетающий в этой же точке в ячейку под тем же углом по отношению к нормали (рис. 8.2).

Поперечный размер реальной ячейки практически всегда значительно меньше продольного. Поэтому в ячейке нейтронов есть функция только двух пространственных переменных. Более того, во многих случаях нет необходимости проводить громоздкие расчеты двухмерных ячеек, поскольку расчет одномерной ячейки не вносит существенных ошибок. Поэтому практически всегда используется еще одно приближение. Реальная ячейка, чаще всего имеющая в плане форму квадрата или шестиугольника, заменяется расчетной моделью — круговой одномерной ячейкой той же площади, которую принято называть эквивалентной ячейкой Вигнера—Зейца (рис. 8.3). Отметим, что переход к такой модели не приводит к заметным погрешностям в расчетах простой решетки, где он сводится лишь к замене формы границы ячейки. В сложной решетке такая замена упрощает лишь расчет решетки каналов (макроячейки); в то же время точный расчет потоков нейтронов внутри канала (микроячейки) остается весьма громоздким. Поэтому задача гомогенизации сложной решетки обычно решается приближенно — в два этапа: сначала для микроячейки, а затем — для макроячейки.

Очень важен выбор граничных условий для ячейки Вигнера—Зейца. Граничные условия существенно зависят от формы ячейки только в том случае, если толщина слоя замедлителя меньше или порядка длины пробега нейтронов соответствующих энергий и задача о распределении потока внутри ячейки решается в приближении более высоком, чем диффузионное. Поскольку в дальнейшем для замедлителя нами используется

только диффузионное приближение, то будем считать справедливым условие зеркального отражения на границе, — ток нейтронов любой энергии равен нулю на границе ячейки Вигнера—Зейца, т. е.

$$\left. \frac{d\Phi(r, E)}{dr} \right|_{r=r_1} = 0 \quad (8.1.4)$$

( $r_1$  — радиус ячейки Вигнера—Зейца).

Расчет детального распределения потока нейтронов в ячейке по пространству и энергии  $\Phi(r, E)$  представляет собой (особенно для резонансных и тепловых нейтронов) весьма сложную и трудоемкую задачу. Как правило, наиболее интересными результатами расчета являются скорости взаимодействия в различных компонентах (зонах) ячейки (топливе, оболочке, теплоносителе, замедлителе), для определения которых нет необходимости детально описывать пространственное распределение потока нейтронов, достаточно найти его средние значения в зонах ячейки. С этой целью мы будем часто привлекать метод вероятностей первых столкновений (ВПС), который позволяет получать достаточно точные результаты.

## § 8.2. Метод вероятностей первых столкновений

### 8.2.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

В настоящее время в теории решетки широкое распространение получили методы расчета средних значений потоков нейтронов внутри отдельных однородных зон. Один из них — метод вероятностей первых столкновений (метод ВПС). Он приобретает все большее значение, поскольку позволяет, не прибегая к громоздким вычислениям, с достаточной для практических расчетов точностью определить необходимые величины.

В гл. 4 было показано, что интегральное уравнение Пайерлса можно свести к системе алгебраических, в которую входят вероятности первых столкновений  $P_{ij}$ . Решение системы уравнений не представляет особого труда, если значения вероятностей известны. При расчете вероятностей будем считать, что нейтроны возникают от источников, пространственное распределение которых однородно, а угловое распределение нейтронов — изотропно.

В общем случае вероятности зависят от энергии нейтронов. В дальнейшем будем предполагать, что нейтроны имеют одну скорость даже после нескольких соударений. Это дает основание считать в качестве нейтронов источника те, которые испытали рассеяние в зоне.

Введенные ранее вероятности  $P_{ij}$ , как это видно, например, из (4.10.8), зависят от параметров всех зон, пересекаемых нейтроном на пути от точки, где он родился (зона  $i$ ), до точки,

в которой он испытал столкновение (зона  $j$ ). На практике часто с достаточной степенью точности удается выразить вероятности, зависящие от параметров нескольких зон, через вероятности, каждая из которых зависит только от параметров одной зоны. В связи с этим такие вероятности играют большую роль в методе ВПС, поэтому перейдем непосредственно к их рассмотрению.

Пусть дана зона 0, ограниченная поверхностью  $F$  и имеющая объем  $V$ . Введем вероятности для нейтронов, родившихся в зоне, испытать в ней же первое столкновение  $P(V \rightarrow V)$  и достичь поверхности зоны без столкновения,  $P(V \rightarrow F)$ ; для нейтронов, влетающих в зону, пересечь ее без столкновений,  $P(F \rightarrow F)$  и испытать в ней столкновение,  $P(F \rightarrow V)$ .

Поскольку нейтроны, родившиеся в зоне, могут либо испытать там столкновение, либо покинуть объем, не испытав ни одного столкновения, то вероятности  $P(V \rightarrow V)$  и  $P(V \rightarrow F)$  связаны очевидным условием баланса

$$P(V \rightarrow V) + P(V \rightarrow F) = 1. \quad (8.2.1)$$

Аналогичным условием баланса связаны между собой и вероятности  $P(F \rightarrow V)$  и  $P(F \rightarrow F)$ :

$$P(F \rightarrow V) + P(F \rightarrow F) = 1. \quad (8.2.2)$$

В методе ВПС обычно предполагают, что при пересечении поверхности поток нейтронов изотропен, т. е. число нейтронов  $dN$ , летящих с единичной поверхности в элементе телесного угла  $d\Omega$  вокруг направления  $\Omega$ , пропорционально косинусу угла между  $\Omega$  и нормалью к поверхности  $n$ :

$$dN \sim (n\Omega) d\Omega. \quad (8.2.3)$$

Распределение нейтронов, подчиняющееся закону (8.2.3), называется *изотропным*.

Использование предположения об изотропном распределении позволяет установить еще одно важное соотношение между введенными вероятностями  $P(F \rightarrow V)$  и  $P(V \rightarrow F)$  — *соотношение взаимности*:

$$P(F \rightarrow V) = \bar{l}_0 \Sigma_{t0} P(V \rightarrow F), \quad (8.2.4)$$

где  $\bar{l}_0 = 4V/F$  — средняя хорда в зоне 0 (4.10.6);  $\Sigma_{t0}$  — полное сечение взаимодействия в той же зоне.

Из приведенных условий видно, что для односвязных областей все введенные вероятности можно выразить через любую из них. Если, например, известна вероятность  $P(V \rightarrow F)$ , то  $P(F \rightarrow V)$  вычисляется из выражения (8.2.4), а остальные две — следующим образом:

$$P(V \rightarrow V) = 1 - P(V \rightarrow F);$$

$$P(F \rightarrow F) = 1 - \bar{l}_0 \Sigma_{t0} P(V \rightarrow F).$$

Таким образом, задача сводится к вычислению только одной вероятности.

Распределение (8.2.3) и зеркальные условия отражения на границе раздела зон позволяют установить соотношения взаимности между вероятностями  $P_{ij}$  и  $P_{ji}$ :

$$P_{ij}V_i\Sigma_{ti} = P_{ji}V_j\Sigma_{tj} \quad (8.2.5)$$

( $V_i$ ,  $V_j$ ,  $\Sigma_{ti}$ ,  $\Sigma_{tj}$  — объемы и полные сечения в зонах  $i$  и  $j$  соответственно).

### 8.2.2. РАСЧЕТ ВПС В РАЗРЕЖЕННЫХ РЕШЕТКАХ

Рассмотрим бесконечную разреженную решетку, состоящую из топливных блоков и замедлителя. В такой решетке нейтрон, родившийся в блоке (или испытавший там столкновение) и вылетевший из него, свое следующее столкновение испытывает в замедлителе. Поэтому при вычислении вероятностей, относящихся к блоку, не надо учитывать присутствие соседних блоков. Для такого простого случая достаточно найти только одну вероятность. Определим  $P(V \rightarrow F)$ , которую для краткости будем обозначать  $P_0$ .

В случае сферически симметричного рассеяния и изотропных источников вероятность для нейтронов, родившихся (или испытавших рассеяние) в точке  $r$  объема  $V$ , полость в телесный угол  $d\Omega$  вокруг направления  $\Omega$  и пройти в этом направлении путь  $R(r)$  до поверхности  $F$ , не испытав при этом ни одного столкновения, равна

$$\frac{d\Omega}{4\pi} \exp[-\Sigma_t R(r)].$$

Интегрирование этого выражения по всем направлениям  $\Omega$  и по всему объему  $V$  дает значение вероятности вылета без столкновения

$$P_0 = \frac{1}{4\pi V} \int_V \int_{4\pi} \exp[-\Sigma_t R(r)] dV d\Omega. \quad (8.2.6)$$

Получим более удобное выражение для вычисления  $P_0$ . Для этого интегрирование по объему в формуле (8.2.6) заменим интегрированием по поверхности  $F$  и вдоль направления  $\Omega$ .

Рассмотрим элементарный объем длиной  $dR$  и поперечным сечением  $(\Omega n_i) dF$  (рис. 8.4). Тогда

$$P_0 = \frac{1}{4\pi V} \int_F \int_{\Omega} \int_0^{R_F} \exp[-\Sigma_t R(F, \Omega)] (\Omega n_i) d\Omega dF dR. \quad (8.2.7)$$

В выражении (8.2.7) проведем интегрирование по  $R$  вдоль направления  $\Omega$ . В результате получим:

$$P_0 = \frac{1}{4\pi V \Sigma_t} \int_F \int_{\Omega} [1 - \exp(-\Sigma_t R_F)] (\Omega n_i) d\Omega dF. \quad (8.2.8)$$

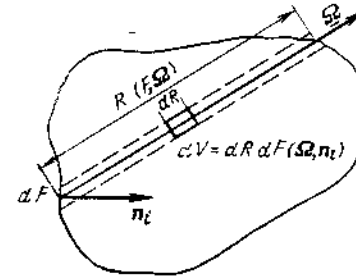


Рис. 8.4. К определению вероятности вылета  $P_0$

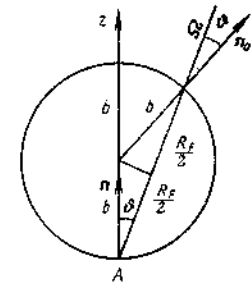


Рис. 8.5. К вычислению вероятности вылета  $P_0$  для сферы радиусом  $b$

В случае простых геометрий интеграл в (8.2.8) можно вычислить аналитически. В качестве примера рассмотрим сферу радиусом  $b$ . Пусть нейтрон родился в точке  $A$  и движется в направлении  $\Omega$  (рис. 8.5). Тогда из рис. 8.5 следует, что

$$(\Omega n_i) = (\Omega n_0) = \cos \theta = R_F/2b,$$

а элемент телесного угла

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi = d(\cos \theta) d\varphi = \frac{dR_F}{2b} d\varphi.$$

Подставляя полученные выражения в (8.2.8) и учитывая, что  $\varphi$  меняется в пределах от 0 до  $2\pi$ , а  $R_F$  — от 0 до  $2b$ , находим вероятность вылета:

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{F}{4\pi V \Sigma_t} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2b} [1 - \exp(-\Sigma_t R_F)] \frac{R_F}{2b} \frac{dR_F}{2b} = \\ &= \frac{3}{8(\Sigma_t b)^2} [2(\Sigma_t b)^2 - 1 + (1 + 2\Sigma_t b \exp)(-2\Sigma_t b)]. \end{aligned} \quad (8.2.9)$$

Формулы для расчета  $P_0$ , полученные для тел других простейших геометрий (пластины, цилиндра), представлены в табл. 8.1. Отметим, что уже для цилиндра, даже бесконечного по высоте, выражение  $P_0$  становится весьма громоздким.

При расчете реальных ячеек очень часто возникает необходимость определить вероятности столкновений в зонах, имеющих внутреннюю границу (например, в кольцевой зоне). В таких случаях получить конечные формулы для  $P_0$  практически невозможно.

Важный шаг в использовании методов ВПС для расчета параметров решетки — введение простых приближенных аналитических формул, аппроксимирующих вероятности первого столкновения как в простейших случаях, так и при описании

Т а б л и ц а 8.1. Расчетные формулы и предельные значения вероятности вылета  $P_0$  для тел простейшей геометрии

Геометрия	Формула для расчета вероятности вылета $P_0$	Средняя хорда $\bar{l}$	Предельные значения $P_0$	
			при $\bar{\Sigma}_t \bar{l} \rightarrow 0$	при $\bar{\Sigma}_t \bar{l} \rightarrow \infty$
Пластина толщиной $b$	$\frac{1}{\bar{\Sigma}_t b} \left[ \frac{1}{2} - E_3(\bar{\Sigma}_t b) \right]$	$2b$	$1 + \frac{\bar{\Sigma}_t \bar{l}}{4} \left( \ln \frac{\bar{\Sigma}_t \bar{l}}{2} - \frac{3}{2} + \gamma \right)$	$\frac{1}{\bar{\Sigma}_t \bar{l}}$
Сфера радиусом $b$	$\frac{3}{8(\bar{\Sigma}_t b)^3} [2(\bar{\Sigma}_t b)^2 - 1 + \exp(-2\bar{\Sigma}_t b)(1 + 2\bar{\Sigma}_t b)]$	$\frac{4b}{3}$	$1 - \frac{9}{16} \bar{\Sigma}_t \bar{l}$	$\frac{1}{\bar{\Sigma}_t \bar{l}}$
Цилиндр радиусом $b$	$\frac{2}{3} \bar{\Sigma}_t b [2I_0(\bar{\Sigma}_t b) K_1(\bar{\Sigma}_t b) I_1(\bar{\Sigma}_t b) +$ $+ K_0(\bar{\Sigma}_t b) I_0(\bar{\Sigma}_t b) - 1] + \frac{K_1(\bar{\Sigma}_t b) I_1 \bar{\Sigma}_t b}{\bar{\Sigma}_t b} -$ $- K_0(\bar{\Sigma}_t b) I_1(\bar{\Sigma}_t b) + K_1(\bar{\Sigma}_t b) I_0(\bar{\Sigma}_t b)]$	$2b$	$1 - \frac{2}{3} \bar{\Sigma}_t \bar{l}$	$\frac{1}{\bar{\Sigma}_t \bar{l}}$

Примечания 1.  $E_3(\bar{\Sigma}_t b) = \int_0^\infty u^{-3} \exp[-u(\bar{\Sigma}_t b)] u^3 du$  — интегральная показательная функция. 2.  $\gamma = 0,577216$  — постоянная Эйлера

геометрически сложных форм. К аппроксимационным выражениям предъявляются различные требования в зависимости от того, в какой конкретной задаче теории решетки они используются. Так, при расчете коэффициента размножения на быстрых нейтронах  $\mu$  не требуется особо высокая точность. Это связано с тем, что само значение  $\mu$  близко к единице, и поэтому погрешность в  $\mu - 1$  мало скажется на общей погрешности в коэффициенте размножения  $k_\infty$ .

В теории резонансного поглощения вероятности первых столкновений входят в подынтегральные выражения, и поэтому аппроксимационные формулы для  $P_0$  должны по возможности иметь простую аналитическую форму. При вычислении коэффициента использования тепловых нейтронов вероятности рассчитываются по точным формулам, чтобы уменьшить погрешность в определении средних потоков нейтронов.

При составлении аппроксимационных выражений полезно знать поведение вероятностей при малых ( $\bar{\Sigma}_t \bar{l} \rightarrow 0$ ) и больших ( $\bar{\Sigma}_t \bar{l} \rightarrow \infty$ ) оптических толщинах. Предельные значения вероятностей вылета  $P_0$  также приведены в табл. 8.1.

Перейдем к рассмотрению приближенных формул, аппроксимирующих ВПС. Простейшее аппроксимационное выражение для вероятности столкновения  $P(V \rightarrow V)$  (в дальнейшем будем ее обозначать  $P_{00}$ ) было предложено Вигнером (так называемое рациональное приближение Вигнера) и имеет вид

$$P_{00} = \frac{\bar{\Sigma}_t}{1 + \bar{\Sigma}_t} \quad (8.2.10)$$

Понятно, что простота аппроксимационных формул может быть достигнута либо за счет снижения точности, либо за счет ограничения области ее применения. Значения вероятности  $P_{00}$ , вычисленные по формуле (8.2.10) для круглого цилиндра, всегда выше точных значений (табл. 8.2). Погрешности при расчете  $P_{00}$  уменьшаются по мере увеличения значений оптических толщин  $\bar{\Sigma}_t$ . Поскольку для черного тела ( $\bar{\Sigma}_t \rightarrow \infty$ ) рациональное приближение Вигнера дает правильный предельный переход [ $P_{00} \rightarrow 1 - 1/(\bar{\Sigma}_t)$ ], то формулой (8.2.10) можно пользоваться при  $\bar{\Sigma}_t > 5,0$ .

Бэлл использовал предложенный Вигнером характер зависимости вероятности столкновения от оптической толщины, но ввел дополнительно свободный параметр  $a$ :

$$P_{00} = \bar{\Sigma}_t / (\bar{\Sigma}_t + a) \quad (8.2.11)$$

или

$$P_0 = 1 - P_{00} = \frac{a}{(a + \bar{\Sigma}_t)} = \frac{1}{(1 + \bar{\Sigma}_t/a)} \quad (8.2.12)$$

Т а б л и ц а 8.2. Точные значения вероятности столкновения  $P_{00}^T$  для цилиндра и значения относительных погрешностей при расчете  $P_{00}$  по различным аппроксимационным формулам

Оптическая толщина $i \Sigma_i$	Точные значения вероятности столкновения $P_{00}^T$	Относительная погрешность			
		$\Delta P_{00} = \frac{P_{00}^{\text{аппр}} - P_{00}^T}{P_{00}^T} \cdot 100\%$ при значении $P_{00}^{\text{аппр}}$ , определенном по формуле			
		(8.2.10)	(8.2.13)	(8.2.14)	(8.2.15)
0,2	0,11498	44,95	2,60	27,85	3,77
0,6	0,28351	32,27	1,06	20,24	4,02
1,0	0,40405	23,75	-1,0	14,59	3,13
1,5	0,51335	16,88	-2,6	9,85	2,04
2,0	0,59285	12,45	-3,71	6,76	1,21
4,0	0,76355	4,78	-4,85	1,52	-0,22
6,0	0,83714	2,39	-4,44	0,10	-0,46
8,0	0,87654	1,41	-3,77	-0,36	-0,43
10,0	0,90077	0,917	-3,46	-0,523	-0,37
12,0	0,91711	0,6506	-3,08	-0,573	-0,31

Наличие свободного параметра позволяет выбрать его значение путем сравнения с точными расчетами, что приводит к существенному уменьшению погрешностей, без усложнения при этом вида формулы. Параметр  $a$ , который в литературе получил название *параметра Бэлла*, зависит от оптической толщины и формы тела. Используя предельные значения вероятности (см. табл. 8.1), можно подобрать соответствующие значения  $a$ . Так, для цилиндра при  $\bar{I}\Sigma_i \rightarrow 0$  вероятность столкновения  $P_{00}$  стремится к значению  $(2/3)\bar{I}\Sigma_i$ . Это соответствует значению  $a = (3/2)$ . Тогда

$$P_{00} = \frac{\bar{I}\Sigma_i}{1,5 + \bar{I}\Sigma_i}. \quad (8.2.13)$$

Значения вероятности столкновения, рассчитанные по аппроксимационной формуле (8.2.13), достаточно хорошо совпадают с точными значениями  $P_{00}$  при малых оптических толщинах ( $\bar{I}\Sigma_i < 2,0$ ) (табл. 8.2). Это позволяет рекомендовать формулу (8.2.13) при расчете коэффициента размножения на быстрых нейтронах  $\mu$  (§ 8.4), поскольку реальные оптические толщины блоков в области высоких энергий значительно меньше 2,0.

Большая часть резонансных нейтронов поглощается при энергиях, близких к максимуму резонанса, где блок «черный», что соответствует большим значениям оптических толщин. В этой области значений  $\bar{I}\Sigma_i$ , как уже упоминалось выше, можно пользоваться рациональным приближением Вигнера,

т. е. считать  $a = 1$ . Однако сравнение с точными расчетами резонансного поглощения показывает, что погрешность в  $P_{00}$  существенно уменьшится, если принять  $a = 1,16$  (табл. 8.2), т. е.

$$P_{00} = \bar{I}\Sigma_i / (\bar{I}\Sigma_i + 1,16). \quad (8.2.14)$$

На практике удобно иметь формулу, которая во всей области оптических толщин дает примерно одно и то же отклонение от точных значений. Таких формул несколько, однако все они имеют более сложный вид, чем указанные выше. Приведем здесь двухчленную формулу с тремя свободными параметрами  $\beta$ ;  $a_1$  и  $a_2$ :

$$P_{00} = \frac{(1 - \beta) \bar{I}\Sigma_i}{a_1 + \bar{I}\Sigma_i} + \frac{\beta \bar{I}\Sigma_i}{a_2 + \bar{I}\Sigma_i}. \quad (8.2.15)$$

Выбирая для цилиндра  $\beta = -1$ ;  $a_1 = 2$  и  $a_2 = 3$ , обеспечиваем правильные предельные переходы при  $\bar{I}\Sigma_i \rightarrow 0$  и  $\bar{I}\Sigma_i \rightarrow \infty$ , а отклонение от точных значений для всех  $\bar{I}\Sigma_i$  не превышает при этом 4 % (табл. 8.2).

Дальнейшее повышение точности расчета приводит к весьма громоздким выражениям.

Помимо формул для расчета ВПС в случае односвязных сплошных областей большое значение в теории решетки имеют вероятности первых столкновений для односвязных областей с внутренней границей (цилиндрический слой). Метод расчета таких вероятностей рассмотрен в приложении IV.

### 8.2.3. РАСЧЕТ ВПС В ТЕСНЫХ РЕШЕТКАХ

В случае тесных решеток необходимо учитывать нейтроны соседних ячеек, которые пролетели замедлитель, не испытав там столкновения. Условие зеркального отражения на границе (см. § 8.1) позволяет перейти от рассмотрения всей решетки в целом к одной ячейке, для которой в гл. 4 была получена система алгебраических уравнений (4.10.5). Поскольку при расчете  $P_{ij}$  не учитывались нейтроны, которые испытали первое столкновение в зоне  $j$  после отражения от границы, то чтобы учесть нейтроны, пришедшие из других ячеек, необходимо  $P_{ij}$  заменить  $Q_{ij}$  — вероятностью для нейтронов, родившихся в зоне  $i$  от однородных и изотропных источников испытать столкновение в зоне  $j$  этой же ячейки после любого (включая и нулевое) числа отражений от ее границ. При этом условии система алгебраических уравнений (4.10.5) примет вид

$$\Sigma_{if} V_j \bar{\Phi}_j = \sum_{i=0}^{L-1} V_i Q_{ij} (\Sigma_{si} \bar{\Phi}_i + S_i). \quad (8.2.16)$$



$$Q_{ij} = P_{ij} + \{P(V_i \rightarrow F_{\text{яч}}) P(F_{\text{яч}} \rightarrow V_j) + P(V_i \rightarrow F_{\text{яч}}) P(F_{\text{яч}} \rightarrow F_{\text{яч}}) \times \\ \times P(F_{\text{яч}} \rightarrow V_j) + P(V_i \rightarrow F_{\text{яч}}) \{P(F_{\text{яч}} \rightarrow F_{\text{яч}})\}^2 P(F_{\text{яч}} \rightarrow V_j) + \dots \\ \dots + P(V_i \rightarrow F_{\text{яч}}) [P(F_{\text{яч}} \rightarrow F_{\text{яч}})]^{n-1} P(F_{\text{яч}} \rightarrow V_j) + \dots \} = \\ = P_{ij} + \frac{P(V_i \rightarrow F_{\text{яч}}) P(F_{\text{яч}} \rightarrow V_j)}{1 - P(F_{\text{яч}} \rightarrow F_{\text{яч}})} \quad (8.2.17)$$

Поскольку при решении многих практических задач — в первую очередь для быстрых и резонансных нейтронов — реальную ячейку можно свести к двухзонной, то рассмотрим более подробно ячейку, состоящую из топливного блока (индекс «0») и замедлителя (индекс «1»). Получим формулу для вероятности столкновения нейтронов в блоке  $Q_{00}$ . Обозначим объем блока  $V_0$ , а его поверхность  $F_0$ . Введем в рассмотрение коэффициент  $C$ , который, по определению, есть вероятность для нейтрона, стартового изотропно с поверхности блока, испытать свое первое столкновение в замедлителе, не пересекая на своем пути поверхность блока  $F_0$ . Это позволяет по-другому представить выражение (8.2.17). Согласно рис. 8.6 произведение  $P(V_0 \rightarrow F_{яч}) P(F_{яч} \rightarrow V_0) = (1 - P_{00})(1 - C) P(F_0 \rightarrow V_0)$ , а  $P(F_{яч} \rightarrow F_{яч}) = [1 - P(F_0 \rightarrow V_0)](1 - C)$ . Вероятность  $P(F_0 \rightarrow V_0)$  определяется из соотношения взаимности (8.2.4)

$$P(F_0 \rightarrow V_0) = \bar{l}_0 \Sigma_{t_0} P(V_0 \rightarrow F_0) = \bar{l}_0 \Sigma_{t_0} (1 - P_{00}).$$

Подставляя в (8.2.17) значения вероятностей и проводя некоторые преобразования, получаем:

$$Q_{00} = \frac{P_{00} + (1 - P_{00}) \bar{I}_0 \Sigma_{i=0} (1 - C)/C}{1 + (1 - P_{00}) \bar{I}_0 \Sigma_{i=0} (1 - C)/C} \quad (8.2.18)$$

Это выражение было получено Нордгеймом. В случае одиночного блока в бесконечном замедлителе (аналог разреженной решетки)  $C=1$  и  $Q_{00}=P_{00}$ . Во всех других случаях  $Q_{00}>P_{00}$ . Для дальнейшего необходимо знать  $P_{00}$  и  $C$ . Фор-

Итак, чтобы вычислить  $Q_{00}$ , необходимо знать  $T_{00}$  и  $C$ . Формулы для расчета  $P_{00}$  были рассмотрены выше. Используя для

$$Q_{00} = \frac{\bar{l}_0 \Sigma_{t0}}{\bar{l}_0 \Sigma_{t0} + a \gamma_p}, \quad (8.2.19)$$
$$\gamma_p = \frac{C}{1 + (a-1)(1-C)} \quad (8.2.20)$$
$$\gamma_p = C. \quad (8.2.21)$$

Величина  $C$  была введена Данковым и Гинзбургом при рассмотрении резонансного поглощения нейтронов в тесных решетках и поэтому получила название коэффициента Данкова—Гинзбурга. Существуют достаточно точные аппроксимационные формулы, по которым можно вычислить коэффициент Данкова—Гинзбурга. Этим и объясняется выбор подхода к определению  $Q_{00}$ . Наибольшее распространение в литературе получила формула, предложенная Зауэром, которая для цилиндрических блоков имеет следующий вид:

$$C = 1 - \frac{\exp(-t \Sigma_{t, \tilde{l}_1})}{1 + \Sigma_{t, \tilde{l}_1} (1 - t - \delta t)}. \quad (8.2.22)$$

Здесь  $\bar{l}_1 \Sigma_{t1}$  — оптическая толщина замедлителя;  $\bar{l}_1 = 4V_1/F_0$  — средняя хорда в замедлителе;  $t = (b_p - d_0)/\bar{l}_1$  — кратчайшее расстояние между поверхностями блоков, измеренное в единицах  $\bar{l}_1$ ;  $\delta t = \bar{l}_1 \Sigma_{t1} / (7 + \beta \bar{l}_1 \Sigma_{t1})$  — поправка Боналуми на форму ячейки;  $\beta$  — коэффициент, зависящий от формы ячейки;  $\beta = 17/3$  — для гексагональной ячейки;  $\beta = 17/8$  — для квадратной.

Определив вероятность  $Q_{00}$ , можно найти и вероятность  $Q_{01} = 1 - Q_{00}$ . Чтобы вычислить  $Q_{10}$ , воспользуемся соотношением взаимности (8.2.5)  $Q_{10}V_{1\Sigma_1} = Q_{01}V_{0\Sigma_0}$ , откуда

$$Q_{10} = \frac{V_0 \Sigma t_0}{V_1 \Sigma t_1} (1 - Q_{00}). \quad (8.2.23)$$

Результаты расчета коэффициента  $C$ , проведенные по формуле (8.2.22), хорошо совпадают с результатами, полученными точным методом (Монте-Карло).

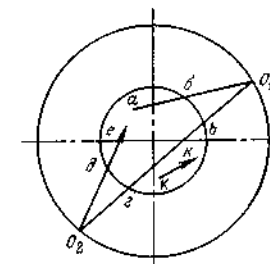


Рис 86. К вычислению  $Q_{00}$  через  $C$ :

аб — один из типичных отрезков траектории нейтрона, учитываемого вероятностью  $(1-P_{00})$ , аналогично  $бО_1б \sim (1-C)$ ;  $бг \sim (1-P_{F_0V_0})$ ;  $\sim 2O_2\theta (1-C)$ ;  $де \sim P_{F_0V_0}$

$ак \sim P_{00}$

#### 8.2.4. РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В СЛОЖНЫХ РЕШЕТКАХ

Перейдем к расчету вероятностей первых столкновений в сложных (канальных) решетках. В канале, содержащем пучок твэлов, вычислить вероятности значительно труднее, чем в бесконечной решетке, состоящей из однородных ячеек. Трудности вызваны тем, что ячейки в канале по отношению падающих на них из замедлителя нейтронов находятся не в одинаковых условиях. Поэтому мы рассмотрим один из возможных приближенных методов. Предположим, что каналы расположены далеко друг от друга, и поэтому вероятность для нейтрона пролететь без столкновения слой замедлителя между каналами чрезвычайно мала.

Пусть  $P_{00}^*$  — необходимая нам вероятность столкновения нейтронов с топливом в реальной канальной решетке, а  $Q_{00}$  — уже известная вероятность столкновения нейтронов с топливом в бесконечной решетке той же структуры, что и решетка внутри канала. Вероятность  $P_{00}^*$  меньше вероятности  $Q_{00}$  вследствие того, что нейтрон, рожденный в топливе, может вылететь за пределы канала, не испытав столкновения в других топливных блоках. Поэтому  $P_{00}^*$  можно представить как разность

$$P_{00}^* = Q_{00} - P_{0F_K} \alpha, \quad (8.2.24)$$

где  $P_{0F_K}$  — вероятность того, что нейтрон, рожденный в зоне «0», вылетит через поверхность канала  $F_K$ , не испытав столкновения в канале;  $\alpha$  — вероятность того, что нейтрон, вылетевший через поверхность  $F_K$  в бесконечную решетку той же структуры, что и в канале, свое первое столкновение испытает в топливе.

Вероятность  $P_{0F_K}$  можно выразить через  $P_{F_K0}$ , принимая угловое распределение (8.2.3) и используя теорему взаимности (8.2.4)

$$mV_0 \Sigma_{t0} P_{0F_K} = (F_K/4) P_{F_K0}, \quad (8.2.25)$$

где  $m$  — число блоков в канале. В свою очередь

$$P_{F_K0} = P_{F_K V_K} \alpha', \quad (8.2.26)$$

Здесь  $P_{F_K V_K}$  — вероятность столкновения в любой точке канала,  $\alpha'$  — вероятность для нейтрона, испытавшего столкновение в канале, испытать его в топливе.

Предположим, что канал содержит достаточное количество блоков, чтобы разницей между  $\alpha'$  и  $\alpha$  можно было пренебречь. Это предположение дает возможность вычислить  $\alpha'$  через параметры бесконечной внутриканальной решетки:

$$\alpha' = P_{F_{яч}0} / (1 - P_{F_{яч}F_{яч}}) \quad (8.2.27)$$

( $F_{яч}$  — поверхность внутриканальной ячейки, или микроячейки). Вводя для вероятностей  $P_{F_K V_K}$  и  $P_{F_{яч}F_{яч}}$  рациональную формулу вида (8.2.11) и принимая для  $Q_{00}$  формулу (8.2.19), получаем:

$$P_{00}^* = \left(1 - \frac{F_K}{\sqrt{m} F_{яч}}\right) \frac{\bar{I}_0 \Sigma_{t0}}{\alpha \gamma_p + \bar{I}_0 \Sigma_{t0}} + \frac{F_K}{\sqrt{m} F_{яч}} \frac{\bar{I}_0 \Sigma_{t0}}{\alpha \gamma_K + \bar{I}_0 \Sigma_{t0}}, \quad (8.2.28)$$

где

$$\gamma_K = \gamma_p + \frac{1 - \gamma_p}{1 + B} \quad (8.2.29)$$

— коэффициент затенения в канале;

$$B = (\sqrt{m} - 1) \frac{F_0}{F_{яч}} (1 - G_{01})^2 \frac{a}{1 - \gamma_p}; \quad (8.2.30)$$

$F_0$  — поверхность блока в канале;  $G_{01}$  — вероятность для нейтрона, пересекающего поверхность блока, испытать свое первое столкновение в теплоносителе, т. е. до пересечения с поверхностью  $F_{яч}$ .

Точный расчет вероятности  $G_{01}$  связан с громоздкими вычислениями. Чтобы избежать их, можно воспользоваться теоремой взаимности (8.2.4)

$$G_{01} = \frac{4V_{тн} \Sigma_{tтн}}{F_0} P(V_{тн} \rightarrow F_0) \quad (8.2.31)$$

( $V_{тн}$ ,  $\Sigma_{tтн}$  — объем и полное сечение взаимодействия нейтронов с теплоносителем в микроячейке) и аппроксимационной формулой для определения  $P(V_{тн} \rightarrow F_0)$ . Отметим, что здесь  $P(V_{тн} \rightarrow F_0)$  обозначена вероятность для нейтронов, родившихся от однородных и изотропных источников в кольцевой зоне, вылететь без столкновения через ее внутреннюю поверхность. Схема расчета этой вероятности представлена в приложении IV

Коэффициент затенения в канале  $\gamma_K$  можно представить в виде (по аналогии с  $\gamma_p$ )

$$\gamma_K = \frac{C}{1 + (a - 1)(1 - \bar{C})}, \quad (8.2.32)$$

где

$$\bar{C} = C + \frac{1 - C}{1 + (\sqrt{m} - 1) \frac{F_0}{F_{яч}} \frac{(1 - G_{01})^2}{(1 - C)}} \quad (8.2.33)$$

— среднее значение коэффициента Данкова — Гинзбурга для блоков в канале. Если каналы расположены близко друг к другу и необходимо учитывать их взаимное влияние, то величина  $B$  (8.2.30) приближенно определяется выражением

$$B = \left(\frac{\sqrt{m}}{C_K} - 1\right) \frac{F_0}{F_{яч}} (1 - G_{01})^2 \frac{a}{1 - \gamma_p} \quad (8.2.34)$$

( $C_K$  — коэффициент Данкова — Гинзбурга для канала в целом, вычисленный через минимальную толщину межканального замедлителя).

### § 8.3. Физические особенности гетерогенного реактора

Практически все реакторы гетерогенные. В таких реакторах замедление нейтронов пространственно отделено от поглощения. Нейтроны теряют свою энергию в замедлителе, а поглощаются в топливе, что приводит к неравенству нейтронных потоков в различных компонентах активной зоны. Влияние распределения потока нейтронов по ячейке на параметры размножения (так называемая физическая гетерогенность) зависит от энергии нейтронов. Реактор, физически гетерогенный для нейтронов одной области энергий (например, тепловой), может быть практически гомогенным для нейтронов другой (например, для нейтронов спектра деления).

Рассмотрение влияния гетерогенности на размножающие свойства среды (эффект гетерогенности) начнем с энергии быстрых нейтронов, хотя, как уже упоминалось, именно в этой области энергий из-за малых сечений (больших характерных длин) оно не так уже и велико.

В тесных решетках ввиду малости размеров твэла ( $\sim 0,7$ — $0,9$  см) и разделяющего твэла слоя теплоносителя ( $\sim 0,2$ — $0,4$  см) по сравнению с длиной свободного пробега нейтронов деления в воде ( $\sim 10$  см при энергии  $E \approx 1$  МэВ) поток надпороговых нейтронов практически не зависит от координат (рис. 8.7, а). В связи с этим размножение на быстрых нейтронах не очень сильно отличается от размножения в гомогенной среде с таким же соотношением концентраций компонентов. Отметим, что если в гомогенной среде концентрация ядер топлива существенно меньше концентрации ядер замедлителя, то размножение нейтронов в области быстрых нейтронов близко к нулю. В разреженных решетках в отличие от тесных эффекты гетерогенности в этой области энергий проявляются в большей степени, поскольку длина пробега нейтрона до рассеяния в замедлителе  $\lambda_{s1}$  существенно меньше среднего пути  $\bar{l}_1$  (8.1.2).

Влияние гетерогенной структуры на распределение потока нейтронов в топливе и замедлителе особенно резко проявляется в области резонансных энергий нейтронов. Резонансный характер сечения поглощения топлива приводит к тому, что для многих сильных резонансов вблизи его максимума длина пробега до поглощения  $\lambda_{a0}$  значительно меньше характерного размера топливного блока. Поэтому нейтроны резонансных энергий, попавшие в блок, поглощаются в тонком поверхностном слое. Во внутренних слоях урана поток нейтронов этих энергий близок к нулю (рис. 8.7, б). Значительная экранировка ядер урана внутри твэла приводит к тому, что они не участвуют в поглощении нейтронов, эффективный резонансный интеграл существенно меньше, чем в гомогенной среде при прочих равных условиях, увеличивается также и вероятность избежать резонансного поглощения  $\phi$ . Эффект экранировки уменьшается при наличии

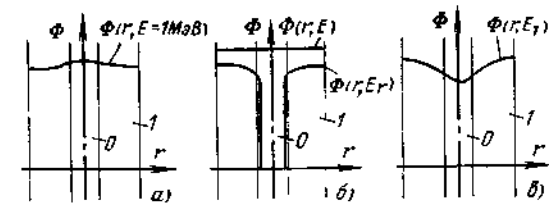


Рис. 8.7. Пространственное распределение потоков нейтронов различных энергий в твэле («0») и замедлителе («1»):  
а — быстрые нейтроны; б — резонансные нейтроны ( $E_r$  — энергия резонанса;  $E$  — энергия нейтронов, далекая от резонанса); в — тепловые нейтроны ( $E_T$  — энергия тепловых нейтронов)

в топливе легких ядер ( $O_2$ , С и т. п.), так как в этом случае быстрые нейтроны, рассеиваясь на легких ядрах, могут поглощаться ядрами урана, расположенными внутри блока.

Поскольку нейтроны теряют свою энергию в замедлителе, а поглощаются в топливе, то они имеют большую по сравнению с гомогенной средой вероятность замедлиться через область резонансных энергий, не столкнувшись с ядрами топлива. Этот эффект также способствует увеличению  $\phi$  в гетерогенных системах. В области энергий тепловых нейтронов влияние гетерогенной структуры на пространственное распределение потока нейтронов также существенно. Однако здесь картина несколько отлична от рассмотренной выше. Если при замедлении поглощение нейтронов ( $1 - \phi$ ) незначительно (10—20 %) и большая их часть замедляется до тепловых энергий (в реакторах на тепловых нейтронах), то тепловые нейтроны поглощаются все, причем в основном (80—90 %) в топливе. Поэтому возникают градиенты потока, направленные в сторону блока (рис. 8.7, в). Превышение среднего потока в замедлителе  $\bar{\phi}_1$  над средним потоком в топливе  $\bar{\phi}_0$  приводит к уменьшению полезного поглощения нейтронов, а значит, и к уменьшению коэффициента использования тепловых нейтронов  $\theta$  по сравнению с коэффициентом  $\theta$  для гомогенной среды, в которой соответствующее отношение потоков равно единице.

Покажем, насколько важны рассмотренные здесь эффекты. Для этого сравним размножающие свойства гомогенной и гетерогенной сред при малых обогатениях топлива. Различия в коэффициенте размножения  $k_\infty$  здесь могут быть весьма существенными: так, в гомогенной смеси природного урана и графита  $k_\infty \leq 0,85$ , тогда как в гетерогенной среде оптимальных состава и структуры коэффициент размножения становится больше единицы.

## § 8.4. Коэффициент размножения на быстрых нейтронах

### 8.4.1. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА РАЗМНОЖЕНИЯ НА БЫСТРЫХ НЕЙТРОНАХ

Во всех реакторах, даже в реакторах на тепловых нейтронах, имеет место деление ядер, вызванное надтепловыми нейтронами. Различают два вида надтеплого деления ядер: на резонансных (поскольку сечения деления нуклидов  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$  отличны от нуля при всех энергиях нейтронов) и на быстрых нейтронах с энергией  $E$  выше энергии порога деления  $E_{\text{пор}}^{238}\text{U}$  и  $^{232}\text{Th}$ . Мы рассмотрим такой жизненный цикл нейтронов, при котором вклад в размножение нейтронов обусловлен только поглощением тепловых нейтронов (см. § 7.2, п. III). Выберем в качестве топлива низкообогащенный уран ( $C_5 < 5\%$ ). Тогда захватом быстрых нейтронов с делением ядер  $^{235}\text{U}$  можно пренебречь и записать коэффициент размножения на быстрых нейтронах в гетерогенной среде в виде [ср. с (7.2.21)]

$$\mu = 1 + \frac{\int_{V_0} \int_{E_{\text{пор}}}^{\infty} [v_f(E) \Sigma_f^8(E) - \Sigma_a^8(E)] \Phi(r, E) dV dE}{\int_{V_0} \int_0^{E_{\text{гр}}} v_f(E) \Sigma_f^5(E) \Phi(r, E) dV dE} \quad (8.4.1)$$

( $V_0$  — объем топливного блока).

Обозначим  $\chi$  долю нейтронов деления, имеющих энергию выше пороговой, т. е.

$$\chi = \frac{\int_{E_{\text{пор}}}^{\infty} n(E) dE}{\int_0^{\infty} n(E) dE}, \quad (8.4.2)$$

где  $n(E)$  — спектр нейтронов деления. Если выбрать в качестве пороговой энергию 0,821 МэВ, как это обычно делают, например, при четырехгрупповом описании спектра (гл. 10), то  $\chi = 0,752$ . Пусть

$$J_8 = \int_{V_0} [v_f^8(E) \Sigma_f^8(E) - \Sigma_a^8(E)] \Phi(r, E) dV;$$

$$J_5 = \int_{V_0} v_f(E) \Sigma_f^5(E) \Phi(r, E) dV.$$

Тогда коэффициент  $\mu$  можно представить следующим образом:

$$\mu = 1 + \chi \left\{ \frac{\int_{E_{\text{пор}}}^{\infty} J_8 dE / \int_{E_{\text{пор}}}^{\infty} n(E) dE}{\int_0^{E_{\text{гр}}} J_5 dE / \int_0^{\infty} n(E) dE} \right\}.$$

Обозначим выражение, стоящее в фигурных скобках,  $(M - 1)$ . Тогда

$$\mu = 1 + \chi(M - 1) = (1 - \chi) + \chi M \quad (8.4.3)$$

и

$$M = \frac{\int_{E_{\text{пор}}}^{\infty} J_8 dE + \chi \int_0^{E_{\text{гр}}} J_5 dE}{\chi \int_0^{E_{\text{гр}}} J_5 dE} =$$

$$= 1 + \frac{\int_{V_0} \int_{E_{\text{пор}}}^{\infty} [v_f^8(E) \Sigma_f^8(E) - \Sigma_a^8(E)] \Phi(r, E) dV dE}{\chi \int_{V_0} \int_0^{E_{\text{гр}}} v_f(E) \Sigma_f^5(E) \Phi(r, E) dV dE}. \quad (8.4.4)$$

При таком рассмотрении жизненного цикла нейтронов коэффициент размножения на быстрых нейтронах можно представить как отношение числа нейтронов, замедлившихся ниже порога деления  $^{238}\text{U}$ , числу нейтронов, появившихся в результате делений на тепловых нейтронах, а  $M$  есть число подпороговых нейтронов, образовавшихся от одного надпорогового. Коэффициент  $M > 1$ , поскольку влетевший в топливо надпороговый нейтрон вызывает деление  $^{238}\text{U}$ . Выведем формулу для расчета  $\mu$ , воспользовавшись выражением (8.4.3) и величиной  $M$  (8.4.4). Рассмотрим разреженную решетку, состоящую из топлива и замедлителя. Пусть в топливе имеется один надпороговый нейтрон и подсчитаем, сколько подпороговых нейтронов вылетит из блока после бесконечного числа соударений. Это и есть число  $M$ .

В разреженной решетке нейтрон, вылетевший из блока, обязательно испытает столкновение в замедлителе, прежде чем попадет в соседний блок и его энергия станет ниже порога деления. Поэтому  $1 - P_{00}$  нейтронов вылетят из блока и окажутся в подпороговой области. Предположим, что из всех возможных видов рассеяния практически только неупругое  $\sigma_{in}$  сопровождается настолько большой потерей энергии, что нейтрон в результате такого соударения переходит в подпороговую область. Поэтому здесь и далее будем считать, что  $\sigma_{in} = \sigma_R$ , а смысл сечений  $\sigma_R$  и  $\sigma_s$  тот же, что и в § 6.9. Тогда испытают рассеяние и будут иметь энергии ниже порога деления  $^{238}\text{U}$   $P_{00} \Sigma_{R0} / \Sigma_{t0}$  нейтронов ( $\Sigma_{t0} = \Sigma_{f0} + \Sigma_{c0} + \Sigma_{R0} + \Sigma_{s0}$  — полное сечение взаимодействия в топливе); вызовут деление ядер  $^{238}\text{U}$   $P_{00} \Sigma_{f0}^8 / \Sigma_{t0}$  нейтронов; поскольку в одном акте деления образуется  $v_f^8(1 - \chi)$  подпороговых нейтронов, то  $P_{00} \Sigma_{f0}^8 v_f^8(1 - \chi) / \Sigma_{t0}$  нейтронов спектра деления сразу станут подпороговыми.

Таким образом, полное число нейтронов с энергией ниже порога деления в результате нулевого и первого столкновений равно:

$$(1 - P_{00}) + P_{00} \Sigma_{R0} / \Sigma_{t0} + P_{00} \Sigma_{f0}^8 v_f^8 (1 - \chi) / \Sigma_{t0} = \\ = P_{00} [\Sigma_{R0} + v_f^8 \Sigma_{f0}^8 (1 - \chi) - \Sigma_{t0}] / \Sigma_{t0} + 1.$$

Определим число нейтронов  $K_1$ , имеющих после первого столкновения энергию выше порога деления  $^{238}\text{U}$ . Очевидно, сюда войдут нейтроны деления  $P_{00} \chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8 / \Sigma_{t0}$  и нейтроны, испытавшие упругое рассеяние на ядрах топлива  $P_{00} \Sigma_{s0} / \Sigma_{t0}$ :

$$K_1 = P_{00} (\chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8 + \Sigma_{s0}) / \Sigma_{t0} = P_{00} z,$$

где

$$z = (\chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8 + \Sigma_{s0}) / \Sigma_{t0}.$$

Из этих нейтронов окажутся подпороговыми вследствие вылета без столкновения  $(1 - P_{00}) P_{00} z$  нейтронов, в результате деления —  $P_{00} (v_f^8 \Sigma_{f0}^8 / \Sigma_{t0} (1 - \chi) P_{00} z$  нейтронов и из-за неупругого соударения —  $P_{00} \frac{\Sigma_{R0}}{\Sigma_{t0}} P_{00} z$  нейтронов, т. е.

$$(1 - P_{00}) P_{00} z + P_{00} (v_f^8 \Sigma_{f0}^8 / \Sigma_{t0} (1 - \chi) P_{00} z + P_{00} (\Sigma_{R0} / \Sigma_{t0}) P_{00} z.$$

Проводя аналогичные рассуждения и далее, находим:

$$M = \left\{ 1 + P_{00} \left[ \frac{\Sigma_{R0} + v_f^8 \Sigma_{f0}^8 (1 - \chi) - \Sigma_{t0}}{\Sigma_{t0}} \right] \right\} + \\ + P_{00} z \left\{ 1 + P_{00} \left[ \frac{\Sigma_{R0} + v_f^8 \Sigma_{f0}^8 (1 - \chi) - \Sigma_{t0}}{\Sigma_{t0}} \right] \right\} + \\ + (P_{00} z)^2 \left\{ 1 + P_{00} \left[ \frac{\Sigma_{R0} + v_f^8 \Sigma_{f0}^8 (1 - \chi) - \Sigma_{t0}}{\Sigma_{t0}} \right] \right\} + \dots = \\ = \frac{1 + P_{00} \left[ \frac{\Sigma_{R0} + v_f^8 \Sigma_{f0}^8 (1 - \chi) - \Sigma_{t0}}{\Sigma_{t0}} \right]}{1 - P_{00} z} = \\ = \frac{\Sigma_{t0} + P_{00} [v_f^8 \Sigma_{f0}^8 (1 - \chi) - \Sigma_{a0} - \Sigma_{s0}]}{\Sigma_{t0} - P_{00} [\chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8 + \Sigma_{s0}]},$$

где  $\Sigma_{a0} = \Sigma_{f0} + \Sigma_{s0}$  — сечение поглощения для топлива. Зная число  $M$ , можно найти коэффициент размножения на быстрых нейтронах (8.4.3):

$$\mu = 1 + \chi \frac{v_f^8 \Sigma_{f0}^8 - \Sigma_{a0}}{\Sigma_{t0} / P_{00} - (\chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8 + \Sigma_{s0})}. \quad (8.4.5)$$

Введем понятие спектрального индекса  $\delta^{28}$ , представляющего собой отношение скоростей деления  $^{238}\text{U}$  и  $^{235}\text{U}$ :

$$\delta^{28} = \Sigma_{f0}^8 \bar{\Phi}_0 / \bar{R}_f^5 \quad (8.4.6)$$

( $\bar{\Phi}_0$  — поток надпороговых нейтронов).

Связь между  $\bar{\Phi}_0$  и  $\bar{R}_f^5$  легко установить из уравнения баланса надпороговых нейтронов в блоке

$$V_0 \Sigma_{t0} \bar{\Phi}_0 = V_0 [\chi v_f^8 \bar{R}_f^5 + \chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8 \bar{\Phi}_0 + \Sigma_{s0} \bar{\Phi}_0] P_{00}, \quad (8.4.7)$$

где  $\bar{v}_f^5$  — среднее по спектру нейтронов в реакторе значение  $v_f$  для  $^{235}\text{U}$ .

В уравнении (8.4.7) не учитываются нейтроны, испытавшие столкновения в замедлителе и попавшие в блок ( $V_1 \Sigma_{s1} \bar{\Phi}_1 P_{10}$ ). Легко убедиться, что поправка, связанная с учетом этого члена, мала для реальных ячеек.

Используя соотношение (8.4.7), запишем выражение для  $\delta^{28}$ :

$$\delta^{28} = \frac{\chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8}{\Sigma_{t0} / P_{00} - (\Sigma_{s0} + \chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8)}. \quad (8.4.8)$$

Пусть для вероятности  $P_{00}$  справедливо приближение Бэлла (8.2.11). Тогда

$$\delta^{28} = \frac{\chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8}{\Sigma_{x0} + a / l_0} = \delta_0^{28} T_{00} \bar{P}_{00}. \quad (8.4.9)$$

Здесь

$$\Sigma_{x0} = \Sigma_{a0} + \Sigma_{R0} - \chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8 \quad (8.4.10)$$

— действующее нейтронное сечение;

$$\delta_0^{28} = \frac{\chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8}{\Sigma_{a0}^8 + \Sigma_{R0}^8 - \chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8} = \frac{\chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8}{\Sigma_{x0}^8}; \quad (8.4.11)$$

$$T_{00} = \Sigma_{x0}^8 / \Sigma_{x0}; \quad (8.4.12)$$

$$\bar{P}_{00} = l_0 \Sigma_{x0} / (l_0 \Sigma_{x0} + a) \quad (a = 1,5). \quad (8.4.13)$$

Формула (8.4.9) имеет ясный физический смысл: универсальный индекс  $\delta_0^{28}$ , являющийся комбинацией ядерных констант, характеризует бесконечный блок из чистого  $^{238}\text{U}$ ;  $T_{00}$  — вероятность для нейтрона, испытавшего в блоке «действующее» столкновение, испытать его в  $^{238}\text{U}$ ;  $\bar{P}_{00}$  — вычисленная через «действующее» сечение вероятность для нейтрона, родившегося в блоке, испытать свое первое столкновение также в топливе.

Отметим, что в сделанных предположениях индекс  $\delta^{28}$  не зависит от сечения рассеяния нейтронов внутри блока  $\Sigma_{s0}$ .

Выразим коэффициент размножения на быстрых нейтронах через спектральный индекс  $\delta^{28}$ :

$$\mu = 1 + \frac{(v_f^8 - \Sigma_{a0}/\Sigma_{f0}^8)}{\bar{v}_f^5} \delta^{28}. \quad (8.4.14)$$

#### 8.4.2. ЗАМЕЧАНИЯ К РАСЧЕТУ $\mu$

1. Выражения (8.4.5), (8.4.7) — (8.4.9) справедливы для разреженных решеток. Из проведенных при выводе формулы (8.4.5) рассуждений, а также из уравнения баланса (8.4.7) следует, что вид этих выражений не изменится при переходе к другим типам решеток. Изменится только выражение для расчета вероятности столкновения — для тесной решетки вероятность  $\bar{P}_{00}$  заменяется на

$$\bar{Q}_{00} = \bar{l}_0 \Sigma_{x0} / (\bar{l}_0 \Sigma_{x0} + a_{\gamma p}). \quad (8.4.15)$$

Слагаемое  $a_{\gamma p}$  учитывает только те нейтроны, которые испытывают столкновения в замедлителе и не могут вызвать деление ядер  $^{238}\text{U}$ . Поскольку рассеяние в замедлителе не обязательно приводит к уводу нейтронов из области надпороговых энергий, то при расчете  $S$  по формуле (8.2.22) необходимо вместо полного сечения  $\Sigma_{t1}$  использовать только ту его часть, которая отвечает за увод нейтронов из данной области, т. е.  $\Sigma_{x1} = \Sigma_{a1} + \Sigma_{R1}$ .

2. Расчет  $\mu$  и вероятности столкновения  $\bar{P}_{00}$  в канальных решетках (при условии отсутствия «перекрестного» эффекта между каналами) можно проводить соответственно по формулам (8.4.14) и (8.4.13). Индекс «0» относится к каналу в целом, т. е. средняя хорда  $\bar{l}_0$  равна диаметру канала, а сечение  $i$ -го вида взаимодействия

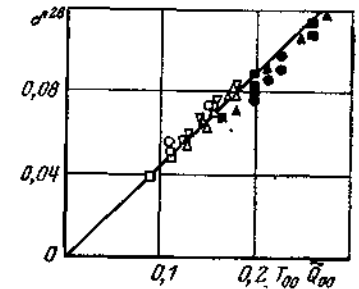
$$\Sigma_{i0} = \sum \Sigma_{ij} \varepsilon_j, \quad (8.4.16)$$

где  $\varepsilon_j = V_j/V_k$  — относительная доля  $j$ -го компонента в канале.

Если условие (8.1.2) для макроячейки не выполняется, то вероятность  $\bar{P}_{00}$  заменяется вероятностью  $\bar{Q}_{00}$  (8.4.15). Коэффициент Данкова—Гинзбурга  $S$  рассчитывается для макроячейки по формуле (8.2.22) с заменой  $\Sigma_{t1}$  на  $\Sigma_{x1}$ . Такой упрощенный расчет сечений в канале объясняется практически гомогенной внутриканальной структурой по отношению к быстрым нейтронам. Последнее следует из того, что длина свободного пробега быстрого нейтрона в канале существенно превышает шаг внутриканальной решетки.

рис 8.8. Сопоставление экспериментальных значений  $\delta^{28}$  (точки) с рассчитанными по формуле (8.4.9) [с заменой  $\bar{P}_{00}$  на  $\bar{Q}_{00}$ ] (линия):

$U_{\text{мет}}$ : ■ —  $d_0 = 0,64$  см, ▲ —  $d_0 = 0,98$  см; ● —  $d_0 = 1,52$  см,  $UO_2$ : ^ —  $d_0 = 0,762$  см; ○ —  $d_0 = 0,85$  см; □ —  $d_0 = 0,94$  см, ▽ —  $d_0 = 0,98$  см; △ —  $d_0 = 1,52$  см



3. В случае высокообогащенного топлива ( $C_5 > 5\%$ ) доля делений  $^{235}\text{U}$  быстрыми нейтронами составляет уже заметную величину, и поэтому необходимо переопределить коэффициент размножения на быстрых нейтронах. С учетом деления  $^{235}\text{U}$  в надпороговой области энергий запишем:

$$\mu_* = \mu \frac{\bar{v}_f^5 \bar{R}_f^5}{\bar{v}_f^5 \bar{R}_f^5 - \bar{v}_f^5 \Sigma_f^5 \bar{\Phi}_0}, \quad (8.4.17)$$

где  $\bar{v}_f^5 \Sigma_f^5 \bar{\Phi}_0$  — число нейтронов, возникших от деления  $^{235}\text{U}$  надпороговыми нейтронами.

4. Все константы, относящиеся к  $^{238}\text{U}$ , усреднены по спектру нейтронов надпороговых энергий и приводятся в приложении III (первая группа).

В заключение отметим, что смысл введения индекса  $\delta^{28}$  состоит в том, что его можно определить экспериментально и тем самым оценить точность расчета  $\mu$ . Для иллюстрации сказанного на рис. 8.8 приведены экспериментальные и расчетные значения  $\delta^{28}$  для различных значений произведения  $T_{00} \bar{Q}_{00}$ . Измерения проводились на уран-водных решетках в широком диапазоне изменения водо-уранового отношения — отношения объемов замедлителя и топлива  $V_1/V_0$  и диаметра твэлов. В качестве топлива использовались металлический уран ( $U_{\text{мет}}$ ) и двуокись урана ( $UO_2$ ). Видно, что расчет достаточно хорошо описывает экспериментальные данные.

#### 8.4.3. ЗАВИСИМОСТЬ $\mu$ ОТ ТИПА РЕАКТОРА И РЕШЕТКИ

Вначале оценим верхнее предельное значение  $\mu$ , соответствующее случаю бесконечной среды, в состав которой входит практически только  $^{238}\text{U}$  (ядерная плотность  $^{238}\text{U}$  мала). Для такой среды  $P_{00} = 1$  и

$$\mu_\infty^8 = 1 + \chi \left[ v_f^8 - \frac{\sigma_a^8}{\sigma_f^8} \right] \frac{\sigma_f^8}{\sigma_x^8}. \quad (8.4.18)$$

Подставляя в выражение (8.4.18) константы для  $^{238}\text{U}$ , относящиеся к первой группе четырехгрупповой системы констант (см. приложение III), получаем  $\mu_{\infty}^8 = 1,31$ . Таким образом, коэффициент размножения на быстрых нейтронах для чистого металлического урана может изменяться от 1 до 1,31. Если же в составе топлива, кроме  $^{238}\text{U}$ , входят и другие элементы, то  $\mu$  уменьшается. Так, для  $\text{UO}_2$  величина  $\mu - 1$  примерно в 2 раза меньше, чем для металлического урана.

В реакторах на быстрых нейтронах  $\mu \approx 1,12 \div 1,16$ . Практически во всех реакторах на тепловых нейтронах  $\mu$  изменяется в довольно узких пределах (от 1,02 до 1,05), причем наибольшее значение коэффициента  $\mu$  в реакторах с тесной решеткой. В таких решетках нейтроны деления, родившиеся в каком-то блоке и не испытавшие в нем столкновения, имеют большую вероятность испытать свое первое соударение с ядрами топлива  $Q_{00}$  в одном из близлежащих блоков (так называемый «перекрестный» эффект). Наличие перекрестного эффекта приводит к тому, что вероятность  $Q_{00}$  значительно выше, чем  $P_{00}$  (для одиночного блока того же состава и геометрии). Это, в свою очередь, ведет к существенному увеличению доли делений ядер  $^{235}\text{U}$  (т. е. индекса  $\delta^{28}$ ). Индекс  $\delta^{28}$  в тесных решетках (водо-водяные реакторы) существенно зависит от отношения  $V_1/V_0$  и плотности замедлителя  $\gamma_1$  (увеличивается при уменьшении  $V_1/V_0$  и  $\gamma_1$ ) и практически не зависит от диаметра твэла при том же самом отношении  $V_1/V_0$ . В водо-водяных реакторах (топливо —  $\text{UO}_2$ ,  $d_0 = 1$  см) в горячем состоянии коэффициент  $\mu \approx 1,04$ . В разреженных решетках  $\mu$  практически зависит только от диаметра твэла, линейно увеличиваясь с увеличением  $d_0$ . Для твэла из металлического урана  $d_0 = 3$  см,  $\mu = 1,036$ . В канальных решетках  $\mu$  меньше, чем в других, и составляет примерно 1,02.

## § 8.5. Вероятность избежать резонансного поглощения

### 8.5.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В § 7.2 упоминалось, что определение вероятности избежать резонансного поглощения  $\varphi$  (так же как и определение других сомножителей коэффициента размножения) зависит от описания жизненного цикла нейтронов. Однако здесь мы воспользуемся общепринятым определением  $\varphi$ , которое было дано в гл. 5. Тогда вероятность избежать резонансного поглощения описывается выражением (5.11.3):

$$\varphi \approx \exp(-\Psi) = \exp\left(-\frac{N_0 I_{a, \text{эф}}}{\langle \xi \Sigma_s \rangle}\right).$$

Там же был рассмотрен подход к расчету скорости поглощения  $\Psi$  и, следовательно, величины  $\varphi$  в бесконечных однородных средах. Отмечалось, что точный аналитический расчет возможен только в некоторых частных случаях.

При вычислении резонансного поглощения в гетерогенной среде задача еще более усложняется, поскольку необходимо учитывать, что поток нейтронов зависит не только от энергии нейтронов (как это имеет место в однородной среде), но и от координат, т. е.

$$\Psi = \frac{1}{V_{\text{яч}}} \int_{V_{\text{яч}}} d\mathbf{r} \int_{E_{\text{гр}}}^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi^{(1)}(\mathbf{r}, E) dE.$$

Последнее выражение приближенно можно заменить следующим:

$$\Psi \approx \frac{1}{V_{\text{яч}}} \int_{V_0} d\mathbf{r} \int_{E_{\text{гр}}}^{\infty} \Sigma_{a0}(E) \Phi^{(1)}(\mathbf{r}, E) dE = \frac{N_0 V_0 I_{a, \text{эф}}}{\langle \xi \Sigma_s \rangle V_{\text{яч}}}.$$

Здесь

$$I_{a, \text{эф}} = \frac{\langle \xi \Sigma_s \rangle}{V_0} \int_{V_0} d\mathbf{r} \int_{E_{\text{гр}}}^{\infty} \sigma_{a0}(E) \Phi^{(1)}(\mathbf{r}, E) dE$$

— эффективный резонансный интеграл в гетерогенной среде [отличие от  $I_{a, \text{эф}}$  в однородной среде состоит в том, что кроме энергетической экранировки (см. п. 5.11.5) учитывается также пространственная];  $V_0$ ;  $V_{\text{яч}}$  — объемы топлива и ячейки соответственно;  $N_0$  — ядерная плотность поглотителя (топлива);  $\langle \xi \Sigma_s \rangle$  — средняя по ячейке замедляющая способность.

Обычно замедляющая способность ячейки практически полностью определяется замедлителем. В соответствии с этим расчетная формула для определения вероятности избежать резонансного поглощения принимает вид:

$$\varphi = \exp(-\Psi) = \exp\left[-\frac{N_0 V_0}{\langle \xi \Sigma_s \rangle_1 V_1} I_{a, \text{эф}}\right], \quad (8.5.1)$$

где

$$\Psi = \frac{N_0 V_0}{\langle \xi \Sigma_s \rangle_1 V_1} I_{a, \text{эф}}. \quad (8.5.2)$$

Таким образом, расчет резонансного поглощения в гетерогенных средах сводится к расчету эффективного резонансного интеграла. Напомним, что  $\varphi$  определяется эффективным резонансным интегралом только для  $^{238}\text{U}$ , а для остальных материалов — истинным резонансным интегралом поглощения  $I_{a, \infty}$  (см. п. 5.11.2). Поэтому проведенное ниже рассмотрение относится к  $^{238}\text{U}$ .

Существует несколько подходов к отысканию эффективного резонансного интеграла. Мы рассмотрим подход, в котором  $I_{a, \text{эф}}$  определяется с помощью вероятностей первых столкновений.

### 8.5.2. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ВПС ДЛЯ РАСЧЕТА ЭФФЕКТИВНОГО РЕЗОНАНСНОГО ИНТЕГРАЛА

Начнем, как и в случае  $\mu$ , с разреженной решетки, состоящей из топлива и замедлителя. Топливо представляет собой гомогенную смесь поглотителя (индекс «п») и рассеяния (индекс «р»). Если рассеиватель состоит из легких ядер, то он будет также замедлять нейтроны. Сечения рассеяния замедлителя  $\sigma_{s1}$  и рассеивателя  $\sigma_{sp}$  принимаются постоянными или слабо меняющимися с энергией. Поглощение в замедлителе и рассеивателе равно нулю.

Интегральное уравнение замедления в ячейке запишем в форме, аналогичной уравнению (5.11.13):

$$\begin{aligned} V_0 \Sigma_{t0}(E) \bar{\Phi}_0(E) = P_{00} V_0 \int_E^{E_{\alpha_n}} \bar{\Phi}_0(E') \Sigma_{sn}(E') \frac{dE'}{(1 - \alpha_n) E'} + \\ + P_{00} V_0 \int_E^{E_{\alpha_p}} \bar{\Phi}_0(E') \Sigma_{sp} \frac{dE'}{(1 - \alpha_p) E'} + \\ + P_{10} V_1 \int_E^{E_{\alpha_1}} \bar{\Phi}_1(E') \Sigma_{s1} \frac{dE'}{(1 - \alpha_1) E'}. \end{aligned} \quad (8.5.3)$$

Здесь  $\Sigma_{t0}(E) = \Sigma_{tn}(E) + \Sigma_{tp}$ ;  $\Sigma_{tn}(E) = \Sigma_{sn}(E) + \Sigma_{ap}(E)$ ;  $\bar{\Phi}_0(E)$  и  $\bar{\Phi}_1(E)$  — усредненные соответственно по объемам  $V_0$  и  $V_1$  потоки нейтронов, имеющих энергию  $E$ ;  $P_{00}$  и  $P_{10}$  — вероятности для нейтронов, родившихся от однородных и изотропных источников в зонах «0» и «1», испытать первое столкновение в топливном блоке.

Уравнение (8.5.3) описывает баланс нейтронов в ячейке. Оно приводится к уравнению (5.11.13) для гомогенной смеси топлива и замедлителя, если имеется только одна зона «0», т. е.  $V_1 = 0$  и  $P_{00} = 1$ . Индекс «п» заменяется при этом индексом «0», а индекс «р» — «1».

Поскольку при вычислении вероятностей  $P_{00}$  и  $P_{01}$  делается предположение об однородности источников нейтронов в зонах «0» и «1», то уравнение (8.5.3) записывается в приближении «плоского» потока. В большинстве гетерогенных систем это предположение выполняется при получении основных зависимостей.

Как и в случае гомогенного реактора, несколько упростим исходное уравнение (8.5.3). Поскольку вероятности  $P_{10}$  и  $P_{01}$  связаны между собой теоремой взаимности (8.2.5)  $P_{10} V_1 \Sigma_{t1} = V_0 \Sigma_{t0} P_{01}$ , то

$$P_{10} = \frac{V_0 \Sigma_{t0}}{V_1 \Sigma_{t1}} P_{01} = \frac{V_0 \Sigma_{t0}}{V_1 \Sigma_{s1}} (1 - P_{00}).$$

Будем считать, что ядра замедлителя и рассеивателя легкие. Основной вклад в интегралы рассеяния на легких ядрах вносят области, далекие от резонансов, где  $\bar{\Phi}_1(E)/\bar{\Phi}_0(E) \simeq 1$ , а поток нейтронов можно заменить его асимптотическим значением, отнормированным таким образом, чтобы в ячейке в 1 с рождался один нейтрон:

$$\bar{\Phi}_0(E) = \frac{1}{\xi \Sigma_s (V_0 + V_1) E}.$$

Используя эти предположения, можно вычислить второй и третий интегралы в уравнении (8.5.3):

$$\begin{aligned} \Sigma_{t0}(E) \bar{\Phi}_0(E) = P_{00} \int_E^{E_{\alpha_n}} \frac{\Sigma_{sn}(E') \bar{\Phi}_0(E') dE'}{(1 - \alpha_n) E'} + \\ + \frac{P_{00} \Sigma_{sp} + (1 - P_{00}) \Sigma_{t0}}{E (V_0 + V_1) \xi \Sigma_s}. \end{aligned} \quad (8.5.4)$$

Для удобства введем скорость столкновений  $R_0(E)$ , приходящуюся на одно ядро поглотителя,

$$R_0(E) = \xi \Sigma_s E \bar{\Phi}_0(E) \left( \sigma_{tn}(E) + \frac{N_p}{N_n} \sigma_{sp} \right) (V_0 + V_1); \quad (8.5.5)$$

получим:

$$\begin{aligned} \frac{1}{E} R_0(E) = P_{00} \int_E^{E_{\alpha_n}} \frac{\sigma_{sn}(E')}{\sigma_{tn}(E') + \sigma_m} \frac{R_0(E')}{E'} \frac{dE'}{E' (1 - \alpha_n)} + \\ + \frac{1}{E} [P_{00} \sigma_m + (1 - P_{00}) (\sigma_{tn}(E) + \sigma_m)], \end{aligned} \quad (8.5.6)$$

где

$$\sigma_m = \sigma_{sp} N_p / N_n \quad (8.5.7)$$

— сечение рассеивателя, отнесенное к одному ядру поглотителя. От энергии  $E$  перейдем к логарифму  $u = \ln(E_1/E)$ , где  $E_1$  — энергия, выше которой сечение резонансного поглощения пренебрежимо мало, а поток нейтронов имеет свой асимптотический вид, т. е. пропорционален  $1/E$ .

В терминах логарифма уравнение замедления (8.5.6) запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} R_0(u) = \frac{P_{00}}{(1 - \alpha_n)} \int_{u + \ln \alpha_n}^u \frac{\sigma_{sn}(u')}{(\sigma_{tn}(u') + \sigma_m)} R_0(u') du' + \\ + \frac{\exp(u)}{E_1} [P_{00} \sigma_m + (1 - P_{00}) (\sigma_{tn}(u) + \sigma_m)]. \end{aligned} \quad (8.5.8)$$



Отметим, что уравнение (8.5.8) описывает спектр в гомогенной среде, если, как и прежде, положить  $P_{00}=1$  и заменить индексы:

$$R_{\text{гом}}(u) = \frac{1}{(1-\alpha_0)} \int_{u+\ln \alpha_0}^u \frac{\sigma_{\text{сп}}(u')}{\sigma_{\text{тн}}(u') + \sigma_3} \times \\ \times R_{\text{гом}}(u') du' + \frac{\exp(u)}{E_1} \sigma_3, \quad (8.5.9)$$

где

$$\sigma_3 = \sigma_{s1} N_1 / N_n. \quad (8.5.10)$$

Чтобы решить интегральное уравнение (8.5.8), обратимся к приближению узких резонансов (см. п. 5.11.3). Напомним, что в этом приближении поглощение велико лишь в интервале значительно более узком, чем ширина ступеньки замедления на поглотителе  $(1-\alpha_n)E_i$ . Поэтому под интегралом можно без большой ошибки считать скорость замедления фермиевской. Тогда решение уравнения (8.5.8) есть

$$R_0^{\text{ур}}(u) = \frac{\exp(u)}{E_1} [(\sigma_{\text{сп}}(u) + \sigma_m) + (1-P_{00})\sigma_{\text{ан}}(u)]. \quad (8.5.11)$$

Вероятность избежать резонансного поглощения  $\Phi$  определяется формулой [ср. с (5.11.2)]

$$\Phi = \exp \left[ -N_n V_0 \int_{(\Delta E)_{\text{рез}}} \sigma_{\text{ан}}(E) \bar{\Phi}_0(E) dE \right]. \quad (8.5.12)$$

В подынтегральном выражении перейдем от потока  $\bar{\Phi}_0(E)$  к скорости столкновений  $R_0(u)$ :

$$\Phi = \exp \left[ -\frac{N_n V_0}{\xi \Sigma_s (V_0 + V_1)} \int_{(\Delta E)_{\text{рез}}} \frac{\sigma_{\text{ан}}(E)}{(\sigma_{\text{тн}}(E) + \sigma_m)} \frac{R_0(E)}{E} dE \right] = \\ = \exp \left[ -\frac{N_n V_0}{\xi \Sigma_s (V_0 + V_1)} I_{\text{эф}} \right], \quad (8.5.13)$$

где

$$I_{\text{эф}} = E_1 \int_{\Delta u_{\text{рез}}} \frac{\sigma_{\text{ан}}(u)}{(\sigma_{\text{тн}}(u) + \sigma_m)} \exp(-u) R_0(u) du \quad (8.5.14)$$

— эффективный резонансный интеграл. Подставляя в последнее выражение вместо  $R_0$  его значение из (8.5.11), находим:

$$I_{\text{эф}}^{\text{ур}} = \int_{(\Delta u)_{\text{рез}}} \sigma_{\text{ан}}(u) \frac{\sigma_{\text{сп}}(u) + \sigma_m}{\sigma_{\text{тн}}(u) + \sigma_m} du + \\ + \int_{(\Delta u)_{\text{рез}}} \sigma_{\text{ан}}(u) \frac{(1-P_{00})\sigma_{\text{ан}}(u)}{\sigma_{\text{тн}}(u) + \sigma_m} du. \quad (8.5.15)$$

В правой части последнего выражения первый член представляет собой вклад в эффективный резонансный интеграл неблокируемого поглощения, второй — блокируемого.

Как видно из (8.5.15), расчет резонансного поглощения зависит от вида вероятности  $P_{00}$ . В п. 8.2.2 указывалось, что при расчете резонансного поглощения аппроксимирующие выражения для вероятности столкновения  $P_{00}$  должны по возможности иметь простую аналитическую форму. Поэтому используем рациональное приближение Бэлла (8.2.11):

$$P_{00} = \frac{\bar{l}_0 \Sigma_{t0}}{a + \bar{l}_0 \Sigma_{t0}} = \frac{\bar{l}_0' \Sigma_{t0}}{1 + \bar{l}_0' \Sigma_{t0}} = \frac{\bar{l}_0' N_n (\sigma_{\text{тн}} + \sigma_m)}{1 + \bar{l}_0' N_n (\sigma_{\text{тн}} + \sigma_m)}, \quad (8.5.16)$$

где  $\bar{l}_0' = \bar{l}_0/a$ .

Подставляя выражение для  $P_{00}$  в (8.5.8) и (8.5.14), получаем:

$$R_0'(u) = \frac{R_0(u)}{P_{00}} = \frac{1}{(1-\alpha_n)} \int_{u+\ln \alpha_n}^u \frac{\sigma_{\text{сп}}(u')}{\sigma_{\text{тн}}(u') + [\sigma_m + 1/(\bar{l}_0' N_n)]} \times \\ \times R_0'(u') du' + \frac{\exp(u)}{E_1} \left[ \sigma_m + \frac{1}{\bar{l}_0' N_n} \right]; \quad (8.5.17)$$

$$I_{\text{эф}} = E_1 \int_{\Delta u_{\text{рез}}} \frac{\sigma_{\text{ан}}(u)}{\sigma_{\text{тн}}(u) + [\sigma_m + 1/(\bar{l}_0' N_n)]} \exp(-u) R_0'(u) du. \quad (8.5.18)$$

Легко видеть, что величина  $1/(\bar{l}_0' N_n)$  входит в последние два выражения точно таким же образом, как и сечение  $\sigma_m$ . Отсюда вытекает первое соотношение эквивалентности: *гетерогенные среды с одинаковыми значениями суммы  $\sigma_m + 1/(\bar{l}_0' N_n)$  имеют одинаковые резонансные интегралы независимо от соотношения слагаемых в этой сумме, т. е.*

$$I_{\text{эф}}(\sigma_m + 1/(\bar{l}_0' N_n)) = \text{const}, \text{ если } \sigma_m + \frac{1}{\bar{l}_0' N_n} = \text{const}. \quad (8.5.19)$$

Сравним теперь уравнение для  $R_0'(u)$  (8.5.17) с уравнением для  $R_{\text{гом}}(u)$  (8.5.9), чтобы установить второе соотношение эквивалентности: *резонансные интегралы для гетерогенных и гомогенных сред одинаковы, если*

$$\sigma_m + 1/(\bar{l}_0' N_n) = \sigma_3. \quad (8.5.20)$$

Следовательно,  $1/(\bar{l}_0' N_n)$  представляет собой вклад эффектов гетерогенности в сечение рассеивателя  $\sigma_m$ . Величину  $\sigma_m + 1/(\bar{l}_0' N_n)$  часто обозначают  $\sigma_{\text{р экв}}$  — эффективное микроскопическое сечение рассеяния.

Первое из названных выше соотношений эквивалентности было подтверждено экспериментально при сравнении резонансных интегралов в гетерогенных средах с металлическим ураном и двуокисью урана. В общем случае соотношения эквивалентности не являются абсолютно точными, однако могут успешно применяться в большинстве практических задач (пример, подтверждающий это, приведен ниже). Чтобы повысить точность соотношений (8.5.19) и (8.5.20), необходимо принимать для  $P_{00}$  более сложные выражения, например (8.2.15). Отметим также, что эти соотношения справедливы только в приближении узких резонансов.

### 8.5.3. РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОГО РЕЗОНАНСНОГО ИНТЕГРАЛА В РАЗЛИЧНЫХ РЕШЕТКАХ И В ГОМОГЕННОЙ СРЕДЕ

**Разреженные решетки.** Оценим приближенную зависимость эффективного резонансного интеграла от геометрии блока и содержащегося в нем рассеивателя, анализируя выражение (8.5.15). Воспользуемся для вероятности столкновения  $P_{00}$ , как и ранее, приближением Бэлла (8.5.16) и подставим его в (8.5.15). В результате несложных преобразований получим для  $i$ -го уровня:

$$I_{a\text{эф}}^{\text{yp}} \approx \frac{\pi \Gamma_{\gamma}^i \sigma_a^i}{2E_{ri}} \sqrt{\frac{\sigma_{pn} + \sigma_m}{\sigma_a^i} + \frac{1/(\bar{l}_0 N_n)}{\sigma_a^i}}, \quad (8.5.21)$$

где  $\sigma_{pn}$  — сечение потенциального рассеяния поглотителя. Зависимость от геометрии блока характеризуется последним членом. Действительно,

$$\frac{1}{\bar{l}_0 N_n} = \frac{a}{\bar{l}_0 N_n} = \frac{aF}{4V_0 N_n} \approx \frac{F}{M}$$

( $F$  — площадь поверхности топливного блока;  $M$  — масса поглотителя в блоке). Выражение (8.5.21) приближенно можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} I_{a\text{эф}}^{\text{yp}} &\approx \sqrt{\mathcal{A}' + \mathcal{B}' \frac{F}{M} \left(1 + \frac{\bar{l}_0}{a} \Sigma_m\right)} \approx \\ &\approx \mathcal{A} + \mathcal{B} \sqrt{\frac{F}{M} \left(1 + \frac{\bar{l}_0}{a} \Sigma_m\right)}. \end{aligned} \quad (8.5.22)$$

Здесь  $\mathcal{A}'$ ,  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}'$ ,  $\mathcal{B}$  — константы, зависящие от вида топлива;  $\Sigma_m = N_p \sigma_{sp}$  — макроскопическое сечение рассеивателя, содержащегося в блоке.

Необходимо отметить, что впервые двухчленная формула для расчета  $I_{a\text{эф}}$  в виде

$$I_{a\text{эф}} = \mathcal{A} + \mathcal{B} \sqrt{\frac{F}{M}} \quad (8.5.23)$$

была получена советскими учеными И. И. Гуревичем и И. Я. Померанчуком в 1943 г. Формула (8.5.23) значительно лучше описывает экспериментальные данные по резонансному поглощению, чем формула

$$I_{a\text{эф}} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{B}_1 \frac{F}{M}, \quad (8.5.24)$$

полученная примерно в то же время американскими учеными (Вигнером и др.), что свидетельствует о правильности подхода в методе И. И. Гуревича и И. Я. Померанчука к расчету эффективного резонансного интеграла в гетерогенных средах.

На основе обработки экспериментальных данных по резонансному поглощению при температуре 300 К в решетках из металлического урана и двуокиси урана были предложены следующие расчетные формулы:

а) для металлического урана

$$I_{a\text{эф}} = 4,05 + 25,8 \sqrt{\frac{F}{M}} \quad (0,07 \leq \frac{F}{M} \leq 0,53); \quad (8.5.25)$$

б) для двуокиси урана

$$I_{a\text{эф}} = 5,55 + 26,6 \sqrt{\frac{F}{M}} \quad (0,08 \leq \frac{F}{M} \leq 0,70). \quad (8.5.26)$$

Отношение  $F/M$  имеет размерность  $\text{см}^2/\text{г}$ , а  $I_{a\text{эф}}$  —  $10^{-24} \text{ см}^2$ . Формулы (8.5.25) и (8.5.26) учитывают поглощение по закону  $1/v$ . Напомним, что вклад в  $I_{a\text{эф}}$  этого поглощения для  $^{238}\text{U}$  равен  $1,1 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$  (п. 5.11.2).

В общем случае формула для расчета эффективного резонансного интеграла при наличии в топливе рассеивателя имеет вид (8.5.22):

$$I_{a\text{эф}} = 4,05 + 25,8 \sqrt{\frac{F}{M} \left(1 + \frac{\bar{l}_0}{a} \Sigma_m\right)}. \quad (8.5.27)$$

Выше (см. § 8.2) было указано, что при вычислении  $P_{00}$  по формуле (8.2.11) в резонансной области для «черных» блоков с параметром Бэлла  $a=1,16$  получается наилучшее согласие с расчетом  $P_{00}$  по точным формулам. В действительности поглощение нейтронов происходит не только при энергиях, близких к максимуму резонанса (блоки «черные»), а и при меньших оптических толщинах. Вследствие этого параметр  $a$  несколько

Таблица 8.3. Эффективность различных рассеивателей

Рассеиватель	Массовое число $A$	Значение $\lambda$ фактора
Водород, графит	1—12	1,0
Кислород	16	0,94
Алюминий	27	0,90
Железо	56	0,50
Уран, плутоний	$\geq 235$	0,20

увеличивается и, как показывает сравнение значений эффективного резонансного интеграла с экспериментальными данными и точными расчетами, наилучшее согласие имеет место при  $a=1,27$ .

Выписав точное интегральное уравнение (8.5.3), упростили его, предположив, что рассеиватель и замедлитель содержат только легкие ядра

и что по отношению к этим компонентам среды использовано приближение узких резонансов.

Желательно обобщить такое рассмотрение, не усложняя само уравнение. Кроме того, было бы очень удобно всегда считать резонансы узкими и по отношению к рассеянию нейтронов на поглотителе. Это можно сделать, введя эффективность рассеивателя или  $\lambda$ -фактор, который учитывает отклонение от УР-приближения по отношению к потере энергии на рассеивателе. Тогда макроскопическое сечение рассеивателя, содержащегося в блоке, определяется выражением

$$\Sigma_m = \Sigma'_{p0} \lambda, \quad (8.5.28)$$

где  $\Sigma'_{p0}$  — сечение потенциального рассеяния для всех ядер, кроме поглотителя. В расчетах можно пользоваться усредненными по всей резонансной области значениями  $\lambda$ -факторов (табл. 8.3). Если в топливе содержится несколько сортов ядер с различными атомными массами, то

$$\Sigma_{p0} \lambda = N_n \sum_i \lambda_i \sigma_{pi}^j.$$

**Тесные решетки.** В таких решетках твэлы расположены настолько близко друг к другу, что спектр падающих на их поверхность нейтронов существенно зависит от присутствия соседних блоков (эффект затенения блоков); это приводит к заметному увеличению вероятности избежать резонансного поглощения. Условно можно считать, что в тесных решетках блоки захватывают нейтроны только частью своей поверхности вследствие затенения — эффективной поверхностью  $F_{эф}$ . Этим самым учитывается обеднение спектра нейтронов, падающих на блок, резонансными нейтронами.

Вероятность первого столкновения нейтронов с топливом  $Q_{00}$  запишем, как и ранее (8.2.19), в рациональной форме

$$Q_{00} = \frac{\Sigma_m \bar{l}_{0эф}}{\Sigma_{i0} \bar{l}_{0эф} + a}. \quad (8.5.29)$$

Здесь  $\bar{l}_{0эф}$  — эффективная средняя хорда в топливе:

$$\bar{l}_{0эф} = 4V_0/F_{эф}. \quad (8.5.30)$$

Тогда

$$Q_{00} = \frac{\bar{l}_{0} \Sigma_{i0}}{\bar{l}_{0} \Sigma_{i0} + a F_{эф}/F}. \quad (8.5.31)$$

Из сравнения формулы (8.5.31) с (8.2.19) видно, что

$$F_{эф}/F = \gamma_p. \quad (8.5.32)$$

Коэффициент затенения блоков в тесной решетке  $\gamma_p$  вычисляется по формуле (8.2.20). При  $a=1$

$$F_{эф}/F = C, \quad (8.5.33)$$

т. е. для рационального приближения Вигнера коэффициент  $C$  представляет собой отношение эффективной поверхности блока к истинной.

Как видно из формулы (8.2.22), коэффициент  $C$  зависит только от свойств и размеров замедлителя. Чем ближе блоки расположены друг к другу (теснее решетка), тем меньше  $C$  (в случае разреженной решетки  $C \rightarrow 1$ ). Таким образом, распространение метода ВПС для расчета эффективного резонансного интеграла в тесных решетках приводит к следующей формуле:

$$I_{aэф} = 4,05 + 25,8 \sqrt{\frac{F}{M} \left(1 + \frac{\bar{l}_0}{a} \Sigma_m\right) \gamma_p}. \quad (8.5.34)$$

Соответственно для блоков из  $UO_2$  имеем:

$$I_{aэф} = 5,55 + 26,6 \sqrt{\gamma_p F/M}. \quad (8.5.35)$$

Коэффициент затенения в решетке  $\gamma_p$  вычисляется по формуле (8.2.20) при  $a=1,27$ , вероятность  $C$  — по формуле (8.2.22). Полное сечение замедлителя  $\sigma_{i1}$  принимается для третьей группы четырехгрупповой системы констант (приложение III).

Справедливость распространения метода ВПС для расчета резонансного поглощения наглядно видна из рис. 8.9, где в качестве примера представлены экспериментальные и расчетные [формула (8.5.34)] значения эффективного резонансного интеграла поглощения для уран-водных решеток. В большинстве случаев отклонения в  $I_{aэф}$  не превышают  $\pm 10\%$ .

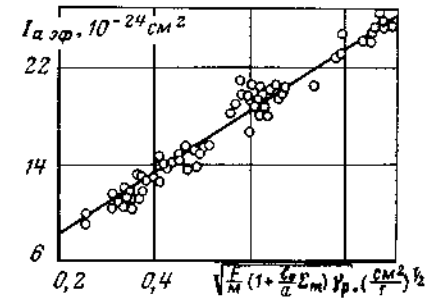


Рис. 8.9 Рассчитанные по формуле (8.5.34) (линия) и экспериментальные (точки) значения  $I_{aэф}$  (топливо — металлический уран и  $UO_2$ )

Дальнейшее распространение теорем эквивалентности на тесные решетки с взаимным экранированием блоков при резонансных энергиях нейтронов можно осуществить следующим образом. Исходное интегральное уравнение (8.5.3) не изменится, если под  $P_{00}$  понимать вероятность первого столкновения нейтрона в любом топливном блоке решетки, а не только в том, где нейтрон возник, т. е.  $P_{00}$  заменить  $Q_{00}$ . Тогда соотношения эквивалентности примут вид:

$$I_{a \text{ эф}} \left( \sigma_m + \frac{1}{\bar{l}'_{0 \text{ эф}} N_p} \right) = \text{const}, \text{ если } \sigma_m + \frac{1}{\bar{l}'_{0 \text{ эф}} N_p} = \text{const}$$

и

$$\sigma_m + 1/(\bar{l}'_{0 \text{ эф}} N_p) = \sigma_a, \quad (8.5.36)$$

где

$$\bar{l}'_{0 \text{ эф}} = \bar{l}_{0 \text{ эф}}/a = 4V_0(aF_{\text{эф}}). \quad (8.5.37)$$

**Канальные решетки.** Распространение метода ВПС на канальные решетки позволяет определить (хотя и приближенно) эффективный резонансный интеграл и в этом случае. Будем считать (и в этом состоит приближение), что все твэлы в канале находятся в одинаковых условиях. В действительности это не так. Как уже упоминалось в § 8.1, внутри канала твэлы расположены близко друг к другу, что приводит к их взаимному затенению. Понятно, что этот эффект проявляется по-разному для разных рядов твэлов: периферийные затеняются соседними в значительно меньшей мере, нежели центральные. Чем больше твэлов в канале, тем точнее расчет резонансного поглощения в решетках такого типа.

Толщина внеканального замедлителя в реальных решетках, как правило, значительно превышает длину свободного пробега нейтронов резонансных энергий и поэтому взаимное влияние каналов можно не учитывать.

При этих предположениях взаимное затенение твэлов в канале можно определить через коэффициент  $\gamma_k$ , введенный в п. 8.2.4, который по аналогии с коэффициентом затенения в тесной решетке представим в виде

$$\gamma_k = F_{\text{эф}}^k / F, \quad (8.5.38)$$

где  $F_{\text{эф}}^k$  — эффективная поверхность твэлов в канале. Соответственно эффективный резонансный интеграл

$$I_{a \text{ эф}} = 4,05 + 25,8 \sqrt{\frac{F}{M} \left( 1 + \frac{\bar{l}_0}{a} \Sigma_m \right) \gamma_k}, \quad (8.5.39)$$

или для  $\text{UO}_2$

$$I_{a \text{ эф}} = 5,55 + 26,6 \sqrt{\frac{F}{M} \gamma_k}. \quad (8.5.40)$$

Если каналы расположены достаточно близко друг к другу и необходимо учесть их взаимное влияние, то в этом случае коэффициент  $B$  в выражении (8.2.29) определяется формулой (8.2.34). Нетрудно понять, что можно сделать следующий шаг в распространении теорем эквивалентности на канальные решетки с соответствующей заменой  $F_{\text{эф}}$  на  $F_{\text{эф}}^k$  в выражениях (8.5.36) и (8.5.37). Необходимо помнить, что приближенное вычисление коэффициента затенения канальной решетки  $\gamma_k$  может привести к заметным различиям в значениях резонансных интегралов для однородных и соответствующих гетерогенных систем.

Интересно проверить несколько предельных случаев и исследовать соответствие величин  $\gamma_k$  и  $\gamma_p$ .

1. Каналы стоят вплотную. При этом вероятность для нейтрона, вылетевшего из канала, испытать свое следующее столкновение в замедлителе  $C_k$  равна нулю, коэффициент  $B \rightarrow \infty$  (8.2.34) и  $\gamma_k \rightarrow \gamma_p$ .

2. Разреженная внутри- и внеканальная решетка. Эффекты затенения отсутствуют как в самом канале, так и между каналами, поэтому  $\gamma_p = \gamma_k \rightarrow 1$ .

3. Предельно тесная внутриканальная решетка ( $m$  блоков слились в один). В такой решетке коэффициент Данкова — Гинзбурга  $C \rightarrow 0$  и соответственно  $\gamma_p \rightarrow 0$ ; вероятность  $G_{01}$  также стремится к нулю, поверхность топливного блока  $F$  заменяется поверхностью ячейки  $F_{\text{яч}}$  и  $\gamma_k \rightarrow 1$ .

4. Число блоков в канале неограниченно возрастает ( $m \rightarrow \infty$ ). При этом  $B \rightarrow \infty$  (8.2.30) и  $\gamma_k \rightarrow \gamma_p$ .

**Гомогенная среда.** Расчет резонансных интегралов в гомогенных средах уже рассматривался в гл. 5. Тем не менее целесообразно еще раз вернуться к этому вопросу, чтобы привести некоторые расчетные рекомендации и проверить соотношение эквивалентности.

Из выражения (8.5.21) следует зависимость эффективного резонансного интеграла для гомогенных смесей от сечения потенциального рассеяния поглотителя  $\sigma_{p \text{ п}}$  и сечения рассеяния  $\sigma_{\text{зам}}$  (8.5.10):

$$I_{a \text{ эф}}^{\text{гом}} \sim \sqrt{(\sigma_{p \text{ п}} + \sigma_{\text{зам}})}.$$

Обычно в гомогенных средах число ядер замедлителя существенно превышает число ядер  $i$ -го поглотителя, т. е.  $N_{\text{зам}} \gg N_0^i$ , и эффективный резонансный интеграл хорошо аппроксимируется зависимостью

$$I_{a \text{ эф}}^{\text{гом}} = A'_i + C'_i \sqrt{\sigma_{\text{зам}}^i / (\sigma_{\text{зам}}^i + D_i)} \quad (8.5.41)$$

где  $A'_i$ ,  $C'_i$ ,  $D_i$  — коэффициенты, определяемые экспериментально и зависящие от вида поглотителя и интервала энергий, для которого определяется  $I_{a \text{ эф}}$ . Сечение  $\sigma_{\text{зам}}^i$  представляет собой сечение потенциального рассеяния смеси, отнесенное к одному атому поглотителя, т. е.

$$\sigma_{\text{зам}}^i = \left( \sum_j \sigma_j^i N_j \right) / N_i \quad (8.5.42)$$

(суммирование проводится по всем  $j$ -м компонентам смеси).

9\*

Таблица 8.4. Значения коэффициентов для различных нуклидов

Нуклид	A	C	D	A <sub>f</sub>	C <sub>f</sub>	D <sub>f</sub>
<sup>235</sup> U	21,1	18,9	1482	37,3	26,8	1432
<sup>239</sup> Pu	25,8	30,5	2641	42,8	45,6	2449
<sup>240</sup> Pu	-0,96	959,6	138 520	—	—	—
<sup>241</sup> Pu	32,8	57,8	3052	56,7	96,1	2842

Как следует из (5.118), формула для эффективного сечения поглощения  $\sigma_{a, \text{гом}}$  аналогична формуле (8.5.41) только с другими коэффициентами:

$$A_i = A'_i / \Delta u; \quad C_i = C'_i / \Delta u, \quad (8.5.43)$$

где  $\Delta u$  — разность латаргий.

Поскольку в дальнейшем мы будем пользоваться четырехгрупповой системой констант (см. § 10.6), то  $\Delta u = 9,0884$  — разность латаргий для третьей энергетической группы. Значения коэффициентов  $A_i$ ,  $C_i$  и  $D_i$  для различных  $i$ -х нуклидов приведены в табл. 8.4. В зависимости от сечения  $\sigma_{\text{зам}}$  можно представить не только эффективный резонансный интеграл, но также и произведение

$$(\nu \sigma)_f^i = A_f^i + C_f^i \sqrt{\sigma_{\text{зам}}^i / (\sigma_{\text{зам}}^i + D_f^i)}. \quad (8.5.44)$$

Значения коэффициентов  $A_i$ ,  $C_i$ ,  $D_i$ , а также  $A_f^i$ ,  $C_f^i$  и  $D_f^i$  выбирались таким образом, чтобы обеспечить правильные предельные переходы к значениям резонансных интегралов поглощения и деления при бесконечном разбавлении, приведенных в приложении I.

В заключение покажем, насколько хорошо выполняется второе соотношение эквивалентности (8.5.20). В качестве примера рассмотрим среду, состоящую из <sup>238</sup>U, для которой вычислим эффективное сечение поглощения по формуле для гомогенной среды и по формуле для гетерогенной — через эффективный резонансный интеграл (8.5.25). В первом случае формула имеет вид

$$\sigma_{a, \text{гом}}^8 = -0,4265 + 30,8 \sqrt{\frac{\sigma_{p, \text{экр}}^8}{\sigma_{p, \text{экр}}^8 + 8158}}, \quad (8.5.45)$$

где

$$\sigma_{p, \text{экр}}^8 = \sigma_p^8 + \frac{1}{I_0 N_8} = \sigma_p^8 + \frac{F}{M_8} a \frac{A_8}{4N_A} = 8,7 + 98,8 a \frac{F}{M_8}. \quad (8.5.46)$$

Здесь  $\sigma_p^8 = 8,7 \cdot 10^{-24}$  см<sup>2</sup> — сечение потенциального рассеяния <sup>238</sup>U, соответствующее третьей группе четырехгрупповой системы констант (см приложение III);  $a$  — параметр Бэлла;  $A_8$  — атомная масса <sup>238</sup>U;  $M_8$  — масса <sup>238</sup>U;  $N_A$  — число Авогадро.

В значении эффективного резонансного интеграла учитывается поглощение во всей области замедления — от 10 МэВ до  $E_{\text{гр}}$ . Поскольку в данном случае нас интересует область замедления от 5,5 кэВ до 0,625 эВ, то из значений  $I_{a, \text{эф}}$  необходимо вычесть значение резонансного интеграла, соответствующее интервалу энергий от 10 МэВ до 5,5 кэВ. Принимая значения сечений

поглощения для <sup>238</sup>U из таблицы в приложении III, получаем следующую расчетную формулу:

$$\begin{aligned} \sigma_{a, \text{гет}}^8 &= \frac{I_{a, \text{эф}} - I_{a, \text{эф}}(10 \rightarrow 0,0055)}{\Delta u} = \\ &= \frac{2,95 - 25,8 \sqrt{F/M} + 1,1 - 2,42}{9,0884} = \\ &= 0,1793 + 2,839 \sqrt{\frac{F}{M}} \quad (8.5.47) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [I_{a, \text{эф}}(10 \rightarrow 0,0055) &= \\ &= I_{a, \text{эф}}^{(1)}(10 \rightarrow 0,821) + \\ &+ I_{a, \text{эф}}^{(2)}(0,821 \rightarrow 0,0055) = \\ &= \Delta u_1 \sigma_{a, \text{эф}}^{(1)} + \Delta u_2 \sigma_{a, \text{эф}}^{(2)} = \\ &= 2,5 \cdot 0,4282 + 0,2694 \cdot 5,0 = \\ &= 2,42 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2]. \end{aligned}$$

Результаты расчетов для различных значений отношения  $F/M_8$  представлены в табл. 8.5. Видно, что расхождения между  $\sigma_{a, \text{гет}}^8$  и  $\sigma_{a, \text{гом}}^8$  лежат в пределах  $\pm 5\%$ , что вполне приемлемо. Отметим, что сечение  $\sigma_{p, \text{экр}}^8$  находили при  $a=1$ , т. е. в приближении Вигнера.

Таким образом, теорему эквивалентности между гомогенными и гетерогенными средами (8.5.20) можно применять для оценок сечений в области энергий замедляющихся нейтронов. Пусть, например, надо определить эффективное сечение поглотителя, концентрация ядер которого значительно меньше концентрации ядер основного поглотителя <sup>238</sup>U. В этом случае формула для расчета эффективного сечения поглощения  $i$ -го поглотителя аналогична формуле (8.5.41) с соответствующими коэффициентами (8.5.43), а сечение  $\sigma_{a, \text{зам}}^i$  можно оценить, используя следующее выражение:

$$\sigma_{a, \text{зам}}^i = \frac{N_8}{N_i} \sigma_{p, \text{экр}}^8. \quad (8.5.48)$$

Эффективное сечение рассеяния <sup>238</sup>U рассчитывается в зависимости от типа решетки по формулам:

для разреженной решетки — по (8.5.46);

для тесной решетки

$$\sigma_{p, \text{экр}}^8 = 8,7 + 98,8 a \gamma_p F / M_8; \quad (8.5.49)$$

для канальной решетки

$$\sigma_{p, \text{экр}}^8 = 8,7 + 98,8 a \gamma_k F / M_8. \quad (8.5.50)$$

Таблица 8.5. Значения сечений поглощения <sup>238</sup>U в гомогенной и гетерогенной средах, полученные с помощью теоремы эквивалентности

Отношение $\frac{F}{M_8}$	Эффективное сечение рассеяния <sup>238</sup> U $\sigma_{p, \text{экр}}^8$ [формула (8.5.46)]	Сечение поглощения <sup>238</sup> U в	
		гомогенной среде $\sigma_{a, \text{гом}}^8$ [формула (8.5.45)]	гетерогенной среде $\sigma_{a, \text{гет}}^8$ [формула (8.5.47)]
0,1	18,58	1,04	1,076
0,2	28,46	1,39	1,448
0,3	38,24	1,68	1,734
0,4	48,22	1,93	1,973
0,5	58,10	2,16	2,179
0,6	67,98	2,37	2,236
0,7	77,86	2,57	2,555
0,8	87,74	2,75	2,717
0,9	97,62	2,92	2,873
1,0	107,5	3,09	3,018

#### 8.5.4. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТИ ИЗБЕЖАТЬ РЕЗОНАНСНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ $\Phi$ К ИЗМЕНЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ РЕШЕТКИ

В энергетических реакторах вероятность резонансного поглощения  $1-\Phi$  изменяется в пределах примерно от 0,20 до 0,15 в тесных решетках и от 0,15 до 0,10 в разреженных. Это видно из рис. 8.10, где в качестве примера даны расчетные зависимости  $\Phi$ , от отношения объемов замедлителя и топлива  $\omega$  при температуре 300 К. Рассматривались твэлы, по составу и размерам близкие к реальным; диапазон изменения  $\omega$  характерен для соответствующих решеток. Для иллюстрации влияния состава топлива на рис. 8.10 приведена также кривая, соответствующая окисному топливу (штриховая линия), относящаяся к разреженной решетке. Переход от металла к окиси приводит к изменению  $\Phi$  как за счет уменьшения концентрации ядер  $^{238}\text{U}$  (увеличение  $\Phi$ ), так и вследствие наличия ядер рассеивателя (уменьшение  $\Phi$ ). Поскольку последний эффект мал (см. п. 8.5.2), то кривая, соответствующая окисному топливу, расположена выше кривой для металлического урана.

Дальнейшее рассмотрение удобно проводить, оперируя понятием чувствительности (отношение приращения исследуемой величины к какому-либо параметру) и простейшей формой представления  $I_{\alpha\Phi}$  (8.5.23). Исходя из определения чувствительности и выражения (8.5.1), имеем:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \omega} \frac{\omega}{\Phi} \right|_{d_0=\text{const}} = \Psi = \frac{C}{\omega} \quad (8.5.51)$$

[ $\Psi$  определяется формулой (8.5.2)];

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial d_0} \frac{d_0}{\Phi} \right|_{\omega=\text{const}} = C_1 + \frac{C_2}{\sqrt{d_0}} \quad (8.5.52)$$

( $C, C_1, C_2$  — константы).

Пренебрегая коэффициентом  $A$  в формуле (8.5.23), который обычно вносит малый вклад в эффективный резонансный интеграл, последнее выражение представляем следующим образом:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial d_0} \frac{d_0}{\Phi} \right|_{\omega=\text{const}} \approx \frac{\Psi}{2}. \quad (8.5.53)$$

Из этих формул можно сделать ряд выводов:

1) вероятность избежать резонансного поглощения увеличивается с ростом как диаметра блока (8.5.52), так и отношения объемов замедлителя и топлива (8.5.51);

2) чувствительность к  $\omega$  примерно в 2 раза выше, чем к  $d_0$ ;

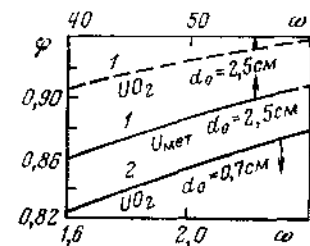


Рис. 8.10 Зависимость  $\Phi$  от  $\omega$  в разреженной (1) и тесной (2) решетках

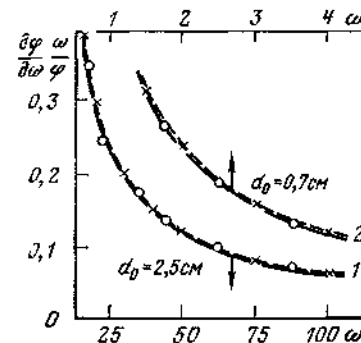


Рис. 8.11 Зависимость чувствительности  $\frac{\partial \Phi}{\partial \omega} \frac{\omega}{\Phi}$  в разреженной (1) и тесной (2) решетках от  $\omega$ :  
—○— расчет по точной формуле;  
—×— по оценочной формуле (8.5.51)

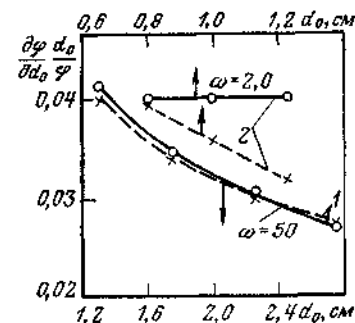


Рис. 8.12 Зависимость чувствительности  $\frac{\partial \Phi}{\partial d_0} \frac{d_0}{\Phi}$  в разреженной (1) и тесной (2) решетках от  $d_0$ :  
—○— расчет по точной формуле;  
—×— по оценочной формуле (8.5.52)

3) зависимости чувствительностей от соответствующих параметров — гиперболические.

Для выяснения справедливости полученных выводов интересно сравнить значения чувствительностей, полученные по оценочным формулам (8.5.51) и (8.5.52), с точными расчетными значениями. В качестве примера на рис. 8.11 и 8.12 приведено такое сравнение для разреженной решетки. Точные расчетные значения соответствующих чувствительностей определены по данным рис. 8.10 (кривые 1). Видно, что сравниваемые значения чувствительностей как к  $\omega$ , так и к  $d_0$  хорошо совпадают.

Попытаемся распространить наши выводы на другие типы решеток, например тесные. Как известно [см. (8.5.35)], в тесных решетках эффективный резонансный интеграл зависит от коэффициента затенения  $\gamma_p$ , который в свою очередь зависит от  $\omega$  и  $d_0$ . Тем не менее по-прежнему воспользуемся формулами (8.5.51) и (8.5.52). Точные значения чувствительностей, как и ранее, определены по данным рис. 8.10 (кривая 2). Нетрудно видеть (рис. 8.11), что в тесных решетках (как и в разреженных) расчет по формуле (8.5.51) дает хорошие результаты (штриховые линии), тогда как характеры зависимостей для тесной решетки (2) (рис. 8.12), рассчитанных по формуле (8.5.52) и точных, принципиально различны. Это означает, что можно пренебречь зависимостью  $\gamma_p$  от  $\omega$  и нельзя — от  $d_0$ .

Из сравнения кривых, представленных на рис. 8.11, следует, что чувствительность  $\frac{\partial \Phi}{\partial \omega} \frac{\omega}{\Phi}$  в тесной решетке выше, чем в разреженной, что объясняется существенным различием в величине  $\Psi$ .

В канальных решетках величина  $\phi$  зависит также от числа твэлов  $m$  и их шага  $b_{к.р}$  в канальной решетке. С уменьшением  $b_{к.р}$  увеличивается влияние эффекта затенения и  $\phi$  возрастает. Увеличение числа твэлов в канале при неизменных долях компонентов решетки приводит к уменьшению вероятности избежать резонансного поглощения. Это объясняется, с одной стороны, увеличением влияния эффекта затенения, а с другой — уменьшением вероятности для нейтронов вылететь из канала. Последний эффект преобладает. Увеличение числа рядов твэлов до бесконечности ( $m \rightarrow \infty$ ) при сохранении шага между каналами в пределе приводит к тесной решетке, в которой  $\phi$  наименьшее.

Перейдем к рассмотрению влияния температуры топлива на значения  $\phi$  (влияние на  $\phi$  температуры других материалов, присутствующих в активной зоне, рассмотрено в гл. 9—13).

Как уже указывалось выше, численные значения коэффициентов в расчетных формулах для  $I_{эф}$  отнесены к температуре топлива 300 К, т. е. эффект Доплера не учитывается.

Детальные расчеты и эксперименты показали, что зависимость эффективного резонансного интеграла от абсолютной температуры топлива  $T$  можно представить в виде соотношения

$$I_{эф}(T) = I_{эф}(300) \left[ 1 + \beta \left( \sqrt{T} - \sqrt{300} \right) \right]. \quad (8.5.54)$$

Значения  $I_{эф}(300)$  рассчитываются по одной из формул в соответствии с типом решетки. Установлено, что коэффициент  $\beta$  в первую очередь зависит от типа и состава топлива, а также от отношения  $F/M$ . Для расчета  $\beta$  можно предложить следующую аппроксимационную формулу:

$$\beta = (0,535 + 0,47 \lambda_0) \cdot 10^{-2}, \quad (8.5.55)$$

где

$$\lambda_0 = \frac{F}{M} \left( 1 + \frac{\bar{I}_0}{a} \Sigma_m \right). \quad (8.5.56)$$

Резонансное поглощение нейтронов определяется как температурой на поверхности блока  $T_c$ , так и температурой на его оси  $T_{\max}$ . Практически для всех диаметров блоков, используемых в настоящее время в ядерных реакторах, основным является поверхностное поглощение, которое зависит в первую очередь от  $T_c$ . В связи с этим предложена следующая формула для расчета эффективной температуры топлива  $T$ , входящей в выражение (8.5.54):

$$T = T_c + 0,4 (T_{\max} - T_c). \quad (8.5.57)$$

Температуры  $T_c$  и  $T_{\max}$  усредняются по всему объему топлива в активной зоне.

Дифференцируя выражение (8.5.2) по температуре и учитывая, что эффективный резонансный интеграл описывается формулой (8.5.54), получаем:

$$\partial \phi = -(1/2) \phi \Psi \beta \sqrt{T} \partial T / T. \quad (8.5.58)$$

Видно, что вероятность избежать резонансного поглощения уменьшается с увеличением температуры. Чувствительность  $\phi$  к температуре

$$\frac{\partial \phi}{\partial T} \frac{T}{\phi} = \left| \frac{1}{2} \Psi \beta \sqrt{T} \right| \quad (8.5.59)$$

растет с ростом  $T$ , но по абсолютному значению много меньше, чем чувствительность к другим параметрам.

## § 8.6. Коэффициент использования тепловых нейтронов

### 8.6.1. ОСНОВНОЕ ВРЕДНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ НЕЙТРОНОВ

Перейдем к рассмотрению области энергий тепловых нейтронов и тем самым следующего коэффициента в формуле четырех сомножителей (7.1.2) — коэффициента использования тепловых нейтронов  $\theta$ . Вначале рассмотрим простейшую ячейку, состоящую из топливного блока и окружающего его замедлителя. Для такой ячейки

$$\theta = \frac{\int_0^{E_{гп}} d\mathbf{r} \int_0^{E_{гп}} \Sigma_{a0}(E) \Phi_0(\mathbf{r}, E) dE}{\int_0^{E_{гп}} d\mathbf{r} \int_0^{E_{гп}} \Sigma_{a0}(E) \Phi_0(\mathbf{r}, E) dE + \int_1^{E_{гп}} d\mathbf{r} \int_0^{E_{гп}} \Sigma_{a1}(E) \Phi_1(\mathbf{r}, E) dE} = \frac{1}{1+q}, \quad (8.6.1)$$

где

$$q = \frac{\int_1^{E_{гп}} d\mathbf{r} \int_0^{E_{гп}} \Sigma_{a1}(E) \Phi_1(\mathbf{r}, E) dE}{\int_0^{E_{гп}} d\mathbf{r} \int_0^{E_{гп}} \Sigma_{a0}(E) \Phi_0(\mathbf{r}, E) dE} \quad (8.6.2)$$

— относительное вредное поглощение. Отметим, что приведенное выше определение  $\theta$  не единственное. Возможны и другие определения. Ясно, что все они эквивалентны.

Как видно из (8.6.2), относительное поглощение тепловых нейтронов в ячейке известно, если известны интегральные по объему скорости поглощения  $R_{aj}$  в  $j$ -й зоне:

$$R_{aj} = \int_j^{E_{гп}} d\mathbf{r} \int_0^{E_{гп}} \Sigma_{aj}(E) \Phi_j(\mathbf{r}, E) dE. \quad (8.6.3)$$

Для расчета скоростей поглощения в зонах ячейки важно знать пространственно-энергетическое распределение тепловых нейтронов по ее объему. Поскольку сечения взаимодействия топлива и замедлителя существенно различны, то пространственные и энергетические переменные в выражении для потока тепловых нейтронов  $\Phi(\mathbf{r}, E)$  не разделяются. Следует также отметить, что из-за большого поглощения тепловых нейтронов топливным блоком диффузионное приближение не приводит в этой задаче к удовлетворительным по точности результатам, а учет более или менее реалистичных законов рассеяния с обменом энергией еще более усложняет картину. Однако существуют и благоприятные обстоятельства, позволяющие построить такие физические модели диффузии и термализации нейтронов в ячейке, что получение практически приемлемых результатов становится возможным и при не слишком большом объеме вычислений.

Вычисление интегральных по объемам основных зон ячейки значений скоростей поглощения нейтронов позволяет пренебречь некоторыми деталями, если при усреднении неучтенные эффекты либо малы, либо вносят в результат вклады одного масштаба, но разных знаков. Так, первые реальные расчеты  $\theta$  оказались случайно удовлетворительными: ошибка односкоростного диффузионного приближения решеток с блоками из природного урана, которые интересовали проектантов, довольно хорошо компенсировалась неточностью усреднения сечений по спектру нейтронов, входящих в диффузионные уравнения. В такой ситуации попытка несбалансированного уточнения расчета, например замена диффузионного приближения более корректным без пересмотра схемы вычисления средних сечений, может привести к неправильным результатам. Второе обстоятельство такого рода состоит в том, что расчет  $\theta$  сводится к расчету  $q$  или, что то же самое, к расчету отношения скоростей поглощения в замедлителе и топливном блоке. Относительные неточности  $\theta$  и  $q$  связаны простой формулой

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = -\frac{q}{1+q} \frac{\Delta q}{q} \approx -q \frac{\Delta q}{q}.$$

Таким образом, коэффициент чувствительности  $\theta$  к неточностям в  $q$  равен примерно значению  $q$ . Поскольку обычный интервал значений относительного вредного поглощения 10—30 %, то это означает, что допустимая погрешность в  $q$  может быть в  $\sim 5$  раз больше допустимой погрешности в  $\theta$ . Наилучшие современные измерения приводят к значениям  $q$  с относительной погрешностью не менее 2 %. При этом погрешность в  $\theta$  составит  $\sim 0.4$  %.

Учитывая эти соображения и имея в виду вычислить коэффициент использования тепловых нейтронов с заметно худшей точностью, но зато способом, допускающим аналитическое ис-

следование, преобразуем выражение (8.6.3) следующим образом:

$$R_{aj} = \frac{\int_{V_j} d\mathbf{r} \int_0^{E_{\text{гп}}} \Phi_j(\mathbf{r}, E) \Sigma_{aj}(E) dE}{\int_0^{E_{\text{гп}}} \Phi_j(\mathbf{r}, E) dE} \int_0^{E_{\text{гп}}} \Phi_j(\mathbf{r}, E) dE = \int_{V_j} \bar{\Sigma}_{aj} \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \bar{\Sigma}_{aj} V_j \bar{\Phi}_j, \quad (8.6.4)$$

где

$$\bar{\Sigma}_{aj} = \frac{\int_0^{E_{\text{гп}}} \Phi_j(\mathbf{r}, E) \Sigma_{aj}(E) dE}{\int_0^{E_{\text{гп}}} \Phi_j(\mathbf{r}, E) dE} \quad (8.6.5)$$

— усредненное с весом потока сечение поглощения в  $j$ -й зоне;

$$\Phi(\mathbf{r}) = \int_0^{E_{\text{гп}}} \Phi_j(\mathbf{r}, E) dE \quad (8.6.6)$$

— пространственное распределение интегрального потока тепловых нейтронов;

$$\bar{\Phi}_j = \frac{1}{V_j} \int_{V_j} \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (8.6.7)$$

— средний по  $j$ -й зоне поток тепловых нейтронов.

Теперь предположим, что переменные  $\mathbf{r}$  и  $E$  в формуле (8.6.5) разделяются (по крайней мере, в пределах зоны  $j$ ), т. е.

$$\Phi_j(\mathbf{r}, E) = \Phi_j(\mathbf{r}) \Phi_j(E). \quad (8.6.8)$$

Гипотеза о разделении пространственной и энергетической переменных позволяет переписать выражение (8.6.5) в виде

$$\bar{\Sigma}_{aj} = \frac{\int_0^{E_{\text{гп}}} \Sigma_{aj}(E) \Phi_j(E) dE}{\int_0^{E_{\text{гп}}} \Phi_j(E) dE}, \quad (8.6.9)$$

усредненное по спектру сечение поглощения в  $j$ -й зоне. Напомним, что выражение, аналогичное (8.6.9), было получено нами ранее (4.11.6) при определении числа актов взаимодействия немоноэнергетических нейтронов.



С учетом полученных выражений для  $R_{a_2}$  (8.6.4) формулы для расчета коэффициента использования тепловых нейтронов  $\theta$  (8.6.1) и относительного вредного поглощения  $q$  (8.6.2) примет вид:

$$\theta = \frac{\bar{\Sigma}_{a0} V_0 \bar{\Phi}_0}{\bar{\Sigma}_{a0} V_0 \bar{\Phi}_0 + \bar{\Sigma}_{a1} V_1 \bar{\Phi}_1} = \frac{1}{1 + \bar{\Sigma}_{a1} V_1 \bar{\Phi}_1 / (\bar{\Sigma}_{a0} V_0 \bar{\Phi}_0)}; \quad (8.6.10)$$

$$q = \frac{\bar{\Sigma}_{a1} V_1 \bar{\Phi}_1}{\bar{\Sigma}_{a0} V_0 \bar{\Phi}_0}. \quad (8.6.11)$$

Введение усредненных по энергии сечений (8.6.9) означает, что расчет  $\theta$  проводится в односкоростном приближении. Он будет тем точнее, чем правильнее выбраны одногрупповые константы.

Таким образом, принятие гипотезы (8.6.8) позволяет свести проблему вычисления  $\theta$  к двум более простым задачам — об усреднении сечений внутри зон и отысканию отношений средних по зонам односкоростных потоков. Последняя величина определяет масштаб эффекта гетерогенности в  $\theta$ , поэтому целесообразно более подробно выяснить ее физический смысл.

#### 8.6.2. БЛОК-ЭФФЕКТ

Тепловые нейтроны рождаются в замедлителе, а поглощаются в топливе, поэтому поток нейтронов в замедлителе выше, а в топливе ниже среднего по ячейке (см. рис. 8.7, а). Это уменьшает коэффициент использования тепловых нейтронов по сравнению с  $\theta$  для гомогенной среды того же состава. Эффект гетерогенности в величине  $\theta$  удобно оценить с помощью разности

$$\frac{1}{\theta} - \frac{1}{\theta_{\text{гом}}} = \frac{\bar{\Sigma}_{a1} V_1}{\bar{\Sigma}_{a0} V_0} \left( \frac{\bar{\Phi}_1}{\bar{\Phi}_0} - 1 \right) = \frac{\bar{\Sigma}_{a1} V_1}{\bar{\Sigma}_{a0} V_0} (d - 1), \quad (8.6.12)$$

где

$$d = \bar{\Phi}_1 / \bar{\Phi}_0. \quad (8.6.13)$$

Таким образом, отношение средних потоков  $\bar{\Phi}_1 / \bar{\Phi}_0$  является мерой уменьшения коэффициента использования тепловых нейтронов, обусловленной гетерогенностью среды: чем больше отношение  $\bar{\Phi}_1 / \bar{\Phi}_0$ , тем меньше  $\theta$  по сравнению с  $\theta_{\text{гом}}$  при заданном значении  $\bar{\Sigma}_{a1} V_1 / (\bar{\Sigma}_{a0} V_0)$ . Поэтому отношение  $\bar{\Phi}_1 / \bar{\Phi}_0$  называют обычно *коэффициентом проигрыша*. Эту величину можно определить экспериментально с помощью детекторов, сечения поглощения вещества которых меняются с энергией по закону  $1/v$ . Отметим, что в этом случае измеряется отношение плотно-

стей нейтронов, а не потоков. Коэффициент проигрыша удобно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$d = \frac{\Phi(r_0)}{\bar{\Phi}_0} + \frac{\bar{\Phi}_1 - \Phi(r_0)}{\bar{\Phi}_0} = Q_0 + Q_1, \quad (8.6.14)$$

где  $\Phi(r_0)$  — значение потока нейтронов на поверхности блока;

$$Q_0 = \Phi(r_0) / \bar{\Phi}_0; \quad (8.6.15)$$

$$Q_1 = (\bar{\Phi}_1 - \Phi(r_0)) / \bar{\Phi}_0 \quad (8.6.16)$$

— внутренний и внешний блок-эффекты соответственно. Оценим введенные нами величины. Как уже упоминалось, переход к гетерогенной среде от гомогенной того же состава приводит к уменьшению  $\theta$ . При проектировании реальных систем стремятся к тому, чтобы выигрыш в вероятности избежать резонансного поглощения был больше, чем проигрыш в коэффициенте использования тепловых нейтронов, т. е., другими словами, гетерогенный эффект в  $\theta$  должен быть небольшим. Это определяет как размер блока  $d_0$  (внутренний блок-эффект), так и шаг решетки  $b$  (внешний блок-эффект); эти величины не могут быть выбраны слишком большими. Поскольку коэффициент проигрыша  $d$  не должен сильно отличаться от единицы, а  $Q_0$  уже больше единицы, то очевидно, что второй член в (8.6.14) всегда остается малым.

На рис. 8.13 показано расчетное распределение потока тепловых нейтронов по радиусу простейшей двухзонной ячейки, размер и состав которой близки к ячейке водо-водяного энергетического реактора. Как видно, в такой ячейке отношение

$$\frac{Q_0}{Q_1} = \frac{\Phi(r_0)}{\bar{\Phi}_1 - \Phi(r_0)} \approx 8.$$

Отметим, что в реальных ячейках значения  $Q_0$  и  $Q_1$  всегда отличаются примерно на порядок.

Следует сказать о том, что приведенные выше нейтронно-физические соображения не вступают в качественные противоречия с теплофизическими. Последние требуют развития теплообменной поверхности (т. е. небольшого диаметра твэлов) и достаточно плотной упаковки (малый шаг).

Естественно, что в односкоростном приближении при заданном составе и диаметре блока значение  $Q_0$  зависит только от углового распределения нейтронов, падающих на блок. При слое замедлителя между блоками порядка или больше  $2\lambda_{s1}$  это распределение близко к изотропному (8.2.3) и  $Q_0$  не зависит от отношения  $V_1/V_0$  (рис. 8.14). С уменьшением  $V_1/V_0$  увеличива-

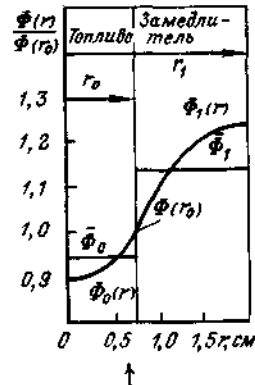


Рис. 8.13 Распределение потока тепловых нейтронов по радиусу простейшей ячейки

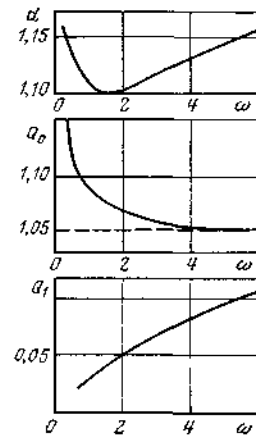


Рис. 8.14 Зависимость внутреннего (\$Q\_0\$) и внешнего (\$Q\_1\$) блок-эффектов, а также коэффициента проигрыша \$d\$ от отношения объемов замедлителя и топлива \$\omega\$ в уран-водной решетке (штриховая линия — расчет \$Q\_0\$ в диффузионном приближении)

ется доля тепловых нейтронов, летящих в направлениях, близких к направлению оси блока. При этом изотропное распределение нарушается, что приводит к возрастанию \$Q\_0\$ (рис. 8.14). Отметим, что зависимость \$Q\_0\$ от углового распределения нейтронов (следовательно, и от \$V\_1/V\_0\$) появляется только при точном решении пространственной задачи. В диффузионном приближении такой зависимости нет (штриховая линия на рис. 8.14).

Очевидно, далее, что при стремлении к нулю объема замедлителя значение \$Q\_1\$ также должно стремиться к нулю. С ростом \$V\_1/V\_0\$ величина \$Q\_1\$ растет по закону, который, как будет показано ниже, близок к логарифмическому. Качественно это можно понять и сейчас, заметив, что если в уравнении, описывающем диффузию нейтронов в замедлителе,

$$D_1 \Delta \Phi_1 - \Sigma_{a1} \Phi_1 + S_1 = 0$$

(\$S\_1\$ — скорость генерации тепловых нейтронов в замедлителе) пренебречь членом \$\Sigma\_{a1} \Phi\_1\$, определяющим поглощение нейтронов (это справедливо, поскольку в замедлителе поглощение мало по сравнению с утечкой в блок \$D\_1 \Delta \Phi\_1\$), то для уравнения

$$D_1 \Delta \Phi_1 + S_1 = 0 \quad (8.6.17)$$

одно из решений в цилиндрической геометрии будет логарифмическим. В результате такой зависимости величин \$Q\_0\$ и \$Q\_1\$ от \$V\_1/V\_0\$ коэффициент проигрыша имеет минимум при малых значениях \$V\_1/V\_0\$ (рис. 8.14).

В соответствии с выражением (8.6.14) относительное вредное поглощение \$q\$ можно представить в виде

$$q = q_0 + q_1. \quad (8.6.18)$$

Величина

$$q_0 = \frac{V_1 \bar{\Sigma}_{a1}}{V_0 \bar{\Sigma}_{a0}} Q_0 = \frac{V_1 \bar{\Sigma}_{a1} \Phi(r_0)}{V_0 \bar{\Sigma}_{a0} \bar{\Phi}_0} \quad (8.6.19)$$

называется *основным*, а

$$q_1 = \frac{V_1 \bar{\Sigma}_{a1}}{V_0 \bar{\Sigma}_{a0}} Q_1 = \frac{V_1 \bar{\Sigma}_{a1} (\bar{\Phi}_1 - \Phi(r_0))}{V_0 \bar{\Sigma}_{a0} \bar{\Phi}_0} \quad (8.6.20)$$

— *избыточным вредным поглощением*. Величина \$q\_0\$ названа основным поглощением потому, что она вносит главный вклад в относительное вредное поглощение. Это следует из сравнения величин \$q\_0/q\_1 = Q\_0/Q\_1\$. Соображения о масштабе величин \$Q\_0\$ и \$Q\_1\$ в реальных ячейках были приведены выше. Под избыточным понимают ту часть относительного вредного поглощения, которая обусловлена превышением потока нейтронов в замедлителе над потоком на поверхности блока.

#### 8.6.3. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ НЕЙТРОНОВ В ДИФфуЗИОННОМ ОДНОСКОРОСТНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В гл. 4 указывалось, что диффузионное приближение справедливо для слабопоглощающей среды вдали от границ тела (на расстояниях порядка длины свободного пробега), где устанавливается асимптотическое распределение потока нейтронов. В реальных ячейках, как правило, эти условия выполняются достаточно хорошо в большей части объема замедлителя и не выполняются в топливе. Поэтому диффузионное приближение нельзя считать пригодным для точных расчетов коэффициента \$\theta\$. Однако оно позволяет в большинстве случаев получить результаты в виде удобных формул и проанализировать их. Это в свою очередь дает возможность выяснить физические закономерности и установить влияние отдельных параметров на \$\theta\$.

Итак, перейдем к рассмотрению задачи о коэффициенте использования тепловых нейтронов в односкоростном диффузионном приближении для цилиндрической ячейки, состоящей из топлива и замедлителя (более строгое решение дано в п. 8.6.4). Считаем, что сечения поглощения в зонах известны: способы получения этих сечений рассмотрены в п. 8.6.6. Пусть плотность генерации тепловых нейтронов постоянна по объему замедлителя и равна нулю в зоне топлива. Уравнения диффузии

$$\left. \begin{aligned} D_0 \Delta \Phi_0(r) - \Sigma_{a0} \Phi_0(r) &= 0; \\ D_1 \Delta \Phi_1(r) - \Sigma_{a1} \Phi_1(r) + S_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.6.21)$$

будем решать при следующих граничных условиях:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_0|_{r=r_0} &= \Phi_1|_{r=r_0}; \\ D_0 \nabla \Phi_0|_{r=r_0} &= D_1 \nabla \Phi_1|_{r=r_0}; \\ 0 \leq \Phi < \infty; \quad \nabla \Phi_1|_{r=r_1} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8.6.22)$$

Первое уравнение системы (8.6.21) — однородное. Его общее решение имеет вид (7.6.27)

$$\Phi_0(r) = C_1 I_0(\kappa_0 r) + C_2 K_0(\kappa_0 r),$$

где

$$\kappa_0^2 = 1/L_0^2 = \Sigma_{a0}/D_0.$$

Из третьего условия (8.6.22) следует, что  $C_2 = 0$  и

$$\Phi_0(r) = C_1 I_0(\kappa_0 r). \quad (8.6.23)$$

Для расчета коэффициента использования тепловых нейтронов нет необходимости знать абсолютные значения потока нейтронов, т. е. численное значение  $S_1$  может быть выбрано произвольным. Однако удобно принять

$$\Phi_0(r_0) = 1, \quad (8.6.24)$$

а  $S_1$  определить из граничных условий. Тогда

$$\Phi_0(r_0) = C_1 I_0(\kappa_0 r_0) = 1$$

и

$$\Phi_0(r) = I_0(\kappa_0 r)/I_0(\kappa_0 r_0). \quad (8.6.25)$$

Теперь найдем среднее по сечению блока значение потока нейтронов:

$$\bar{\Phi}_0 = \frac{\int_0^{r_0} \Phi_0(r) r dr}{\int_0^{r_0} r dr} = \frac{2}{\kappa_0 r_0} \frac{I_1(\kappa_0 r_0)}{I_0(\kappa_0 r_0)}. \quad (8.6.26)$$

Соответственно внутренний блок-эффект для круглого стержня

$$Q_0 = \frac{\Phi_0(r_0)}{\bar{\Phi}_0} = \frac{\kappa_0 r_0}{2} \frac{I_0(\kappa_0 r_0)}{I_1(\kappa_0 r_0)}. \quad (8.6.27)$$

При других формах твэлов выражения для  $Q_0$  имеют вид:  
для пластины толщиной  $2b_0$

$$Q_0 = b_0 \kappa_0 \operatorname{cth}(b_0 \kappa_0); \quad (8.6.28)$$

для сферы радиусом  $r_0$

$$Q_0 = \frac{(r_0 \kappa_0)^2}{3 [r_0 \kappa_0 \operatorname{cth}(\kappa_0 r_0) - 1]}; \quad (8.6.29)$$

для кольцевого твэла толщиной  $\Delta r_0 = r_0 - r'_0$  [при

$$(r_0 - r'_0)/r_0 \ll 1 \text{ и } \Delta r_0 \kappa_0 \ll 1]$$

$$Q_0 \approx 1 + \frac{1}{3} (\Delta r_0 \kappa_0)^2 \Psi - \frac{1}{45} (\Delta r_0 \kappa_0)^4, \quad (8.6.30)$$

где

$$\Psi = 1 - \frac{\Delta r_0}{2r_0} - \frac{1}{10} \left( \frac{\Delta r_0}{r_0} \right)^2.$$

Отметим, что в диффузионном приближении внутренний блок-эффект зависит от одного параметра  $\kappa_0 r_0$ , который включает в себя как размер блока, так и нейтронные сечения.

Перейдем к решению второго уравнения системы (8.6.21). Его общее решение запишем в виде

$$\Phi_1(r) = \frac{S_1}{\Sigma_{a1}} + C_3 I_0(\kappa_1 r) + C_4 K_0(\kappa_1 r).$$

Константы  $C_3$  и  $C_4$  можно найти, используя условия (8.1.4) и (8.6.22). Условие нормировки потока (8.6.24) позволяет определить скорость генерации нейтронов  $S_1$ . Окончательно имеем следующее распределение потока нейтронов в замедлителе:

$$\Phi_1(r) = 1 + \frac{1}{2} \frac{D_0 \kappa_0}{D_1 \kappa_1} \kappa_0 r_0 \frac{1}{Q_0} \times \\ \times \left\{ \frac{K_1(\kappa_1 r_1) [I_0(\kappa_1 r_0) - I_0(\kappa_1 r)] + I_1(\kappa_1 r_1) [K_0(\kappa_1 r_0) - K_0(\kappa_1 r)]}{K_1(\kappa_1 r_0) I_1(\kappa_1 r_1) - K_1(\kappa_1 r_1) I_1(\kappa_1 r_0)} \right\}. \quad (8.6.31)$$

Выше уже упоминалось, что поскольку тепловые нейтроны генерируются в замедлителе, а поглощаются в топливе, то поток нейтронов в замедлителе возрастает по направлению к внешней границе ячейки. Как видно из (8.6.31), это увеличение тем меньше, чем больше коэффициент диффузии в замедлителе. В предельном случае бесконечного коэффициента диффузии градиент потока должен быть равен нулю (ток нейтронов конечен). Поэтому поток в замедлителе обязательно будет постоянным и равным своему значению на поверхности блока.

Средний поток нейтронов в замедлителе

$$\bar{\Phi}_1 = \frac{\int_{r_0}^{r_1} \Phi_1(r) r dr}{\int_{r_0}^{r_1} r dr} = 1 - \frac{1}{2} \frac{D_0 \kappa_0}{D_1 \kappa_1} \kappa_0 r_0 \frac{1}{Q_0} \times$$

$$\times \left[ \frac{r_0}{\kappa_1} - \frac{2}{r_1^2 - r_0^2} - K \right], \quad (8.6.32)$$

где

$$K = \frac{I_0(\kappa_1 r_0) K_1(\kappa_1 r_1) - I_1(\kappa_1 r_1) K_0(\kappa_1 r_0)}{I_1(\kappa_1 r_1) K_1(\kappa_1 r_0) - I_1(\kappa_1 r_0) K_1(\kappa_1 r_1)}.$$

Коэффициент проигрыша

$$d = Q_0 + Q_1 = \frac{\kappa_0 r_0}{2} \frac{I_0(\kappa_0 r_0)}{I_1(\kappa_0 r_0)} + \frac{D_0 \kappa_0}{D_1 \kappa_1} \times$$

$$\times \kappa_0 r_0 \left[ \frac{K}{2} - \frac{r_0}{\kappa_1} \frac{1}{r_1^2 - r_0^2} \right]. \quad (8.6.33)$$

Определим избыточное поглощение  $q_1$  (8.6.20) для цилиндрической ячейки Вигнера—Зейца. Поскольку  $\Sigma_{a1} = D_1 \kappa_1^2$ ;  $\Sigma_{a0} = D_0 \kappa_0^2$ ;

$$V_1 = \pi(r_1^2 - r_0^2); \quad V_0 = \pi r_0^2, \text{ то}$$

$$q_1 = \left[ \frac{\kappa_1^2 (r_1^2 - r_0^2)}{2 \kappa_1 r_0} K - 1 \right]. \quad (8.6.34)$$

При нахождении распределения потока нейтронов по ячейке в некоторых случаях можно пренебречь поглощением в замедлителе по сравнению с утечкой нейтронов в блок. В таком приближении уравнение диффузии в замедлителе принимает вид (8.6.17) и его решение приводит для избыточного поглощения к формуле ( $\psi = r_1/r_0$ )

$$q_1 = \frac{\kappa_1^2 r_1^2}{2} \left[ \frac{\psi^2}{\psi^2 - 1} \ln \psi - \frac{3}{4} + \frac{1}{4\psi^2} \right]. \quad (8.6.35)$$

Последнее выражение можно получить также из формулы (8.6.34), используя разложение функций Бесселя в ряд и ограничиваясь двумя членами. На практике формулой (8.6.35) можно пользоваться при  $\kappa_1 r_1 < 3/4$ .

Точные и приближенные значения  $1 + q_1$  для некоторых геометрий решеток приведены в табл. 8.6.

\* Расчет ведется для ячейки единичной высоты.

Т а б л и ц а 8.6. Формулы для расчета  $1 + q_1$  для решеток различной геометрии

Геометрия	Точные	Приближенные
Плоская	$\kappa_1 (r_1 - r_0) \sinh \kappa_1 (r_1 - r_0)$	$\frac{\kappa_1^2}{3} (r_1 - r_0)^2 + 1$ при $\kappa_1 (r_1 - r_0) \ll 1$
Цилиндрическая	$\frac{\kappa_1^2 (r_1^2 - r_0^2)}{2 \kappa_1 r_0} \times$ $\times \left[ \frac{I_1(\kappa_1 r_1) K_0(\kappa_1 r_0) + I_0(\kappa_1 r_0) K_1(\kappa_1 r_1)}{I_1(\kappa_1 r_1) K_1(\kappa_1 r_0) - I_1(\kappa_1 r_0) K_1(\kappa_1 r_1)} \right]$	$\frac{\kappa_1^2 r_1^2}{2} \left[ \frac{\psi^2}{\psi^2 - 1} \ln \psi - \frac{3}{4} + \frac{1}{4\psi^2} \right]$ ( $\psi = r_1/r_0$ ) при $\kappa_1 r_1 < 3/4$
Сферическая	$\frac{\kappa_1^3 (r_1^3 - r_0^3)}{3 \kappa_1 r_0} \times$ $\times \left[ \frac{1 - \kappa_1 r_1 \cosh \kappa_1 (r_1 - r_0)}{1 - \kappa_1^2 r_1 r_0 - \kappa_1 (r_1 - r_0) \times \cosh \kappa_1 (r_1 - r_0)} \right]$	$\frac{r_1}{3 r_0} \kappa_1^2 (r_1 - r_0)^2$ при $\kappa_1 (r_1 - r_0) \ll 1$ и $r_1 \gg r_0$

Примечание.  $r_1$  и  $r_0$  — характерные размеры ячейки и блока соответственно

#### 8.6.4. РАСЧЕТ $\theta$ МЕТОДОМ АМУАЯЛЯ, БЕНУА, ГОРОВИЦА (МЕТОД АБГ)

Сравнение с результатами точных расчетов показывает, что основная погрешность односкоростного диффузионного приближения обусловлена применением уравнения диффузии для зоны топлива, где  $\Sigma_{a0} \approx \Sigma_{t0}$ . Другими словами, исключение из диффузионного рассмотрения сильнопоглощающей среды должно привести к значительному повышению точности расчета  $\theta$ . В середине 50-х годов был предложен метод расчета коэффициента использования тепловых нейтронов, позволяющий определить отношение средних потоков  $\bar{\Phi}_1/\bar{\Phi}_0$ , не решая уравнения диффузии в случае сильного поглотителя (блок). В литературе этот метод получил название метода АБГ (по первым буквам фамилий авторов — Амуаяля, Бенуа и Горовица).

Перейдем к рассмотрению этого метода. Пусть ячейка по-прежнему состоит из топливного блока, имеющего поверхность  $F$  и объем  $V_0$ , и замедлителя объемом  $V_1$ . Предполагается, что источники тепловых нейтронов однородны и изотропны, а их объемная скорость генерации равна  $S_1$  нейтр/(см<sup>3</sup>·с) в замедлителе и нулю вне его. Таким образом, реальных источников тепловых нейтронов в топливе нет, однако каждый рассеявшийся

в блоке нейтрон можно рассматривать как возникший от какого-то источника.

По определению (см. п. 8.6.1)

$$\theta = \frac{\text{скорость поглощения тепловых нейтронов в топливе}}{\text{скорость генерации тепловых нейтронов в ячейке}}.$$

Введем в рассмотрение односторонние токи нейтронов  $J_-$  и  $J_+$  (рис. 8.15) и представим коэффициент использования тепловых нейтронов через эти токи и скорость генерации тепловых нейтронов в ячейке  $V_1 S_1$ :

$$\theta = (J_- - J_+) / (V_1 S_1), \quad (8.6.36)$$

где  $J_+$  — односторонний ток нейтронов из топлива в замедлитель, нейтр/с;  $J_-$  — односторонний ток нейтронов в обратном направлении, нейтр/с. Понятно, что разность этих токов  $J_- - J_+$  представляет собой число нейтронов, поглощенных в блоке в 1 с.

Для нахождения односторонних токов введем следующие вероятности. Пусть  $W_1 = W_1(V_1 \rightarrow F)$  — вероятность того, что нейтрон, родившийся в замедлителе от однородных и изотропных источников, попадет в блок после любого числа рассеивающих столкновений в замедлителе. По аналогии для нейтрона, родившегося в топливе, вводится вероятность  $W_0 = W_0(V_0 \rightarrow F)$ . Условно вероятности  $W_1$  и  $W_0$  показаны на рис. 8.15. Обозначим  $G_0$  — вероятность того, что нейтрон, пересекший поверхность блока, будет поглощен в нем после любого числа рассеивающих столкновений, а  $G_1$  — вероятность того, что вылетевший из топлива нейтрон будет поглощен в замедлителе. Таким образом, из общего числа падающих на блок  $J_-$  нейтронов в нем поглотится  $G_0 J_-$ , а  $(1 - G_0) J_-$  нейтронов попадет обратно в замедлитель. Аналогичные соотношения имеют место для нейтронов, летящих из топлива в замедлитель. Выразим односторонние токи через эти вероятности. Общее число нейтронов, падающих на блок в 1 с,

$$J_- = W_1 S_1 V_1 + (1 - G_1) J_+,$$

где  $W_1 S_1 V_1$  — число нейтронов, испущенных источником и впервые падающих на блок;  $(1 - G_1) J_+$  — число нейтронов, вылетевших из блока и не поглощенных в замедлителе. Соответственно

$$J_+ = (1 - G_0) J_-.$$

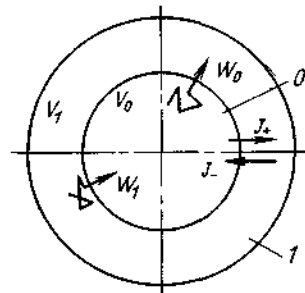


Рис. 8.15. К выводу  $\theta$  по методу АБГ:

0 — топливо; 1 — замедлитель

Решая совместно последние два уравнения, находим:

$$J_- = \frac{W_1}{G_0 + G_1(1 - G_0)} S_1 V_1;$$

$$J_+ = \frac{(1 - G_0) W_1}{G_0 + G_1(1 - G_0)} S_1 V_1.$$

Подставляя эти значения  $J_-$  и  $J_+$  в (8.6.36), получаем:

$$\theta = \frac{G_0 W_1}{G_0 + G_1(1 - G_0)} \quad (8.6.37)$$

или

$$q = \frac{1 - \theta}{\theta} = \frac{1 - G_0}{G_0} \frac{G_1}{W_1} + \frac{1 - W_1}{W_1}. \quad (8.6.38)$$

В случае абсолютно черного тела все нейтроны, упавшие на него, в нем и поглотятся, т. е.  $G_0 = 1$ , а  $\theta = W_1$ . Формула (8.6.37) не содержит никаких допущений относительно углового распределения нейтронов, пересекающих границу раздела между топливом и замедлителем и в этом смысле является точной. Однако чтобы вычислить коэффициент использования тепловых нейтронов, необходимо знать вероятности  $W_1$ ,  $G_0$  и  $G_1$ .

Понятно, что поглощение нейтронов как в замедлителе, так и в топливе зависит от углового распределения нейтронов на границе раздела между этими средами. Это означает, что вероятность  $G_0$  зависит от вида распределения нейтронов, влетающих в топливо из замедлителя, а вероятность  $G_1$  — от того, как распределены по углам нейтроны, летящие из топлива в замедлитель. Основная гипотеза рассматриваемого метода состоит в следующем: предполагается, что функция распределения нейтронов по углам изотропна для нейтронов, вылетающих как из замедлителя, так и из блока. Принятие такой гипотезы равносильно утверждению, что число нейтронов  $dN$ , влетающих через единицу поверхности в пространственном угле  $d\Omega$ , подчиняется изотропному распределению (8.2.3). Другими словами, предполагается, что угловое распределение плотности нейтронов на границе между зонами имеет вид полусфер (в общем случае различных радиусов). В действительности это не совсем так.

Для иллюстрации сказанного рассмотрим угловое распределение плотности нейтронов на границе двух сред, одна из которых природный металлический уран (топливо), а другая — графит (замедлитель) (рис. 8.16). Графит слабо поглощает нейтроны, поэтому любое направление полета нейтронов в сторону топлива практически равновероятно, т. е. угловое распределение в этом случае близко к сферически симметричному.

Иная картина имеет место для нейтронов, летящих из топлива в замедлитель. На границе раздела сред проявляется

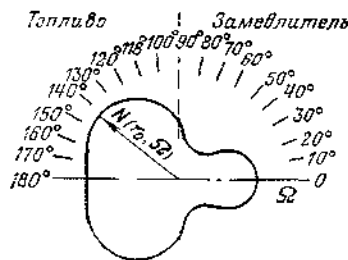


Рис. 8.16 Угловое распределение плотности нейтронов  $N$  на границе раздела топливо-замедлитель (топливо—металлический уран; замедлитель—графит)

анизотропия углового распределения нейтронов. Наиболее вероятны те направления нейтронов, которые близки к направлениям, перпендикулярным оси блока (углы  $0-20^\circ$ , рис. 8.16). Для нейтронов, летящих в направлениях, близких к направлениям, параллельным оси блока (углы  $60-90^\circ$ ), имеется большая вероятность поглотиться в топливе, не достигнув границы раздела, поскольку вероятность для нейтрона пройти расстояние  $r$  без столкновения равна  $\exp(-r\Sigma_{t0})$  (4.3.3), причем отличие от изотропного распределения тем больше, чем больше

оптическая толщина  $l_0\Sigma_{t0}$  топлива. Однако необходимо отметить, что в случае сильнопоглощающей среды, где анизотропия может быть значительной, общее число нейтронов, вылетающих из блока, составляет малую долю числа нейтронов, непосредственно рождающихся в замедлителе, и поэтому ошибка в вычислении  $\theta$ , связанная с предполагаемой изотропией вылетающих из топлива нейтронов, относительно невелика.

Принятие гипотезы изотропии не означает, что результат будет эквивалентен результату элементарной теории диффузии, поскольку в последнем случае предполагается изотропия функции распределения нейтронов в любой точке внутри блока, а не только на его границе с замедлителем. В то же время, приняв такую гипотезу, мы получаем возможность не решать уравнения диффузии в случае сильно поглощающей среды, тем самым существенно повышая точность вычисления коэффициента использования тепловых нейтронов.

Установим связь между вероятностями вылета  $W_i$  и поглощения  $G_i$ . Отвлечемся от нашей задачи и выделим в бесконечной однородной среде с равномерно распределенными источниками  $S_i$  произвольный объем  $V_i$ , ограниченный площадью поверхности  $F$ . В случае изотропного распределения потока нейтронов на границе раздела полное число нейтронов, влетающих в объем  $V_i$ , равно  $F\Phi/4$  (4.4.8), число поглощенных там нейтронов  $F\Phi G_i/4$ . В стационарном случае это число должно равняться числу нейтронов, рожденных внутри объема и затем вылетевших наружу:

$$F\Phi G_i/4 = S_i W_i V_i.$$

Поскольку рассматривается стационарная задача и среда без градиентов, то генерация нейтронов равна их поглощению (4.6.8):

$$S_i = \Phi \Sigma_{ai}$$

и тогда

$$G_i = \bar{l}_i \Sigma_{ai} W_i, \quad (8.6.39)$$

где  $\bar{l}_i = 4V_i/F$ .

Вернемся к нашей задаче. Подставляя в формулу (8.6.38) выражения для  $G_0$  и  $G_1$ , получаем:

$$q = \frac{1 - \Sigma_{a0}\bar{l}_0 W_0}{\Sigma_{a0}\bar{l}_0 W_0} \frac{\Sigma_{a1}\bar{l}_1 W_1}{W_1} + \frac{1 - W_1}{W_1} = \frac{\Sigma_{a1}V_1}{\Sigma_{a0}V_0} \times \\ \times \left( \frac{1}{W_0} - \frac{1}{2} \Sigma_{a0}\bar{l}_0 \right) + \frac{1 - W_1}{W_1} - \frac{2V_1\Sigma_{a1}}{F}. \quad (8.6.40)$$

Покажем, что первый член в последнем выражении есть основное поглощение  $q_0$ , т. е.  $\left( \frac{1}{W_0} - \frac{1}{2} \Sigma_{a0}\bar{l}_0 \right) = Q_0$ . Запишем односторонние токи нейтронов на поверхности блока (при  $r=r_0$ ) в диффузионном приближении (4.4.14):

$$J_- = \frac{\Phi_0(r_0)F}{4} + \frac{1}{6} \frac{F}{\Sigma_{tr}} \nabla \Phi \Big|_{r=r_0}; \\ J_+ = \frac{\Phi_0(r_0)F}{4} - \frac{1}{6} \frac{F}{\Sigma_{tr}} \nabla \Phi \Big|_{r=r_0}.$$

Соответственно поток нейтронов

$$\Phi_0(r_0) = 2(J_+ + J_-)/F.$$

Полное число нейтронов, поглощенных в блоке, равно, с одной стороны,

$$J_- - J_+ = \bar{\Phi}_0 V_0 \Sigma_{a0},$$

а с другой,

$$J_- - J_+ = J_- G_0.$$

Используя соотношение (8.6.39), последнее выражение запишем в виде

$$J_+/J_- = 1 - \Sigma_{a0}\bar{l}_0 W_0. \quad (8.6.41)$$

Выразим внутренний блок-эффект через односторонние токи:

$$Q_0 = \frac{\Phi_0(r_0)}{\bar{\Phi}_0} = \frac{2(J_+ + J_-) V_0 \Sigma_{a0}}{F(J_- - J_+)} = \frac{2(J_+/J_- + 1) V_0 \Sigma_{a0}}{F(1 - J_+/J_-)}. \quad (8.6.42)$$

Подставляя в (8.6.42) отношение токов из (8.6.41), получаем:

$$Q_0 = 1/W_0 - (1/2) \Sigma_{a0}\bar{l}_0. \quad (8.6.43)$$

Следовательно, выражение (8.6.40) можно переписать в виде

$$q = q_0 + (1 - W_1)/W_1 - 2V_1 \Sigma_{a1}/F.$$

Из сравнения последнего выражения с (8.6.18) следует, что избыточное поглощение

$$q_1 = (1 - W_1)/W_1 - 2V_1 \Sigma_{a1}/F. \quad (8.6.44)$$

Таким образом, чтобы вычислить основное поглощение  $q_0$ , необходимо знать вероятность  $W_0$ , а для расчета избыточного поглощения  $q_1$  — вероятность  $W_1$ .

Выразим вероятность  $W_0$  через вероятность первого столкновения  $P_{00}$ , используя для расчета метод последовательных столкновений. Будем считать, что однородна и изотропна не только плотность источников, но и плотность нейтронов первого и всех последующих столкновений. Впустим в топливо один тепловой нейтрон. Тогда  $1 - P_{00}$  нейтронов вылетят из блока, не испытав при этом ни одного соударения;  $P_{00}\sigma_{s0}/\sigma_{t0}$  нейтронов испытают упругое столкновение в блоке и с вероятностью  $1 - P_{00}$  вылетят из него. Соответственно число нейтронов, испытавших в блоке два соударения и вылетевших за его пределы, есть

$$\left(\frac{\sigma_{s0}}{\sigma_{t0}} P_{00}\right)^2 (1 - P_{00}).$$

Полное число нейтронов, покинувших блок после любого числа рассеивающих столкновений, совпадает с  $W_0$ :

$$\begin{aligned} W_0 &= (1 - P_{00}) + \frac{\sigma_{s0}}{\sigma_{t0}} P_{00} (1 - P_{00}) + \left(\frac{\sigma_{s0}}{\sigma_{t0}} P_{00}\right)^2 (1 - P_{00}) + \dots \\ &\dots + \left(\frac{\sigma_{s0}}{\sigma_{t0}} P_{00}\right)^n (1 - P_{00}) + \dots = \\ &= \frac{1 - P_{00}}{1 - P_{00}\sigma_{s0}/\sigma_{t0}} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_{a0}}{\sigma_{t0}} \frac{P_{00}}{1 - P_{00}}}. \end{aligned}$$

Последнюю формулу для цилиндрических блоков удобно записать в виде

$$W_0 = \left\{ 1 + \frac{\Sigma_{a0}}{\Sigma_{t0}} [A + r_0 \Sigma_{t0}] \right\}^{-1}, \quad (8.6.45)$$

где

$$A = \left[ \frac{P_{00}}{1 - P_{00}} - r_0 \Sigma_{t0} \right] \quad (8.6.46)$$

— характеристика цилиндрического блока, зависящая только от одного параметра  $r_0 \Sigma_{t0}$ . Вычислить  $A$  можно по следующей формуле:

$$A = 0,2707 (r_0 \Sigma_{t0}) + 0,1796 (r_0 \Sigma_{t0})^2. \quad (8.6.47)$$

Результаты, рассчитанные по формуле (8.6.47), хорошо согласуются с точными данными в области изменения оптической полутолщины  $r_0 \Sigma_{t0}$  от 0,1 до 2,0.

Выше уже указывалось, что вероятность  $G_0$  (а, следовательно, и  $W_0$ ) зависит от углового распределения как падающих на блок, так и рассеянных в блоке нейтронов. Формула (8.6.45) получена в предположении однородности и изотропности падающих и рассеянных (после любого числа столкновений) нейтронов. Если же учитывать возможную неоднородность и анизотропию распределения нейтронов после рассеяния, то выражение для  $W_0$  может быть с небольшим приближением приведено к виду

$$W_0 = \frac{1}{1 + (\Sigma_{a0}/\Sigma_{t0}) A [1 + \alpha (\Sigma_{s0}/\Sigma_{t0}) + \beta (\Sigma_{s0}/\Sigma_{t0})^2] + r_0 \Sigma_{t0}}, \quad (8.6.48)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — поправочные множители, зависящие от  $r_0 \Sigma_{t0}$  (рис. 8.17). Интересно отметить, что при втором столкновении нейтроны рассеиваются значительно более изотропно, чем при первом.

Значения  $\alpha$  и  $\beta$  можно определить из следующих аппроксимационных выражений:

$$\alpha = 0,067 (r_0 \Sigma_{t0}) - 0,0037 (r_0 \Sigma_{t0})^2 \quad (0 \leq r_0 \Sigma_{t0} \leq 2,0); \quad (8.6.49)$$

$$\beta = 0,046 (r_0 \Sigma_{t0}) - 0,02 (r_0 \Sigma_{t0})^2 \quad (0 \leq r_0 \Sigma_{t0} \leq 1,0). \quad (8.6.50)$$

При  $r_0 \Sigma_{t0} > 1$   $\beta$  примерно постоянно и равно 0,027.

Подставляя выражение (8.6.48) в (8.6.43), получаем формулу для расчета внутреннего блок-эффекта в цилиндрическом блоке:

$$Q_0 = 1 + (\Sigma_{a0}/\Sigma_{t0}) A [1 + \alpha (\Sigma_{s0}/\Sigma_{t0}) + \beta (\Sigma_{s0}/\Sigma_{t0})^2]. \quad (8.6.51)$$

Величина  $Q_0$ , так же как и в диффузионном приближении, определяется только свойствами самого блока, но зависит уже от двух параметров:  $r_0 \Sigma_{t0}$  и  $\Sigma_{s0}/\Sigma_{t0}$ . Тот факт, что  $Q_0$  зависит только от свойств блока, является следствием основной гипотезы, которая позволила нам рассматривать топливо отдельно от замедлителя.

Перейдем теперь к вычислению избыточного поглощения  $q_1$ . Однако предварительно надо найти вероятность  $W_1$ . В реальных ячейках уравнение диффузии справедливо почти во всем объеме замедлителя, и поэтому  $W_1$  можно определить так:

$$W_1 = 1 - \Sigma_{a1} \int_{V_1} \Phi_1(r) dV,$$

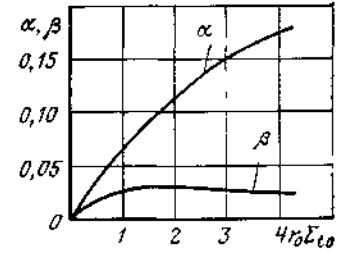


Рис. 8.17. Зависимость множителей  $\alpha$  и  $\beta$  от оптической полутолщины  $r_0 \Sigma_{t0}$

где  $\Phi_1(r)$  — решение уравнения диффузии в замедлителе (см. п. 8.6.3) (при условии, что в ячейке появляется один тепловой нейтрон в единицу времени и в единицу объема, т. е.  $S_1=1/V_1$ ) с граничными условиями (8.1.4) и

$$\Sigma_{tr1} \left[ \frac{\Phi_1}{d\Phi_1/dr} \right]_{r=r_0} = \xi; \quad (8.6.52)$$

$\xi$  — эффективное граничное условие (4.7.15).

Решение этой задачи приводит к следующему окончательному результату:

$$q_1 = q_1^A + \delta; \quad (8.6.53)$$

где  $q_1^A$  — избыточное поглощение, определенное в диффузионном приближении;

$$\delta = \frac{\kappa_1^2 (r_1^2 - r_0^2)}{2} \frac{1}{r_0 \Sigma_{tr1}} \left( \xi - \frac{2}{3} \right) \quad (8.6.54)$$

— поправка, учитывающая различие в значениях длин экстраполяции, полученных в диффузионном приближении и с помощью точных методов;

$$\xi = \frac{(0,7223 - 0,033\psi_* + 0,314\psi_*^2) \Sigma_{tr1} r_0 + 0,097 + 2,646\psi_*}{\Sigma_{tr1} r_0 + 2,3\psi_*}, \quad (8.6.55)$$

$\psi_* = r_0/r_1$  — отношение внутреннего радиуса зоны замедлителя к радиусу эквивалентной ячейки.

#### 8.6.5. РАСЧЕТ $\theta$ В РАЗЛИЧНЫХ ЯЧЕЙКАХ

**Трехзонная ячейка.** Выше была рассмотрена простейшая ячейка, состоящая из топлива и замедлителя. В реальных ячейках топливо отделено от теплоносителя специальной оболочкой (см. § 2.1). Коэффициент использования тепловых нейтронов в такой ячейке

$$\theta = \frac{\bar{\Sigma}_{a0} V_0 \bar{\Phi}_0}{\bar{\Sigma}_{a0} V_0 \bar{\Phi}_0 + \bar{\Sigma}_{a1} V_1 \bar{\Phi}_1 + \bar{\Sigma}_{a2} V_2 \bar{\Phi}_2}, \quad (8.6.56)$$

где индексом «2» отмечены параметры оболочки.

Относительное вредное поглощение определяется выражением

$$q = \frac{1 - \theta}{\theta} = \frac{\bar{\Sigma}_{a1} \bar{\Phi}_1 V_1}{\bar{\Sigma}_{a0} \bar{\Phi}_0 V_0} + \frac{\bar{\Sigma}_{a2} \bar{\Phi}_2 V_2}{\bar{\Sigma}_{a0} \bar{\Phi}_0 V_0}. \quad (8.6.57)$$

Чтобы вычислить  $\theta$ , необходимо найти отношение потоков  $\bar{\Phi}_1/\bar{\Phi}_0$  и  $\bar{\Phi}_2/\bar{\Phi}_0$ . Будем считать, что поток нейтронов в оболочке зависит от  $r$  линейно; это близко к истине, поскольку оболочка изготавливается из слабо поглощающего нейтроны материала и ее оптическая толщина обычно не превышает  $10^{-3}$ . Тогда

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_2 &= \frac{\Phi_1(r_2) + \Phi_0(r_0)}{2} = \\ &= \frac{\Phi_1(r_2) - \Phi_0(r_0)}{2} + \Phi_0(r_0) = \delta\Phi_2/2 + \Phi_0(r_0) \end{aligned} \quad (8.6.58)$$

и

$$\frac{\bar{\Phi}_2}{\bar{\Phi}_0} = Q'_0 = \frac{\delta\Phi_2}{2\bar{\Phi}_0} + \frac{\Phi_0(r_0)}{\bar{\Phi}_0}. \quad (8.6.59)$$

Здесь  $\delta\Phi_2 = \Phi_1(r_2) - \Phi_0(r_0)$  — перепад потока нейтронов на оболочке;  $r_2 = r_0 + t$  — радиус твэла;  $t$  — толщина оболочки. Относительное значение перепада потока нейтронов  $\delta\Phi_2/\bar{\Phi}_0$  можно вычислить, считая оболочку тонкой и записывая для этой зоны уравнение диффузии без источников и без поглощения:

$$\Delta\Phi = 0.$$

Решение этого уравнения при условии, что  $t \ll r_0$ , линейно относительно  $t$  и имеет вид

$$\frac{\delta\Phi_2}{\bar{\Phi}_0} = \kappa_2^2 \frac{\bar{\Sigma}_{a0}}{\bar{\Sigma}_{a2}} \frac{tr_0}{2}. \quad (8.6.60)$$

Избыточное поглощение  $q_1$  в трехзонной ячейке рассчитывается по формуле

$$q_1 = (q_1^A + \delta) \left( 1 + \frac{\bar{\Sigma}_{a2} V_2 \bar{\Phi}_2}{\bar{\Sigma}_{a0} V_0 \bar{\Phi}_0} \right). \quad (8.6.61)$$

Отметим, что в трехзонной ячейке величины  $q_1$ ,  $\delta$  и  $\xi$  вычисляются по формулам, приведенным ранее с заменой  $r_0$  на  $r_2$ .

Отношение средних потоков в замедлителе и топливе можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\Phi}_1}{\bar{\Phi}_0} &= \frac{\Phi_0(r_0)}{\bar{\Phi}_0} + \frac{\delta\Phi_2}{\bar{\Phi}_0} + (q_1^A + \delta) \times \\ &\times \left( 1 + \frac{\bar{\Sigma}_{a2} V_2 \bar{\Phi}_2}{\bar{\Sigma}_{a0} V_0 \bar{\Phi}_0} \right) \frac{V_0 \bar{\Sigma}_{a0}}{V_1 \bar{\Sigma}_{a1}}. \end{aligned} \quad (8.6.62)$$



Относительное вредное поглощение в таком приближении определяется выражением

$$q = \left[ \frac{\bar{\Sigma}_{a1}V_1 + \bar{\Sigma}_{a2}V_2}{\bar{\Sigma}_{a0}V_0} \right] Q_0 + \left[ \frac{2\bar{\Sigma}_{a1}V_1 + \bar{\Sigma}_{a2}V_2}{\bar{\Sigma}_{a0}V_0} \right] \frac{\delta\Phi_2}{2\Phi_0} + (q_1^a + \delta) \left( 1 + \frac{\bar{\Sigma}_{a2}V_2\bar{\Phi}_2}{\bar{\Sigma}_{a0}V_0\bar{\Phi}_0} \right). \quad (8.6.63)$$

**Источники внутри твэла (канала).** Во всех рассмотренных выше случаях предполагалось, что генерация тепловых нейтронов происходит только в замедлителе. Однако в некоторых случаях (например, при наличии в топливе таких легких элементов, как водород, углерод и др.) необходимо учитывать возможность рождения тепловых нейтронов в топливе.

Расчет коэффициента  $\theta$  с учетом источников тепловых нейтронов в зоне топлива можно провести, используя, например, принцип суперпозиции источников:

$$\theta = \frac{S_0V_0\theta_0 + S_1V_1\theta_1}{S_0V_0 + S_1V_1} = \frac{\theta_0 + \frac{S_1V_1}{S_0V_0}\theta_1}{1 + \frac{S_1V_1}{S_0V_0}}, \quad (8.6.64)$$

где  $\theta_0$  — коэффициент использования тепловых нейтронов, родившихся только в топливе от источника, объемная скорость генерации нейтронов которого  $S_0$ ;  $\theta_1$  — то же для нейтронов, родившихся только в замедлителе от источника со скоростью  $S_1$ . Значение  $\theta_1$  уже вычислено ранее (см. п. 8.6.3) и для двухзонной ячейки

$$\theta_1 = \frac{1}{1+q} = \frac{1}{1 + \frac{V_1\Sigma_{a1}}{V_0\Sigma_{a0}}Q_0 + q_1}.$$

Для нахождения  $\theta_0$  следует решить уравнение диффузии нейтронов в топливе с источником

$$D_0\Delta\Phi_0 - \Sigma_{a0}\Phi_0 + S_0 = 0$$

и в замедлителе без источников

$$D_1\Delta\Phi_1 - \Sigma_{a1}\Phi_1 = 0$$

с граничными условиями (8.6.22) и (8.1.4). Эти уравнения решаются аналогично рассмотренному выше случаю (п. 8.6.3), и поэтому сразу запишем конечное выражение:

$$\theta_0 = \frac{\left[ q_1 + 1 + Q_0 \frac{\Sigma_{a1}V_1}{\Sigma_{a0}V_0} \right] - \frac{\Sigma_{a1}V_1}{\Sigma_{a1}V_0}}{q_1 + 1 + Q_0 \frac{\Sigma_{a1}V_1}{\Sigma_{a0}V_0}}. \quad (8.6.65)$$

Подставляя значения для  $\theta_1$  и  $\theta_0$  в исходное выражение (8.6.64), окончательно имеем:

$$\frac{1}{\theta} = \frac{\left( 1 + \frac{S_0V_0}{S_1V_1} \right) \left( q_1 + 1 + Q_0 \frac{\Sigma_{a1}V_1}{\Sigma_{a0}V_0} \right)}{\left\{ 1 + \frac{S_0V_0}{S_1V_1} \left[ q_1 + 1 + (Q_0 - 1) \frac{\Sigma_{a1}V_1}{\Sigma_{a0}V_0} \right] \right\}}. \quad (8.6.66)$$

Естественно, что при  $S_0=0$   $\theta=\theta_1$ , и формула (8.6.66) переходит в обычную формулу для расчета  $\theta$ , полученную ранее.

Для расчета  $\theta$  при наличии источников тепловых нейтронов не только в замедлителе ( $S_1$ ), но и в топливе ( $S_0$ ) необходимо задать объемные скорости генерации нейтронов в каждой зоне.

В гомогенной слабопоглощающей среде плотности замедления  $j(E) \approx \xi \Sigma_s \Phi(E)E$  (5.11.21). В гетерогенной среде потоки нейтронов  $\Phi(r, E)$  имеют разные значения в разных зонах ячейки (блок-эффект). Однако эти различия в нижней части области замедления, как правило, невелики и их можно не учитывать. В этом случае отношение плотностей замедления, взятых при энергии  $E=1$  эВ (§ 5.10), определяется выражением

$$\frac{j_0(E=1 \text{ эВ})}{j_1(E=1 \text{ эВ})} = \frac{S_0}{S_1} = \frac{(\xi \Sigma_s)_0^{E=1 \text{ эВ}}}{(\xi \Sigma_s)_1^{E=1 \text{ эВ}}}. \quad (8.6.67)$$

Таким образом, скорость генерации нейтронов в каждой зоне  $S_j$  пропорциональна замедляющей способности  $(\xi \Sigma_s)_j$ .

Отметим, что расчет  $\theta$  был проведен в диффузионном приближении. Однако принцип суперпозиции позволяет рассчитать  $\theta$  и в других приближениях, необходимо только заменить значения  $q_1$  и  $Q_0$  более точными.

**Сложные решетки.** Перейдем к вычислению  $\theta$  в сложных решетках. Точный и детальный расчет распределения потоков тепловых нейтронов в таких решетках далеко не прост даже в одностороннем приближении. Распределение потоков можно найти различными способами, например с помощью методов Монте-Карло или вероятностей первых столкновений. Рассмотрим более простой и поэтому приближенный способ. Допустим, что полная вероятность поглощения тепловых нейтронов в такой сложной решетке  $\theta$  равна произведению двух вероятностей, одна из которых  $\theta_k$  представляет собой вероятность поглощения теплового нейтрона в канале в целом, а другая  $\theta_{яч}$  — для нейтрона, поглощенного в канале, поглотиться в топливе, т. е.

$$\theta = \theta_k \theta_{яч}. \quad (8.6.68)$$

Соответственно этому допущению задача решается в два этапа.

На первом — проводится расчет микроячейки (см. рис. 8.1). Обычно рассматривается трехзонная ячейка (топливо, оболочка, теплоноситель). Определяются усредненные по энергии

сечения поглощения в каждой зоне, средние потоки в оболочке  $\bar{\Phi}_{об}$  и теплоносителя  $\bar{\Phi}_{тн}$  по отношению к среднему потоку в топливе  $\bar{\Phi}_T$  и вероятность  $\theta_{яч}$ . Для нахождения сечения канала в целом  $\Sigma_{i0}$  используется принцип гомогенизации (§ 8.1):

$$\Sigma_{i0} = \frac{\Sigma_{iT} + \Sigma_{итн} \frac{V_{тн} \bar{\Phi}_{тн}}{V_T \bar{\Phi}_T} + \Sigma_{iоб} \frac{V_{об} \bar{\Phi}_{об}}{V_T \bar{\Phi}_T}}{1 + \frac{V_{тн} \bar{\Phi}_{тн}}{V_T \bar{\Phi}_T} + \frac{V_{об} \bar{\Phi}_{об}}{V_T \bar{\Phi}_T}}, \quad (8.6.69)$$

где индексом «i» отмечен вид взаимодействия нейтронов с ядром.

На втором этапе рассчитывается  $\theta_k$  для макроячейки, состоящей из двух зон. В первую (зона «0») входит канал (пучок твэлов вместе с теплоносителем), во вторую (зона «1») — труба технологического канала, замедлитель, каландровая труба, если она имеется (реакторы с тяжеловодным замедлителем, гл. 12), и т. п. Сечения в зоне «1» вычисляются по формуле, аналогичной формуле (8.6.69), при условии, что отношения потоков равны единице. Если теплоноситель в реакторе легкая или тяжелая вода, то  $\theta_k$  необходимо определить с учетом внутренних источников нейтронов.

#### 8.6.6. СПЕКТРЫ НЕЙТРОНОВ И УСРЕДНЕНИЕ СЕЧЕНИЙ В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИЙ ТЕПЛОВЫХ НЕЙТРОНОВ

Выше были рассмотрены некоторые методы расчета отношения средних потоков в различных ячейках простой и сложной формы. Перейдем теперь к вопросу об усреднении сечений в тепловой области энергий, предварительно изучив спектры нейтронов. Изучение характера спектра нейтронов в ячейке поможет нам выбрать простые методы усреднения сечений, так же как и расчет отношения средних потоков, существенно влияет на точность расчета коэффициента  $\theta$ .

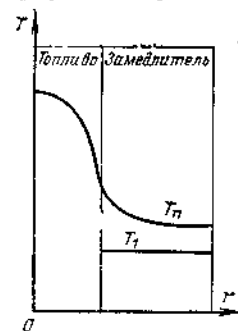


Рис. 8.18. Распределение температуры нейтронного газа  $T_n$  по ячейке ( $T_t$  — температура замедлителя)

Как уже указывалось в гл. 6, наличие поглощения приводит к ужесточению спектра нейтронов по сравнению со спектром в непоглощающей среде. Если пользоваться понятием температуры нейтронного газа  $T_n$ , которая лишь приближенно описывает распределение нейтронов для не вполне максвелловского спектра, то большая жесткость означает, что  $T_n$  больше темпера-

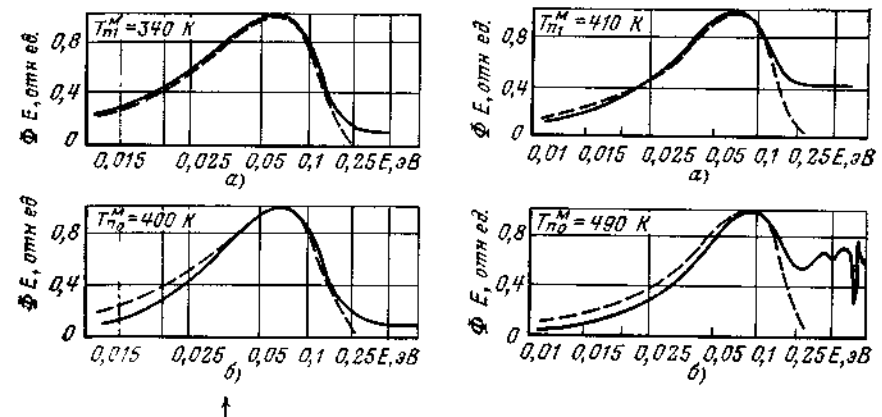


Рис. 8.19. Измеренные (сплошная линия) и расчетные (для спектра Максвелла) (штриховая линия) значения функции  $\Phi E$  в воде (а) и топливе (б) при  $\omega = 2,75$  ( $T_n^M$  — эффективная температура нейтронного газа спектра Максвелла;  $T_{H_2O} = 310$  K, функция  $\Phi E$  нормирована на единицу в максимуме)

Рис. 8.20. Значения функции  $\Phi E$  в воде (а) и топливе (б) при  $\omega = 1,6$  ( $T_{H_2O} = 315$  K, обозначения те же, что и на рис. 8.19)

туры среды  $T_t$ . Поскольку в ячейке реактора поглощение нейтронов в основном пространственно отделено от генерации, то следует ожидать и пространственную зависимость температуры нейтронного газа (рис. 8.18). Легко понять, что максимальная температура нейтронов в центре блока. На границе блока температура нейтронного газа выше температуры среды, что объясняется не поглощением нейтронов в замедлителе, а током нейтронов (утечкой) по направлению к блоку, поскольку утечка нейтронов ( $D_1 \Delta \Phi_1$ ) аналогична поглощению  $\Sigma_{a1} \Phi_1$  [см., например, уравнение (7.4.2)].

Распределение тепловых нейтронов по спектру Максвелла справедливо в первом приближении только для слабопоглощающих сред. Чем больше поглощение нейтронов, тем спектр нейтронов сильнее отличается от спектра Максвелла. Поэтому можно считать, что нейтроны распределены по спектру, близкому к спектру Максвелла, только в замедлителе. Спектр нейтронов, падающих на поверхность блока из замедлителя, деформируется по мере их диффузии к центру. Это искажение тем больше, чем больше оптическая толщина цилиндрического блока  $\Sigma_{a0} d_0$ .

Для иллюстрации сказанного приведем экспериментальные данные о спектрах нейтронов в ячейке, состоящей из блока природного урана диаметром 35 мм и воды. Выбор таких толстых блоков позволяет провести эксперимент с меньшей погрешностью, а также достаточно корректно оценить расхождение между истинным спектром и спектром Максвелла. Водо-

урановое отношение  $\omega$  в опытах изменялось и составляло 1,6 и 2,75. Результаты измерений спектров нейтронов в блоке и замедлителе представлены на рис. 8.19 ( $\omega=2,75$ ) и 8.20 ( $\omega=1,6$ ).

В обоих случаях спектр тепловых нейтронов в замедлителе достаточно хорошо описывается спектром Максвелла.

Совпадение истинного спектра в блоке с максвелловским распределением имеет место в значительно меньшем интервале энергий, чем в воде.

При усреднении сечений внутри зон будем предполагать, что спектры  $\Phi_j(E)$  нейтронов — максвелловские, а температура нейтронного газа, вообще говоря, может быть различной в каждой  $j$ -й зоне. В случае сечений поглощения, пропорциональных  $1/v$ , основной вклад в  $R_j$  вносит интервал энергий вблизи максимума плотности нейтронов  $n(E) \approx \sqrt{E} \exp[-E/(kT_{nj})]$ . Выбор соответствующего значения  $T_{nj}$  позволяет даже при существенном поглощении добиться достаточно хорошего совпадения формы истинного  $\Phi_j(E)$  и максвелловского  $\Phi_j^M(E)$  спектров в интересующем нас интервале энергий (см. рис. 8.19 и 8.20) и считать, что

$$\int_0^{E_{гр}} \Sigma_{aj}(E) \Phi_j(E) dE \approx \int_0^{E_{гр}} \Sigma_{aj}(E) \Phi_j^M(E) dE. \quad (8.6.70)$$

Среднее значение сечения поглощения (8.6.9), меняющегося по закону  $1/v$  ( $\Sigma_{aj}(E) = \Sigma_{aj}^0 \sqrt{E_0/E}$ ) с учетом соотношения (8.6.70) примет вид:

$$\bar{\Sigma}_{aj} = \Sigma_{aj}^0 \sqrt{E_0} \frac{\int_0^{E_{гр}} \Phi_j^M(E) dE / \sqrt{E}}{\int_0^{E_{гр}} \Phi_j^M(E) dE} = \Sigma_{aj}^0 \frac{\sqrt{E_0}}{\sqrt{E}}, \quad (8.6.71)$$

где

$$\sqrt{E} = \frac{\int_0^{E_{гр}} \Phi_j^M(E) dE}{\int_0^{E_{гр}} \Phi_j^M(E) dE / \sqrt{E}} = \frac{\int_0^{E_{гр}} E \exp[-E/(kT_{nj})] dE}{\int_0^{E_{гр}} \sqrt{E} \exp[-E/(kT_{nj})] dE} \quad (8.6.72)$$

( $\Sigma_{aj}^0$  — табличное значение сечения поглощения при энергии нейтронов  $E_0$ ). Таблицы нейтронных констант для тепловых нейтронов, приведенные в приложении I, обычно составляются таким образом, что их значения соответствуют наиболее вероятной скорости, отвечающей максимуму на кривой распределения (см. § 6.10). При этой скорости, равной  $v_{т.0} = 2200$  м/с,  $E_{т.0} = 0,0253$  эВ и  $T_{т.0} = 293,6$  К (20,4 °C).

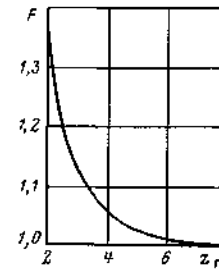


Рис. 8.21. Зависимость функции  $F$  от относительной энергии сшивки  $z_{гр} = E_{гр}^с / E_{т.}$

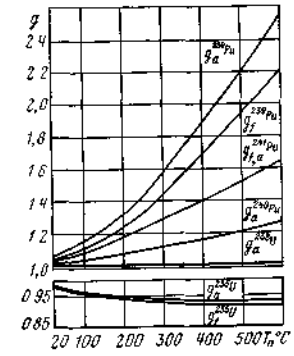


Рис. 8.22. Изменение  $g$ -факторов в зависимости от температуры нейтронного газа  $T_n$  для различных нуклидов

Вычисляя интеграл в числителе выражения (8.6.72) и вводя обозначения

$$E_{т.} = kT_{т.}; \quad z = E/E_{т.}; \quad z_{гр} = E_{гр}^с / E_{т.},$$

имеем:

$$\begin{aligned} \sqrt{E} &= \frac{1 - \exp[-z_{гр}^l] (1 + z_{гр}^l)}{\int_0^{z_{гр}} \sqrt{z_j} \exp[-z_j] dz_j} \sqrt{E_{т.}} = \\ &= \sqrt{E_{т.}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{F(z_{гр}^l)}. \end{aligned} \quad (8.6.73)$$

Здесь

$$F(z_{гр}^l) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\int_0^{z_{гр}} \sqrt{z_j} \exp(-z_j) dz_j}{[1 - \exp(-z_{гр}^l) (1 + z_{гр}^l)]}. \quad (8.6.74)$$

Таким образом,

$$\bar{\Sigma}_{aj} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Sigma_{aj}^0 \sqrt{\frac{E_0}{E_{т.}}} F(z_{гр}^l). \quad (8.6.75)$$

График функции  $F(z_{гр})$  приведен на рис. 8.21. При  $z_{гр} > 6$ , что соответствует  $\alpha = \Sigma_{aj} / (\xi \Sigma_s) < 0,1$ ,  $F(z_{гр}) \approx 1$ . Напомним, что значение границы тепловой области  $E_{гр}^с$  определяется из условий сшивки (см. § 6.11). Отметим, что средние значения сечений деления вычисляются аналогично сечениям поглощения.

Если ход сечения поглощения (деления) заметно отклоняется от закона  $1/v$ , то формула (8.6.75) приобретает дополнительный множитель ( $g$ -фактор), который по определению равен (индекс зоны опущен):

$$g_{a(j)} = \frac{\int_0^{E_{\text{гп}}} \sigma_{a(j)}(E) \Phi^M(E) dE}{\int_0^{E_{\text{гп}}} \sigma_{a(j)}^{1/v}(E) \Phi^M(E) dE}, \quad (8.6.76)$$

где  $\sigma_{a(j)}(E)$  — истинное сечение;  $\sigma_{a(j)}^{1/v}(E)$  — «сечение  $1/v$ », нормированное условием

$$\sigma_{a(j)}^{1/v}(0,0253) = \sigma_{a(j)}(0,0253).$$

Фактор  $g_{a(j)}$  является функцией двух переменных: граничной энергии и температуры нейтронного газа. Зависимость  $g_{a(j)}$  от  $E_{\text{гп}}$  весьма слабая и, как правило, не учитывается. Таким образом,

$$g_{a(j)}(T_n) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{T_n}{293,6}} \frac{1}{\sigma_{a(j)}^0} \times \int_0^\infty \sigma_{a(j)} E \left( \frac{E}{kT_n} \right) \exp \left( -\frac{E}{kT_n} \right) d \left( \frac{E}{kT_n} \right). \quad (8.6.77)$$

Значения  $g_a$  и  $g_f$  для различных нуклидов и температур  $T_n$  даны в приложении VI и приведены на рис. 8.22. Видно, что с увеличением температуры нейтронного газа  $g$ -фактор может уменьшаться ( $^{235}\text{U}$ ), оставаться постоянным и равным единице ( $^{238}\text{U}$ ) и увеличиваться ( $^{239}\text{Pu}$ ;  $^{240}\text{Pu}$  и  $^{241}\text{Pu}$ ). Следовательно, для сечений, изменяющихся не по закону  $1/v$ , интегральная по объему скорость поглощения в  $j$ -й зоне ячейки

$$R_{aj} = V_j \bar{\Phi}_j \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Sigma_{aj}^0 \sqrt{\frac{293,6}{T_{nj}}} F(z_{\text{гп}}^j) g_{aj}. \quad (8.6.78)$$

Всеми формулами этого параграфа можно практически пользоваться, если известны температуры нейтронного газа в каждой ячейке. Различные методы аналитического одностороннего расчета отличаются, помимо способов вычисления отношения средних потоков, также способом задания  $T_n$ .

Простейший подход соответствует одинаковой температуре нейтронного газа во всех зонах ячейки, которая определяется соотношением

$$\bar{T}_n = \bar{T}_1 \left[ 1 + C \frac{\sum V_i \Sigma_{ai}^0}{\sum V_i (\xi \Sigma_{si})_i} \sqrt{\frac{293,6}{\bar{T}_1}} \right]. \quad (8.6.79)$$

Здесь  $\bar{T}_1$  — средняя по ячейке температура замедлителя;  $C$  — константа, зависящая от вида замедлителя. Ниже приведены значения константы  $C$  для различных замедлителей, полученные на основе сравнения многочисленных расчетных и экспериментальных данных. Суммирование в формуле (8.6.79) проводится по всем зонам ячейки.

Реактор	$C$
Водо-водяной . . . . .	1,70
Уран-графитовый . . . . .	1,60
Тяжеловодный на природном уране . . . . .	2,50

Более точные методы расчета коэффициента использования тепловых нейтронов основаны на применении сечений, полученных с учетом различия температуры нейтронного газа в различных зонах ячейки. Один из них описан в гл. 12, второй, предложенный Хонекком для уран-водных решеток, рассмотрен ниже на примере трехзонной ячейки (топливо, оболочка, замедлитель). Схема расчета — итеративная. Температура нейтронного газа в воде в первом приближении определяется формулой

$$T_{n1} = \bar{T}_1 \left[ 1 + \frac{C^*}{\gamma_1} <\Sigma_a>_{\text{яч}} \right], \quad (8.6.80)$$

где  $\gamma_1$  — плотность воды при средней температуре замедлителя  $\bar{T}_1$ , отнесенная к плотности при  $T_1 = 293,6$  К;

$$<\Sigma_a>_{\text{яч}} = \left[ \Sigma_{a1}^0 + \Sigma_{a2}^0 \frac{V_2}{V_1} + \Sigma_{a0}^0 \frac{V_0}{V_1} \right] \frac{1}{1,128} \sqrt{\frac{293,6}{\bar{T}_1}} \quad (8.6.81)$$

— среднее по ячейке сечение поглощения;  $C^* = 3$  — эффективная размерная константа, включающая в себя коэффициент  $C$  (формула 8.6.79) и замедляющую способность воды.

Далее рассчитывают средние скорости в замедлителе  $\bar{v}_1$ , топливе  $\bar{v}_0$  и оболочке  $\bar{v}_2$ , отнесенные к табличной скорости 2200 м/с:

$$\bar{v}_1 = 1,128 \sqrt{\frac{T_{n1}}{293,6}};$$

$$\bar{v}_0 = \bar{v}_1 + 0,3\beta; \quad \bar{v}_2 = (\bar{v}_0 + \bar{v}_1)/2,$$

где

$$\beta = \frac{d_0 \bar{\Sigma}_{a0} (1 - P_{00})}{(1 - P_{00} \Sigma_{s0}/\Sigma_{t0})}. \quad (8.6.82)$$

По найденным скоростям находят средние сечения поглощения

$$\bar{\Sigma}_{aj} = \Sigma_{aj}^0 \bar{v}_j, \quad (8.6.83)$$

а затем — отношения средних потоков  $\bar{\Phi}_2/\bar{\Phi}_1$  и  $\bar{\Phi}_0/\bar{\Phi}_1$ . Во втором и всех последующих приближениях среднее по ячейке сечение поглощения рассчитывают с учетом потоков:

$$\langle \Sigma_a \rangle_{\text{яч}} = \left[ \bar{\Sigma}_{a1} + \bar{\Sigma}_{a2} \frac{V_2}{V_1} \frac{\bar{\Phi}_2}{\bar{\Phi}_1} + \bar{\Sigma}_{a0} \frac{V_0}{V_1} \frac{\bar{\Phi}_0}{\bar{\Phi}_1} \right]. \quad (8.6.84)$$

Расчет повторяют до тех пор, пока  $(m+1)$ -е приближение для  $\bar{\Phi}_2/\bar{\Phi}_1$  не будет достаточно мало отличаться от  $m$ -го приближения. Обычно для этого достаточно двух-трех итераций.

При вычислении сечения поглощения в топливе  $\bar{\Sigma}_{a0}$  вводят  $g_a(^{235}\text{U})$ -фактор, учитывающий отклонение сечения поглощения  $^{235}\text{U}$  от закона  $1/v$ . В первом приближении сечение  $\bar{\Sigma}_{a0}$  в формуле (8.6.82) и  $g_a(^{235}\text{U})$ -фактор соответствуют скорости  $\bar{v}_1$ , во всех последующих —  $\bar{v}_0$ .

Сравнение результатов данной методики с результатами точных расчетов показывает, что при вычислении  $P_{00}$  можно ограничиться формулой (8.2.15).

#### 8.6.7. ЗАМЕЧАНИЯ К РАСЧЕТУ КОЭФФИЦИЕНТА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ НЕЙТРОНОВ

1. В настоящей главе рассматривались относительно простые методы расчета  $\theta$ . Предположив, что переменные  $\mathbf{r}$  и  $E$  в выражении для потока нейтронов разделяются (8.6.8), расчет  $\theta$  проводили в односкоростном приближении. Другими словами, считали, что внутренний и внешний блок-эффекты не зависят от энергии нейтронов. В действительности это не так, поскольку существует зависимость сечения поглощения нейтронов от энергии. Величины  $Q_0$  и  $Q_1$  не остаются постоянными для нейтронов разных энергий. Понятно, что в первую очередь это относится к  $Q_0$ : чем меньше энергия нейтронов, тем больше их поглощается в топливе и тем больше  $Q_0(E)$ .

Кроме того, при усреднении сечений принималось, что нейтроны распределены по спектру Максвелла как в замедлителе, так и в топливе. В действительности спектр нейтронов в топливе отличается от максвелловского (см. рис. 8.19, 8.20). Однако для всех реальных ячеек это отличие приводит к не слишком большой погрешности при определении относительного вредного поглощения.

2. Были рассмотрены различные методы расчета отношения средних потоков  $\bar{\Phi}_2/\bar{\Phi}_0$  и вычисления температур нейтронного газа  $T_{n2}$ . Точность определения  $\theta$  существенно зависит от метода расчета  $\bar{\Phi}_2/\bar{\Phi}_0$  и  $T_{n2}$ . Для иллюстрации сказанного на рис. 8.23 приводится сопоставление значений  $\theta$ , полученных при

условии, что отношения потоков и температур определены экспериментально (кривая 4) и из расчета (кривые 1—3).

Значения  $\theta$  для кривой 4 были получены в ячейке, состоящей из топлива (металлический уран с обогащением 1,3 %), оболочки (алюминий) и воды при  $T=293,6$  К. Видно, что расчет в диффузионном приближении (кривая 1) дает существенно завышенные значения  $\theta$  по сравнению с экспериментальными. Переход к методу АБГ (кривая 2) позволяет значительно уменьшить погрешность расчета. Отметим, что и в том, и в другом случае сечения поглощения и деления были выбраны при средней по ячейке температуре нейтронного газа (8.6.79). Дальнейшее повышение точности расчета достигается за счет более точного определения температуры нейтронного газа с помощью метода Хонка (см. п. 8.6.6). В случае расчета  $\theta$  с применением методов АБГ и Хонка расхождение в кривых 3 и 4 не превышает 0,3 %.

Естественно, что увеличение оптической толщины блока приведет к большим погрешностям при расчете коэффициента использования тепловых нейтронов.

3. Принималось, что источники тепловых нейтронов однородны в замедлителе. Предполагая, что пространственное распределение замедляющихся нейтронов описывается теорией возраста, относительная разница в значениях плотности замедления или, что то же самое, источников тепловых нейтронов, в центре и на краю периодической решетки из нитевидных блоков, определяется величиной (6.4.16)

$$\Delta S \sim \Delta \bar{j} = 8 \exp \left( - \frac{4\pi^2}{b_p^2} \tau_r \right).$$

Распределение источников тепловых нейтронов не зависит от координат в том случае, если

$$8 \exp \left( - \frac{4\pi^2}{b_p^2} \tau_r \right) \ll 1. \quad (8.6.85)$$

Условие (8.6.85) достаточно хорошо выполняется как для тесных, так и для разреженных решеток. Детальные расчеты показывают, что погрешность при определении коэффициента использования тепловых нейтронов за счет непостоянства источ-

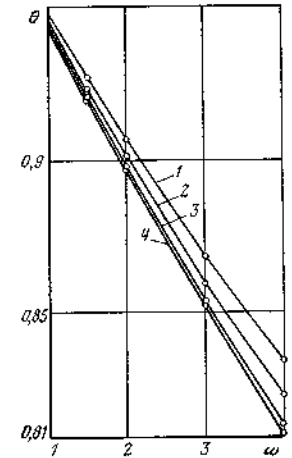


Рис. 8.23. Расчетные (кривые 1, 2, 3) и экспериментальная (кривая 4) зависимости коэффициента использования тепловых нейтронов от  $\omega$

ников по ячейке даже в самых неблагоприятных случаях не превышает 0,1 %.

4. Реальная ячейка, имеющая в плане форму квадрата или шестиугольника, заменяется эквивалентной ячейкой цилиндрической формы. Такая замена может привести к некоторым погрешностям в определении избыточного поглощения в тесных решетках с  $\bar{l}_1 \sim \lambda_{tr1}$ . В этом случае при расчете  $q_1$  по формуле (8.6.35) коэффициент 3/4 необходимо заменить несколько меньшим, зависящим от формы ячейки: для гексагональной 0,749; для квадратной 0,738. Видно, что поправка не существенна и составляет для большинства ячеек менее 0,1 %.

#### 8.6.8. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ $\theta$ К ИЗМЕНЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ РЕШЕТКИ

На рис. 8.24 представлено изменение коэффициента  $\theta$  для тесной и разреженной решеток в зависимости от отношения объемов замедлителя и топлива  $\omega$  при прочих равных условиях. Значения  $1 - \theta$  в реакторах, как правило, лежат в пределах 5—15 %. Меньшие значения вредного поглощения соответствуют реакторам с графитовым и тяжеловодным замедлителем (разреженные и сложные решетки), большие — реакторам с легководным замедлителем (тесные решетки). Это объясняется следующим. В разреженных (графитовых) решетках скорость поглощения нейтронов в замедлителе меньше, а в топливе больше, чем в тесных. Обе эти причины действуют в одну сторону. Отметим, что в сложных решетках  $\theta$  зависит также от скорости генерации тепловых нейтронов в зоне топлива  $S_0$ : чем больше  $S_0$ , тем выше  $\theta$ .

Как и в случае  $\phi$ , дальнейшее рассмотрение  $\theta$  удобно проводить, оперируя понятием чувствительности. Проследим зависимость  $\theta$  от двух параметров: отношения объемов замедлителя и топлива  $\omega$  и диаметра топлива  $d_0$ . Для этого выберем простейшую двухзонную ячейку, состоящую из топлива и замедлителя, и сделаем ряд упрощающих предположений.

При оценке зависимости  $\theta$  от  $\omega$  ( $d_0 = \text{const}$ ) будем считать, что отношение потоков  $\Phi_1/\Phi_0$  остается постоянным, т. е.

$$\theta = \frac{1}{1 + c\omega} \quad (8.6.86)$$

( $c$  — константа). В действительности величина  $\Phi_1/\Phi_0$  зависит от  $\omega$ , но слабо (см. рис. 8.14), и поэтому ее можно не учитывать.

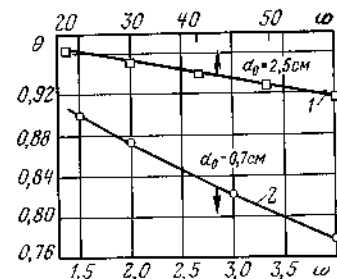


Рис. 8.24. Зависимость  $\theta$  от  $\omega$  в разреженной (1) и тесной (2) решетках при  $d_0 = \text{const}$

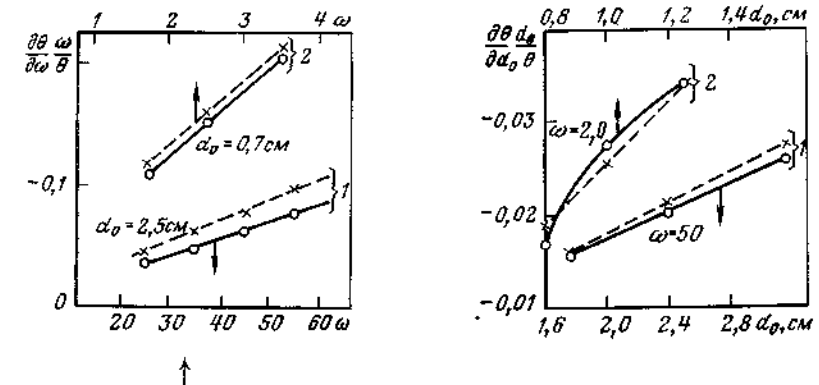


Рис. 8.25. Чувствительность  $\frac{\partial \theta}{\partial \omega} \frac{\omega}{\theta}$  в разреженной (1) и тесной (2) решетках в зависимости от  $\omega$ :

—○— расчет по точной формуле; —×— по оценочной формуле (8.6.88)

Рис. 8.26. Чувствительность  $\frac{\partial \theta}{\partial d_0} \frac{d_0}{\theta}$  в разреженной (1) и тесной (2) решетках в зависимости от  $d_0$ :

—○— расчет по точной формуле, —×— по оценочной формуле (8.6.89)

При заданном значении  $\omega$  от диаметра блока  $d_0$  зависит как внутренний блок-эффект ( $Q_0$ ), так и внешний ( $Q_1$ ). В первом приближении можно пренебречь величиной  $Q_1$  по сравнению с  $Q_0$  (см. п. 8.6.2). Пусть величина  $Q_0$  определяется выражением (8.6.51), а коэффициент  $A$  — формулой (8.6.47). В случае малых оптических толщин первое слагаемое в формуле (8.6.47) определяющее. При этом условии  $A \sim cd_0$  и

$$Q_0 \approx 1 + c_1 d_0. \quad (8.6.87)$$

При сделанных предположениях зависимость коэффициента использования тепловых нейтронов от диаметра примет вид:

$$\theta = \frac{1}{f + g d_0} \quad (8.6.87)$$

( $f$  и  $g$  — константы). Дифференцируя выражения (8.6.86) и (8.6.87), получаем:

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \omega} \frac{\omega}{\theta} \right|_{d_0 = \text{const}} = -c\omega\theta; \quad (8.6.88)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial d_0} \frac{d_0}{\theta} \right|_{\omega = \text{const}} = -g\theta d_0. \quad (8.6.89)$$

Из формул наглядно видно, что  $\theta$  уменьшается с ростом как диаметра блока, так и отношения объемов замедлителя и топлива. На рис. 8.25 и 8.26 приведены значения чувствительностей, полученные по формулам (8.6.88) и (8.6.89), и точные расчетные значения, определенные из данных рис. 8.24. Видно, что,

несмотря на оценочный подход к виду зависимости  $\theta$  от  $\omega$  и  $d_0$ , значения чувствительностей достаточно хорошо совпадают между собой (кроме  $\frac{\partial \theta}{\partial d_0} \frac{d_0}{\theta}$  для тесной решетки). Отметим, что, поскольку эффект гетерогенности (отношение потоков  $\Phi_1/\Phi_0$ ) в большей степени проявляется в разреженных решетках, неучет его в формуле (8.6.88) естественно приведет в этих решетках к большей разнице (рис. 8.25, кривые 1). Отличие характера кривых 2 (рис. 8.26) можно объяснить тем, что не учтены внешний блок-эффект и второе слагаемое в формуле (8.6.47). Отметим, что чувствительность  $\theta$  к изменению  $\omega$  в несколько раз выше, чем к изменению  $d_0$ .

В заключение представляет интерес сравнить значения чувствительностей для  $\varphi$  и  $\theta$  между собой (см. рис. 8.11, 8.12 и 8.25, 8.26). Значения  $\frac{\partial \varphi}{\partial \omega} \frac{\omega}{\varphi}$  и  $\frac{\partial \varphi}{\partial d_0} \frac{d_0}{\varphi}$  примерно в 2—3 раза выше, чем значения  $\frac{\partial \theta}{\partial \omega} \frac{\omega}{\theta}$  и  $\frac{\partial \theta}{\partial d_0} \frac{d_0}{\theta}$  соответственно. Важен также факт, что при изменении какого-либо параметра решетки величины  $\varphi$  и  $\theta$  изменяются по-разному.

### § 8.7. Число вторичных нейтронов деления на один поглощенный топливом первичный нейтрон

При рассмотрении жизненного цикла нейтронов была введена величина  $\nu_{\text{эф}}^T$  (7.2.7), которая по определению равна числу вторичных нейтронов деления на один поглощенный топливом первичный тепловой нейтрон:

$$\nu_{\text{эф}}^T = \frac{\int_0^{E_{\text{гр}}} \nu_f(E) \Sigma_f(E) \Phi(E) dE}{\int_0^{E_{\text{гр}}} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE} \quad (8.7.1)$$

Для топлива, состоящего, например, из смеси изотопов урана, выражение (8.7.1) можно представить в виде

$$\nu_{\text{эф}}^T = \nu_{f5}^0 \frac{\Sigma_{f5}^0 g_{f5}(T_n)}{\Sigma_{a5}^0 g_{a5}(T_n) + \Sigma_{a8}^0} = \nu_{\text{эф}5}^0 \frac{g_{f5}(T_n)/g_{a5}(T_n)}{1 + \frac{100 - C_5}{C_5} \frac{\sigma_{a8}^0}{\sigma_{a5}^0 g_{a5}(T_n)}} \quad (8.7.2)$$

(поправка  $g_{a8}$  принята равной единице). Здесь

$$\nu_{\text{эф}5}^0 = \nu_{f5}^0 \Sigma_{f5}^0 / \Sigma_{a5}^0; \quad (8.7.3)$$

индекс «0» означает, что величина рассчитана для энергии нейтронов  $E_0 = 0,0253$  эВ. Число вторичных нейтронов на акт деления  $\nu_f$  для различных нуклидов дано в приложениях I и II.

Если в состав блока входит несколько нуклидов, в том числе и делящихся, то

$$\nu_{\text{эф}}^T = \frac{\langle \sum_k \nu_{fk} \Sigma_{fk} \Phi \rangle}{\langle \sum_k \Sigma_{ak} \Phi \rangle} = \frac{\sum_k \nu_{fk}^0 \Sigma_{fk}^0 g_{fk}(T_n)}{\sum_k \Sigma_{ak}^0 g_{ak}(T_n)} \quad (8.7.4)$$

( $k$  — индекс нуклида). Знак  $\langle \rangle$  означает интегрирование по энергии в пределах от 0 до  $E_{\text{гр}}$ .

Как видно из приведенных соотношений, величина  $\nu_{\text{эф}}^T$  в основном определяется составом топлива и очень слабо зависит от спектра нейтронов в реакторе. Исключение составляет лишь топливо, в состав которого входит плутоний. Зависимость  $\nu_{\text{эф}}^T$  от концентрации  $^{235}\text{U}$  представлена на рис. 8.27. Значения  $g_{f5}$  и  $g_{a5}$  здесь приняты равными единице. В случае природного урана ( $C_5 = 0,714\%$ )  $\nu_{\text{эф}}^T = 1,33$ , а для топлива с обогащением 3% —  $\nu_{\text{эф}}^T = 1,84$ . Дальнейшее увеличение обогащения приводит к относительно небольшому росту  $\nu_{\text{эф}}^T$ .

Для расчета реакторов с заметным размножением в надтепловой области (§ 7.2) необходимо знать число нейтронов  $\nu_{\text{эф}}^{\text{HT}}$ , рожденных на один поглощенный топливом надтепловой нейтрон. Основной вклад в поглощение надтепловых нейтронов вносят, как правило, нейтроны резонансных энергий. Поскольку в этом случае аналогом сечения является резонансный интеграл, то величина  $\nu_{\text{эф}}^{\text{HT}}$  для  $i$ -го нуклида в надтепловой области может быть определена следующим образом:

$$\nu_{\text{эф}i}^{\text{HT}} = \nu_{fi} (I_{f\infty}^i / I_{a\infty}^i). \quad (8.7.5)$$

В последнем выражении  $\nu_{\text{эф}}^{\text{HT}}$  определена через истинные резонансные интегралы деления  $I_{f\infty}$  и поглощения  $I_{a\infty}$ . Это объясняется тем, что концентрация делящегося нуклида обычно мала по сравнению с концентрацией воспроизводящего. Отметим, что значения  $\nu_{\text{эф}}^{\text{HT}}$  существенно меньше значений  $\nu_{\text{эф}}^T$ . Это объясняется тем, что при резонансных энергиях отношение  $\Sigma_f/\Sigma_a$  намного ниже, чем при энергиях тепловых нейтронов, а  $\nu_f$  практически не изменяется.

Если в блоке содержится несколько делящихся нуклидов, концентрации которых также малы, то формула (8.7.4) для  $\nu_{\text{эф}}^{\text{HT}}$  примет вид:

$$\nu_{\text{эф}}^{\text{HT}} = \frac{\sum_k \nu_{fi}^k I_{f\infty}^k N_k}{\sum_k I_{a\infty}^k N_k}. \quad (8.7.6)$$

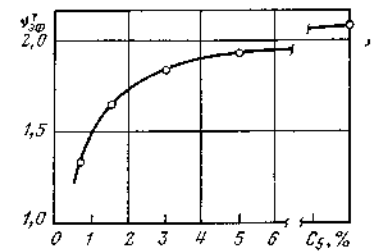


Рис 8.27. Зависимость  $\nu_{\text{эф}}^T$  от концентрации  $^{235}\text{U}$  ( $g_{f5} = g_{a5} = 1$ )

Значения резонансных интегралов  $I_{f\infty}$  и  $I_{a\infty}$ , соответствующие нижней граничной энергии  $E_{гр}=0,5$  эВ, приведены в приложениях I и II. Отношение этих интегралов слабо зависит от выбора нижней границы, слегка увеличиваясь при уменьшении  $E_{гр}$ .

В реакторах на тепловых нейтронах даже с относительно жестким спектром основное число делений инициируется нейтронами тепловых энергий. Поэтому и чувствительность коэффициента размножения  $k_{\infty}$  к  $\nu_{эф}^T$  существенно больше, чем к  $\nu_{эф}^{HT}$ , а это означает, что величина  $\nu_{эф}^T$  должна быть определена с заметно более высокой точностью, чем  $\nu_{эф}^{HT}$ .

## § 8.8. Использование метода Весткотта для описания цикла размножения нейтронов

### 8.8.1. ФОРМАЛИЗМ МЕТОДА

В одном из возможных циклов размножения нейтронов, рассмотренных в § 7.2, расчет  $k_{\infty}$  сводится к определению интегральных по всему спектру скоростей генерации и поглощения нейтронов. Некоторую информацию интегрального характера о спектре нейтронов, необходимую для такого расчета, можно получить экспериментально с помощью активации тонких фольг. Опытные данные в этом случае представляют собой величины, пропорциональные скоростям поглощения  $R_a$  (строго говоря, активации) в фольгах, облученных нейтронами. Предложенный Весткоттом метод обработки результатов измерения с помощью тонких фольг (самозкранировка активации в которых несущественна) как раз и позволяет одинаково просто рассчитывать  $k_{\infty}$  и обрабатывать экспериментальные данные.

Выясним суть метода на простейшем примере активации тонкой фольги в бесконечной однородной среде с равномерно распределенными источниками быстрых нейтронов. Пусть рассматриваемая среда — слабопоглощающая, т. е. справедливо условие

$$\alpha = \Sigma_a(kT_n)/(\xi\Sigma_s) < 0,1. \quad (8.8.1)$$

Тогда можно воспользоваться приближенным представлением энергетического распределения потока нейтронов в виде суммы максвелловского спектра с эффективной температурой нейтронного газа  $T_n$  (6.10.9) и произведения спектра Ферми (5.9.8) на некоторую функцию  $\Delta(E/(kT_n))$ , называемую «функцией переходной области»:

$$\Phi(E) = \Phi_T \frac{E}{(kT_n)^2} \exp\left(-\frac{E}{kT_n}\right) + \Phi_{HT} \frac{\Delta(E/(kT_n))}{E}, \quad (8.8.2)$$

где

$$\Phi_T = \frac{2}{\sqrt{\pi}} n_T v_T = n_T \bar{v} \quad (6.10.6); \quad \Phi_{HT} = \frac{S}{\xi\Sigma_s}.$$

На рис. 8.28 показана функция  $\Delta(E/(kT_n))$  в зависимости от  $E/(kT_n)$  для двух отношений  $\Sigma_a/(\xi\Sigma_s)$ . Видно, что  $\Delta(E/(kT_n))$  зависит от  $\Sigma_a/(\xi\Sigma_s)$  весьма слабо. Поэтому представление спектра в виде (8.8.2) с некоей средней функцией переходной области возможно для многих реальных замедлителей; оно становится не вполне корректным в тех случаях, когда сечение поглощения имеет резонансы вблизи тепловой области или нарушено условие (8.8.1). Представление спектра в виде (8.8.2) достаточно хорошо соответствует истинному реакторному спектру в тепловой и надтепловой областях при выполнении условия (8.8.1).

Используя форму спектра (8.8.2), скорость активации в фольге можно записать в виде

$$R_a = \int_0^{\infty} \Sigma_a(E) \Phi(E) dE = N \left[ \Phi_T \frac{\sqrt{\pi}}{2} g_a(T_n) \sqrt{\frac{293,6}{T_n}} \sigma_a^0 + \Phi_{HT} \int_0^{\infty} \sigma_a(E) \frac{\Delta(E/(kT_n))}{E} dE \right]. \quad (8.8.3)$$

Первый член в правой части определяет вклад тепловой области (8.6.78), второй — надтепловой.

Весткотт предложил выразить скорость активации через эффективное сечение  $\hat{\sigma}_a$ :

$$R_a = N \hat{\sigma}_a n v_0, \quad (8.8.4)$$

где

$$\hat{\sigma}_a = \frac{\int_0^{\infty} \Phi(E) \sigma_a(E) dE}{n v_0}; \quad (8.8.5)$$

$$n = \int_0^{\infty} n(v) dv = \int_0^{\infty} \frac{\Phi(E)}{v} dE \quad (8.8.6)$$

— полная плотность нейтронов. Последнюю величину удобно записать в виде суммы плотностей тепловых

$$n_T = \frac{\Phi_T}{v} = \Phi_T \int_0^{\infty} \frac{E}{(kT_n)^2} \frac{1}{\sqrt{E}} \times \times \exp\left(-\frac{E}{kT_n}\right) dE = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Phi_T}{v_T} \quad (8.8.7)$$

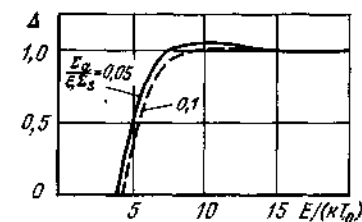


Рис. 8.28. Функция переходной области при различных значениях параметра  $\Sigma_a/(\xi\Sigma_s)$



$$n_{\text{нт}} = \Phi_{\text{нт}} \int_0^{\infty} \frac{\Delta(E/(kT_n))}{Ev} dE = \Phi_{\text{нт}} \int_{E_{\text{гр}}}^{\infty} \frac{dE}{Ev} = \frac{2}{\sqrt{z_{\text{гр}}}} \frac{\Phi_{\text{нт}}}{v_{\text{т}}} \quad (8.8.8)$$

$$(z_{\text{гр}} = E_{\text{гр}}/(kT_n)).$$

Численное значение  $E_{\text{гр}}$  зависит от вида функции  $\Delta(E/(kT_n))$ . Эта зависимость обсуждается ниже.

Подставляя в соотношение (8.8.5) выражение для потока нейтронов (8.8.2) и вводя сокращенные обозначения  $f = n_{\text{нт}}/n$  и  $(1-f) = n_{\text{т}}/n$ , получаем после несложных преобразований:

$$\hat{\sigma}_a = g_a(T_n) \sigma_a^0 + \frac{\sqrt{z_{\text{гр}}}}{2} \frac{v_{\text{т}}}{v_0} f I', \quad (8.8.9)$$

где

$$I' = \int_0^{\infty} \left[ \sigma_a(E) - g_a(T_n) \sigma_a^0 \frac{v_0}{v} \right] \frac{\Delta(E/(kT_n))}{E} dE \quad (8.8.10)$$

— избыточный резонансный интеграл, представляющий собой интеграл по спектру нейтронов от резонансной части сечения активации.

Поскольку  $\hat{\sigma}_a$  усредняется по всей области энергий, то кроме температуры нейтронного газа  $T_n$  должны быть введены и другие параметры, характеризующие жесткость спектра и резонансное поглощение в надтепловой области. В рассматриваемом методе вводятся параметры  $s$  и  $r$ . Первый из них удобно представить в виде

$$s(T_n) = \frac{1}{\sigma_a^0} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{T_n}{293,6}} I'. \quad (8.8.11)$$

Величина  $s$  — безразмерная и зависит от температуры нейтронного газа и вида функции  $\Delta(E/(kT_n))$ . Легко показать, что зависимость  $s$  от  $\Delta(E/(kT_n))$  весьма слабая. Весткоттом было предложено несколько различных аналитических зависимостей для функции переходной области. В литературе наибольшее распространение получила следующая:

$$\Delta(E/(kT_n)) = \frac{1}{1 + (4,95kT_n/E)^2}. \quad (8.8.12)$$

При таком выборе вида функции  $z_{\text{гр}} = E_{\text{гр}}/(kT_n) = 4,868$ .

$$r = f \sqrt{\pi z_{\text{гр}}}/4 \quad (8.8.13)$$

является характеристикой жесткости спектра: чем мягче спектр и меньше доля надтепловых нейтронов в нем, тем меньше  $r$ . Используя определение величины  $f$ , выражение для  $r$  представим следующим образом:

$$r = \frac{1}{\frac{4}{\sqrt{\pi z_{\text{гр}}}} + \frac{\Phi_{\text{т}}}{\Phi_{\text{нт}}}} = \frac{1}{b + \frac{\Phi_{\text{т}}}{\Phi_{\text{нт}}}}. \quad (8.8.14)$$

При  $z_{\text{гр}} = 4,868$   $b = \frac{4}{\sqrt{\pi z_{\text{гр}}}} = 1,023$ .

Для мягкого спектра  $\Phi_{\text{т}}/\Phi_{\text{нт}} \gg 1$ , и тогда

$$r \approx \Phi_{\text{нт}}/\Phi_{\text{т}}.$$

Соотношение между потоками тепловых и надтепловых нейтронов можно получить из уравнения диффузии (4.5.5), пренебрегая утечкой нейтронов, и выражения (5.9.8):

$$\Phi_{\text{нт}}/\Phi_{\text{т}} \approx \Sigma_a/(\xi \Sigma_s) = \alpha. \quad (8.8.15)$$

Эффективное сечение  $\hat{\sigma}_a$  выражается через  $\sigma_a^0$ ,  $r$  и  $s$  так:

$$\hat{\sigma}_a = \sigma_a^0 [g_a(T_n) + rs(T_n)]. \quad (8.8.16)$$

Таким образом, скорость активации по Весткотту записывается в виде

$$R_a = N n \sigma_a^0 v_0 [g_a(T_n) + rs(T_n)]. \quad (8.8.17)$$

Отметим, что если сечение поглощения описывается законом  $1/v$ , то  $g_a = 1$  и  $s = 0$ . Тогда  $\hat{\sigma}_a = \sigma_a^0$ . Для чисто максвелловского спектра  $r = 0$  и  $\hat{\sigma}_a = \sigma_a^0 g_a(T_n)$ .

Основное преимущество метода Весткотта по сравнению с другими состоит в том, что он позволяет просто и вместе с тем достаточно точно рассчитать скорости поглощения (деления) сразу в тепловой и надтепловой областях нейтронного спектра (в том числе и в переходной области).

Значения  $s$  для различных нуклидов в зависимости от температуры нейтронного газа приведены в приложении VI. Величина  $r$  может быть определена из соотношения (8.8.14).

### 8.8.2. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА РАЗМНОЖЕНИЯ $k_{\infty}$

Итак, рассмотрим реакторную среду, в которой устанавливается спектр нейтронов, описываемый соотношением (8.8.2). Для определения коэффициента размножения в такой среде

воспользуемся формальным представлением  $k_\infty$ , которое было получено в § 7.2, и для гомогенной среды может быть записано в виде

$$k_\infty^{\text{гом}} = \mu^B \varphi_8^B \bar{v}_f^5 \theta_{f5}^B = \mu^B \varphi_8^B \eta^*, \quad (8.8.18)$$

где

$$\eta^* = \bar{v}_f^5 \frac{R_f^5}{\sum_j R_a^j}; \quad (8.8.19)$$

$\bar{v}_f^5$  — число нейтронов деления  $^{235}\text{U}$ , усредненное по спектру нейтронов.

Коэффициент  $\mu^B$  определяется по (7.2.25). В этой формуле в знаменателе стоит скорость генерации быстрых нейтронов за счет деления  $^{238}\text{U}$  по всей области энергий, тогда как при обычном (ставшем уже классическим) определении  $\mu$  (7.2.21) — только в тепловой области (до  $E_{\text{гр}}$ ). Отметим, что в реакторах на тепловых нейтронах это различие, как правило, несущественно и поэтому  $\mu^B$  можно рассчитывать по обычным формулам (см. § 8.4).

Формула для расчета вероятности избежать резонансного поглощения несколько отличается от традиционного определения величины  $\varphi$ , о чем упоминалось в § 7.2. Величина

$$\eta^* = \bar{v}_f^5 R_f^5 / \sum_j R_a^j \quad (8.8.20)$$

имеет смысл скорости генерации вторичных нейтронов, отнесенной к скорости поглощения нейтронов всеми ядрами среды, кроме резонансного поглощения на ядрах  $^{238}\text{U}$ ; суммирование в знаменателе ведется по всем компонентам среды.

Перейдем к рассмотрению скоростей поглощения (деления), входящих в формулу (8.8.20). В случае гомогенной среды формула для  $R_a$  совпадает с (8.8.17). Однако ее удобно представить в несколько ином виде, учитывая, что  $n = n_{\text{т}} + n_{\text{нт}}$ , и подставляя вместо  $n_{\text{т}}$  и  $n_{\text{нт}}$  их значения из (8.8.7) и (8.8.8). После несложных преобразований имеем:

$$R_{a\text{гом}} = N \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Phi_{\text{т}} \sqrt{\frac{293,6}{T_n}} \sigma_a^0 [g_a(T_n) + rs(T_n)] (1 + \alpha b). \quad (8.8.21)$$

Последнее выражение представим в виде суммы скоростей поглощения тепловых ( $R_{a\text{гом}}^{\text{т}}$ ) и надтепловых  $R_{a\text{гом}}^{\text{нт}}$  нейтронов:

$$R_{a\text{гом}} = R_{a\text{гом}}^{\text{т}} + R_{a\text{гом}}^{\text{нт}}, \quad (8.8.22)$$

где

$$R_{a\text{гом}}^{\text{т}} = \Phi_{\text{т}} N \sigma_a^{\text{т}} = \Phi_{\text{т}} N \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{293,6}{T_n}} \sigma_a^0 g_a(T_n); \quad (8.8.23)$$

$$R_{a\text{гом}}^{\text{нт}} = \alpha \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma_a^0 \sqrt{\frac{293,6}{T_n}} [bg_a(T_n) + s(T_n)] = \alpha I_a. \quad (8.8.24)$$

Легко показать, что величина, обозначенная  $I_a$ , есть резонансный интеграл поглощения (5.11.8). Величина  $R_{f\text{гом}}$  вычисляется по аналогичным формулам с заменой индекса  $a$  индексом  $f$ .

В случае гетерогенной среды формула для расчета скорости поглощения в  $j$ -й зоне ячейки  $R_{aj}$  по аналогии с расчетом для гомогенной среды записывается следующим образом:

$$R_{aj} = N_j \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Phi_{\text{т}j} \sqrt{\frac{293,6}{T_{nj}}} \sigma_{aj}^0 [g_a(T_{nj}) + r_j s_j(T_{nj})] [1 + b\alpha_j]. \quad (8.8.25)$$

Здесь

$$\alpha_j = \Phi_{\text{нт}j} / \Phi_{\text{т}j}; \quad (8.8.26)$$

$$r_j = \alpha_j / (1 + \alpha_j b). \quad (8.8.27)$$

Введем средние по ячейке потоки надтепловых и тепловых нейтронов. Будем считать, что

$$\Phi_{\text{нт}j} = \bar{\Phi}_{\text{нт}},$$

а

$$\bar{\Phi}_{\text{т}} = \sum_j V_j \bar{\Phi}_{\text{т}j} / \sum_j V_j.$$

Для ячейки в целом параметр

$$\alpha_{\text{яч}} = \frac{\bar{\Phi}_{\text{нт}}}{\bar{\Phi}_{\text{т}}} (1 + B^2 L_p^2) = \frac{\sum_j \Sigma_{aj} V_j \bar{\Phi}_{\text{т}j} / \sum_j \bar{\Phi}_{\text{т}j} V_j}{\sum_j (\xi \Sigma_s)_j V_j / \sum_j V_j}. \quad (8.8.28)$$

Выражая  $\alpha_j$  через  $\alpha_{\text{яч}}$

$$\alpha_j = \Phi_{\text{нт}j} / \bar{\Phi}_{\text{т}j} = \bar{\Phi}_{\text{нт}} / \bar{\Phi}_{\text{т}j} \approx \alpha_{\text{яч}} \bar{\Phi}_{\text{т}} / \bar{\Phi}_{\text{т}j}, \quad (8.8.29)$$

получаем следующую формулу для расчета параметра Весткотта  $r$ :

$$r_j = \frac{\alpha_{\text{яч}} \bar{\Phi}_{\text{т}} / \bar{\Phi}_{\text{т}j}}{1 + b \alpha_{\text{яч}} \bar{\Phi}_{\text{т}} / \bar{\Phi}_{\text{т}j}} = \frac{\alpha_{\text{яч}}}{\bar{\Phi}_{\text{т}j} / \bar{\Phi}_{\text{т}} + \alpha_{\text{яч}} b}. \quad (8.8.30)$$

Подставим найденные значения  $r_j$  и  $\alpha_j$  в соотношение (8.8.25)

$$R_{aj} = N_j \frac{\sqrt{\pi}}{2} \bar{\Phi}_{\text{т}j} \sqrt{\frac{293,6}{T_{nj}}} \sigma_{aj}^0 g_a(T_{nj}) + N_j \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{293,6}{T_{nj}}} \sigma_{aj}^0 \bar{\Phi}_{\text{т}} \alpha_{\text{яч}} [g_a(T_{nj}) b + s(T_{nj})], \quad (8.8.31)$$

или

$$R_{aj} = R_{aj}^r + R_{aj}^{nr}, \quad (8.8.32)$$

где

$$R_{aj}^r = N_j \bar{\Phi}_{Tj} \sigma_{aj}^r = N_j \frac{\sqrt{\pi}}{2} \bar{\Phi}_{Tj} \sqrt{\frac{293.6}{T_{nj}}} \sigma_{aj}^0 g_a(T_{nj}); \quad (8.8.33)$$

$$R_{aj}^{nr} = \alpha_{яч} \bar{\Phi}_{Tj} I_{aj} N_j. \quad (8.8.34)$$

Отметим, что формула (8.8.33) совпадает с (8.6.78) при  $\alpha < 0.1$ . Таким образом, скорость поглощения тепловых нейтронов рассчитывается по той же схеме, что и раньше, т. е.

$$R_{aj}^r = \bar{\Phi}_{Tj} \bar{\Sigma}_{aj}.$$

Окончательно расчетная формула для коэффициента размножения в гетерогенной среде принимает вид

$$k_{\infty} = \mu \Phi_8 \bar{v}_j^5 \frac{R_f^5}{\sum_j R_{aj} V_j / V_0}. \quad (8.8.35)$$

Эта формула будет использована для расчета размножающих свойств канальных уран-графитовых реакторов (гл. 12).

## § 8.9. Расчет длин диффузии и замедления в решетках

### 8.9.1. ДЛИНА ДИФфуЗИИ $L_p$

Все энергетические реакторы неоднородны. В связи с этим между различными областями активной зоны, размеры которых сравнимы с длиной миграции, существует ток (перетечка) нейтронов, который определяет распределение энерговыделения в реакторе. Таким образом, чтобы вычислить распределение энерговыделения по объему активной зоны, необходимо знать характерные длины в решетке. Будем условно считать, что в активной зоне присутствуют две группы нейтронов: быстрые (замедляющиеся) и тепловые. Перетечка быстрых нейтронов определяется возрастом нейтронов  $\tau_r$ , а тепловых — квадратом длины диффузии  $L_p^2$ .

Найдем величину  $L_p^2$  в решетке, используя определение, что длина диффузии пропорциональна расстоянию, проходимому нейтроном до поглощения (§ 4.12). Соответственно имеем:

$$L_p^2 = \sum_i L_i^2 \theta_i. \quad (8.9.1)$$

Здесь  $L_i$  — длина диффузии в  $i$ -й зоне ячейки;  $\theta_i$  — вероятность для теплового нейтрона поглотиться в  $i$ -й зоне. Если ячейка

состоит из топлива, замедлителя и оболочки, то выражение (8.9.1) запишется в виде

$$L_p^2 = L_0^2 \theta + L_1^2 \theta_1 + L_2^2 \theta_2. \quad (8.9.2)$$

Последний член обычно мал и его можно не учитывать. Вероятность для теплового нейтрона поглотиться в замедлителе

$$\theta_1 = \frac{\bar{\Sigma}_{a1} V_1 \bar{\Phi}_1}{\bar{\Sigma}_{a0} V_0 \bar{\Phi}_0 + \bar{\Sigma}_{a1} V_1 \bar{\Phi}_1 + \bar{\Sigma}_{a2} V_2 \bar{\Phi}_2} \quad (8.9.3)$$

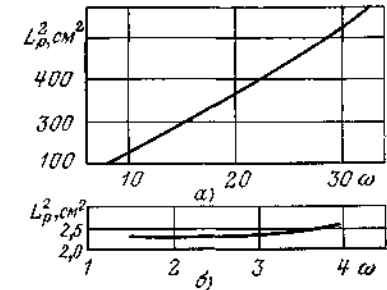


Рис 8.29 Изменение квадрата длины диффузии в решетке  $L_p^2$  в зависимости от  $\omega$ :  
а — замедлитель  $D_2O$ , б — замедлитель  $H_2O$

можно выразить через коэффициент использования тепловых нейтронов  $\theta$ :

$$\theta_1 = 1 - \theta \left( 1 + \frac{\bar{\Sigma}_{a2} V_2 \bar{\Phi}_2}{\bar{\Sigma}_{a0} V_0 \bar{\Phi}_0} \right)$$

и тогда окончательно имеем следующую формулу для расчета квадрата длины диффузии:

$$L_p^2 = L_1^2 \left[ 1 - \theta \left( 1 + \frac{\bar{\Sigma}_{a2} V_2 \bar{\Phi}_2}{\bar{\Sigma}_{a0} V_0 \bar{\Phi}_0} \right) \right] + L_0^2 \theta. \quad (8.9.4)$$

Сравнение приведенных выше оценочных расчетов с точными показывает, что в реакторах с графитовым и тяжеловодным замедлителем значения  $L_p^2$  получаются более правильными, если первый член формулы (8.9.4) умножить на квадрат отношения объемов ячейки и замедлителя:

$$L_p^2 = L_1^2 \left[ 1 - \theta \left( 1 + \frac{\bar{\Sigma}_{a2} V_2 \bar{\Phi}_2}{\bar{\Sigma}_{a0} V_0 \bar{\Phi}_0} \right) \right] \left[ \frac{V_{яч}}{V_1} \right]^2 + L_0^2 \theta. \quad (8.9.5)$$

В таких реакторах обычно второй член  $L_0^2 \theta$  существенно меньше первого и его можно не учитывать.

В легководных реакторах отношение скоростей поглощения в оболочке и в топливе, как правило, мало по сравнению с единицей, и поэтому

$$L_p^2 = L_1^2 [1 - \theta] + L_0^2 \theta. \quad (8.9.6)$$

Значение  $L_p^2$  существенным образом зависит от вида замедлителя, применяемого в реакторе. Так, в реакторах с легководным замедлителем квадрат длины диффузии составляет в холодном состоянии всего лишь 2—3 см<sup>2</sup>, тогда как в реакторах с графитовым и тяжеловодным замедлителем 200—300 см<sup>2</sup>.

Такое резкое различие в значениях  $L_p^2$  в основном объясняется тем, что  $L_{H_2O}^2 \ll L_c^2$  (или  $L_{D,O}^2$ ) — см. табл. 4.2.

Проанализируем зависимость квадрата длины диффузии в решетке от отношения объемов  $\omega = V_1/V_0$ . Основной вклад в значение  $L_p^2$  в легководных решетках вносит второй член (8.9.6). Поэтому здесь величина  $L_p^2$  практически не зависит от отношения объемов замедлителя и топлива (рис. 8.29). Иное положение в реакторах, где замедлителем служит графит или тяжелая вода. Там увеличение  $V_1/V_0$  приводит к увеличению квадрата длины диффузии (рис. 8.29).

### 8.9.2. ВОЗРАСТ НЕЙТРОНОВ $\tau_p$

Возраст нейтронов и его зависимость от отношения  $V_1/V_0$ , как и квадрата длины диффузии  $L_p^2$ , в значительной степени определяются видом замедлителя. Начнем рассмотрение с графитового замедлителя (разреженные решетки), где доля урана относительно мала. В таких решетках все нейтроны деления можно условно разделить на две части. К первой отнесем те, которые до вылета в замедлитель испытали неупругое рассеяние в топливе. Попадая в замедлитель, эта часть нейтронов начинает там замедляться, обладая более мягким спектром, чем спектр деления, и поэтому имеет меньший возраст  $\tau_{in}$ . Ко второй части относятся нейтроны, которые свое первое столкновение испытали в замедлителе. Предполагается, что если такие нейтроны в дальнейшем и попадут опять в топливо, то там они могут испытать только упругие столкновения, которые практически не уменьшают их энергию, а только увеличивают длину замедления. В первом приближении это обстоятельство можно учесть, введя, как и ранее, отношение  $V_{яч}/V_1$ . Из сказанного следует, что возраст нейтронов в решетках с графитовым замедлителем можно рассчитать по следующей формуле:

$$\tau_p = [\tau_1(1 - P_{in}) + \tau_{in}P_{in}](V_{яч}/V_1)^2. \quad (8.9.7)$$

Здесь  $\tau_1$  — возраст нейтронов в чистом замедлителе;  $\tau_{in}$  — возраст нейтронов, испытавших неупругое рассеяние в топливе;  $P_{in} = P_{00}\Sigma_{in}/\Sigma_0$  — доля нейтронов, испытавших неупругое рассеяние до вылета из блока. Значения  $\tau_1$  и  $\tau_{in}$ , приведенные в табл. 8.7, отвечают плотности графита 1,6. Для другой плотности графита необходимо

Таблица 8.7. Значения  $\tau_1$  и  $\tau_{in}$  в формуле (8.9.7)

Замедлитель	$\tau_1$ , см <sup>2</sup>	$\tau_{in}$ , см <sup>2</sup>
Графит	364	231
Тяжелая вода	120	97

ввести поправочный множитель, равный  $(1,6/\gamma_1)^2$ .

Аналогичная формула может быть записана для  $\tau_0$  в решетках с тяжеловодным замедлителем. Соответственно значения  $\tau_1$  и  $\tau_{in}$  также приводятся в табл. 8.7.

Перейдем к расчету  $\tau_p$  в решетках, где замедлителем является легкая вода. Заметное влияние неупругого рассеяния на значения  $\tau_p$  (вследствие относительно большой вероятности столкновения нейтрона с ядрами топлива), а также сложная зависимость сечения рассеяния кислорода от энергии в области  $E > 0,1$  МэВ приводят к весьма громоздким расчетам возраста нейтронов в уран-водных решетках. Другой особенностью таких систем является необходимость учета первого пробега, поскольку расстояние, проходимое нейтроном до точки, где он испытывает первое столкновение, значительно больше всех последующих значений  $\lambda_s$ .

В уран-водных решетках возможны различные подходы к расчету возраста нейтронов  $\tau_p$ . Мы отметим два. Первый — использование групповых диффузионных уравнений (§ 6.9) и определение групповых констант. Обычно для такого расчета достаточно всю энергетическую область разделить на четыре группы, причем область замедления включает в себя первые три. Возраст нейтронов  $\tau_p$  вычисляется по формуле (7.7.19). Входящие в эту формулу групповые константы взвешиваются с потоками нейтронов в каждой группе. Подробно четырехгрупповой метод расчета изложен в гл. 10.

Второй — использование аппроксимационных выражений. В качестве примера приведем формулу, по которой можно определить возраст нейтронов в решетках, состоящих из оксидного топлива ( $UO_2$ ) с циркониевой оболочкой (такие твэлы обычно используются в легководных энергетических реакторах):

$$\tau_p = \frac{\tau_{H_2O} \left( 1 + \frac{V_{UO_2}}{V_{H_2O}} + \frac{V_{Zr}}{V_{H_2O}} \right)^2}{\left( \gamma_{H_2O} + 0,82 \frac{V_{UO_2}}{V_{H_2O}} + 0,4 \frac{V_{Zr}}{V_{H_2O}} \right)^2}, \quad (8.9.8)$$

где  $\tau_{H_2O}$  — возраст в чистой воде при  $\gamma_{H_2O} = 1$  г/см<sup>3</sup>;  $V_{H_2O}$ ,  $V_{UO_2}$ ,  $V_{Zr}$  — объемы  $H_2O$ ,  $UO_2$  и  $Zr$  соответственно.

Для расчета  $\tau_p$  в канальных решетках можно рекомендовать тот же подход, что и в тесных — метод групп. Воспользуемся уже знакомым нам четырехгрупповым методом и оценим  $\tau$  из следующих простых соображений. Пусть, как и прежде,  $\chi$  — доля нейтронов деления, попадающих в первую группу, а  $1 - \chi$  — доля нейтронов деления, оказавшихся во второй и третьей группах. Тогда выражение для возраста нейтронов запишется в виде

$$\tau = \chi(\tau^{(1)} + \tau^{(2)} + \tau^{(3)}) + (1 - \chi)(\tau^{(2)} + \tau^{(3)}) = \chi\tau^{(1)} + \tau^{(2)} + \tau^{(3)}. \quad (8.9.9)$$

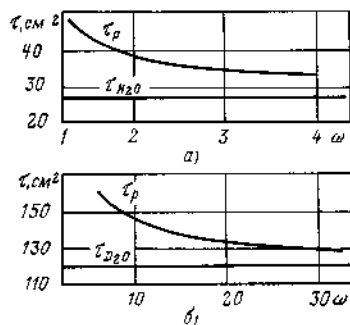


Рис. 8.30 Зависимость возраста нейтронов в решетке  $\tau_p$  от  $\omega$  (топливо  $\text{UO}_2$ ):  
а — замедлитель  $\text{H}_2\text{O}$ ; б — замедлитель  $\text{D}_2\text{O}$

Определим возраст нейтронов в каждой  $n$ -й группе  $\tau^{(n)}$  из выражения, аналогичного (7.7.19), рассматривая канал как однородную смесь входящих в него компонент. В этом случае

$$\tau^{(n)} = \frac{\sum_j D_j^{(n)} \epsilon_j}{\sum_j (\Sigma_{aj}^{(n)} + \Sigma_{Rj}^{(n)}) \epsilon_j} \quad (8.9.10)$$

Здесь  $\epsilon_j = V_j/V_K$  — доля объема, занимаемая  $j$ -м компонентом в канале. Суммирование проводится по всем компонентам канала. Микроконстанты для каждой из групп табулированы (см. приложение III). Проанализируем зависимость возраста нейтронов от отношения объемов  $\omega = V_1/V_0$  в реакторах с различными замедлителями. В реакторах, где замедлителем служит вода, а топливом — двуокись урана, отношение  $V_1/V_0$  близко к двум, а  $\tau_p$  значительно превышает  $\tau_{\text{H}_2\text{O}}$  и существенно зависит от шага в области малых отношений  $V_1/V_0$  (рис. 8.30, а). В тяжеловодных реакторах  $V_1/V_0 \approx 10$  и  $\tau_p > \tau_{\text{D}_2\text{O}}$  только на 10–20 %; зависимость от шага здесь проявляется в значительно меньшей степени (рис. 8.30, б). Возраст нейтронов в реакторах с графитовым замедлителем (теплоноситель  $\text{CO}_2$  или  $\text{H}_2\text{O}$ ) практически равен или даже меньше возраста нейтронов в чистом графите и не зависит от отношения  $V_1/V_0$ . Такой характер зависимости  $\tau_p$  от  $V_1/V_0$  в большой степени определяется значением  $\xi \Sigma_s$  замедлителя: чем выше  $(\xi \Sigma_s)_1$ , тем сильнее проявляется зависимость  $\tau_p$  от  $V_1/V_0$ .

В заключение отметим характер зависимости площади миграции решетки  $M_p^2 = \tau_p + L_p^2$  от  $\omega = V_1/V_0$ : в тесных (уран-водных) решетках  $M_p^2$  уменьшается при увеличении  $V_1/V_0$ , а в разреженных (графитовых, тяжеловодных) — увеличивается.

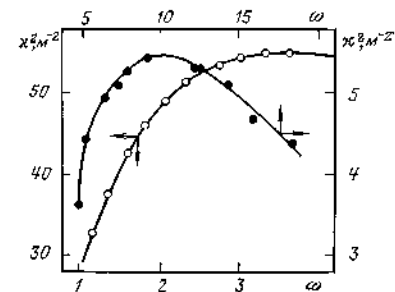
#### § 8.10. Зависимость материального параметра от отношения объемов замедлителя и топлива

В «физически» больших реакторах ( $B^2 M^2 \ll 1$ ), к которым относятся все энергетические реакторы на тепловых нейтронах, материальный параметр с достаточной точностью определяется одногрупповым выражением (7.4.38):

$$k^2 = (k_\infty - 1)/M_p^2,$$

Рис. 8.31. Зависимость материального параметра  $k^2$  от  $\omega$  для реакторов различных типов:

● — сложная решетка; теплоноситель и замедлитель  $\text{D}_2\text{O}$  при  $t = 20^\circ\text{C}$ , топливо — природный уран в виде  $\text{UO}_2$ , плотность  $\rho_{\text{UO}_2} = 10,5 \text{ г/см}^3$ , в технологическом канале 19 твэлов диаметром 18,6 мм, покрытие  $\text{Zr-2}$ ; ○ — рабочее неотравленное состояние реактора ВВЭР-1000, среднее обогащение по активной зоне  $C_2 = 3\%$



а коэффициент размножения — формулой четырех сомножителей (7.1.2):

$$k_\infty = \mu \nu_{\text{эф}} \Phi \theta.$$

Поскольку первые два сомножителя формулы (7.1.2) весьма слабо зависят от  $V_1/V_0$  (§ 8.4 и 8.7), то поведение  $k_\infty$  практически целиком определяется поведением  $\Phi$  и  $\theta$ , которые при изменении  $V_1/V_0$  меняются по-разному (см. пп. 8.5.4 и 8.6.8). Поэтому естественно ожидать, что коэффициент размножения  $k_\infty$  должен иметь максимум при некотором значении  $V_1/V_0$ .

Зависимость  $M_p^2$  от  $V_1/V_0$  определяется типом решетки (§ 8.9). В силу этой зависимости максимальные значения  $k^2$  в случае разреженных и сложных решеток будут иметь место левее максимума коэффициента размножения, а в случае тесных — правее. Другими словами, решетка с шагом, обеспечивающим минимальный критический размер, в общем случае не обладает наибольшим коэффициентом размножения, причем отличие максимальных значений  $k_\infty$  и  $k^2$  зависит от типа решетки.

Проведенное рассмотрение позволяет сделать вывод о том, что можно сформулировать задачу поиска оптимального шага решетки (отношения  $V_1/V_0$ ), т. е. шага, соответствующего максимуму  $k^2$ , решение которой проводится с привлечением теории решетки и теории критических размеров.

В качестве примера на рис. 8.31 даны зависимости  $k^2$  от  $\omega$  для двух решеток:

а) водо-водяного реактора, имеющего среднее по активной зоне обогащение 3 % и параметры, близкие к рабочим параметрам неотравленного реактора ВВЭР-1000 (§ 10.2) и б) канального тяжеловодного реактора на природном уране.

Видно, что в первом случае кривая имеет довольно пологий максимум, тогда как для решетки тяжеловодного реактора этот максимум четко выражен.

Необходимо отметить, что выбор параметров в реакторе — это сложный, многоступенчатый процесс минимизации приведенных затрат с учетом конкретных условий, обеспечивающих

безопасную и надежную эксплуатацию установки. Так, оптимальный шаг решетки энергетического реактора выбирается на основе результатов проведения целого ряда расчетов [физического, теплофизического, технико-экономического и т. д. (см. п. 10.6.1)]. Отметим, что для реактора ВВЭР оптимальный шаг решетки обычно выбирают меньше, чем это следует из поиска оптимальных значений, соответствующих максимуму  $\kappa^2$ .

## Глава 9

### НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В РЕАКТОРЕ

#### § 9.1. Кинетика реактора

##### 9.1.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.

##### РЕАКТОР НА МГНОВЕННЫХ НЕЙТРОНАХ

Реактор с неизменным во времени значением мощности (потока нейтронов), т. е. критический реактор, рассматривавшийся в предыдущих главах — это лишь идеализированная модель реальной установки. В действительности реактор всегда находится в нестационарном состоянии. Это либо переходные режимы, либо разного рода колебания мощности (и других параметров) относительно заданного значения. Причина такого поведения — многочисленные нестационарные процессы, протекающие в реакторе. Рассмотрим основные из них, выясним их роль в реакторе, их влияние на поведение потока нейтронов во времени, способы компенсации их воздействия на реактивность.

В процессе работы в реакторе происходят неравномерные по объему изменения его ядерно-физических характеристик. Например, выгорание топлива зависит от потока нейтронов. Это приводит к тому, что если даже вначале реактор был однородным, то со временем однородность исчезнет. Следовательно, необходимо рассматривать реактор с переменными во времени неоднородностями по объему. В общем виде такая задача чрезвычайно громоздка.

Мы будем рассматривать кинетику так называемого «точечного» реактора. Это означает, что нас будет интересовать поведение во времени реактора как устройства в целом, а не изменение пространственного распределения потока нейтронов. Формально такое упрощение достигается использованием предположения о постоянстве в любой момент времени формы пространственного распределения, соответствующего критическому состоянию реактора и удовлетворяющего уравнению типа (7.4.24):

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) + B^2\Phi(\mathbf{r}) = 0. \quad (9.1.1)$$

Для простоты рассмотрим лишь скачкообразные изменения реактивности (7.5.10). Будем считать, что до момента времени  $t=0$  реактор находился в критическом состоянии ( $\rho=0$ ), затем произошел скачок реактивности (положительный или отрицательный), после чего значение реактивности сохраняется во времени ( $\rho=\text{const} \neq 0$ ).

Запишем нестационарное уравнение реактора в одгрупповом приближении (7.5.1) с учетом (9.1.1)

$$-\bar{D}B^2\Phi(t) - \Sigma_a\Phi(t) + k_\infty\Sigma_a\Phi(t) = \frac{1}{v} \frac{d\Phi}{dt}, \quad (9.1.2)$$

где  $\Phi$  — интегральный по объему реактора поток нейтронов.

Путем простых преобразований сведем его к следующему:

$$\frac{k_{\text{эф}} - 1}{l} dt = \frac{d\Phi}{\Phi}, \quad (9.1.3)$$

где

$$l = [v\Sigma_a(1 + B^2M^2)]^{-1} \quad (9.1.4)$$

— время жизни нейтронов в реакторе.

Понятно, что уравнение (9.1.3) не зависит от используемого приближения (рассматривается одгрупповое) и может быть получено даже путем простых логических рассуждений (см. § 2.1); приближение влияет на определение  $l$  [в нашем рассмотрении — (9.1.4)] и  $k_{\text{эф}}$  (см. § 7.3). Решение уравнения (9.1.3) имеет вид

$$\Phi(t) = \Phi_0 \exp\left(\frac{k_{\text{эф}} - 1}{l} t\right) \approx \Phi_0 \exp\left(\frac{\rho}{l} t\right), \quad (9.1.5)$$

где  $\Phi_0$  — интегральный по объему реактора поток нейтронов в момент  $t=0$ .

Величина  $k_{\text{эф}} - 1$  может быть заменена реактивностью  $\rho$  при  $k_{\text{эф}} \approx 1$ , т. е. при малых отклонениях от критического состояния, что обычно и выполняется в реакторах.

Решение (9.1.5) удобно записывать в виде

$$\Phi(t) = \Phi_0 \exp(t/T); \quad (9.1.6)$$

величину

$$T = l/(k_{\text{эф}} - 1) \approx l/\rho \quad (9.1.7)$$

принято называть *периодом реактора*. В нашем рассмотрении период реактора прямо пропорционален времени жизни нейтронов в реакторе и обратно пропорционален реактивности.

Легко убедиться в том, что скорости изменения потока нейтронов (мощности реактора), соответствующие закону (9.1.5), настолько велики, что управлять реактором практически невозможно. Действительно, время жизни нейтронов в реакторах не

более  $10^{-3}$  с. Это означает, что даже при относительно малом отклонении  $k_{\infty}$  от единицы, например до значения 1,005, поток нейтронов будет возрастать за 1 с не менее чем в 150 раз. Однако такое рассмотрение — ошибочно. Мы предполагали, что все нейтроны деления — мгновенные. Но, как показано ниже, именно вследствие испускания запаздывающих нейтронов в процессе деления ядер положение качественно меняется и появляется возможность управлять цепной самоподдерживающейся реакцией деления.

### 9.1.2. РЕАКТОР С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМИ НЕЙТРОНАМИ

Как отмечалось в § 3.8, присутствие запаздывающих нейтронов приводит к существенному увеличению времени жизни нейтронов одного поколения в реакторе  $\bar{l}$ . Оценим это время с учетом запаздывающих нейтронов. Пусть  $l_i$  — время жизни ядра-предшественника (§ 3.8) и  $\beta_i$  — доля запаздывающих нейтронов  $i$ -й группы. Тогда среднее время запаздывания будет равно  $\sum \beta_i l_i$  (пренебрегаем временем запаздывания мгновенных нейтронов). Оценка этой величины по данным табл. 3.10 для  $^{235}\text{U}$  дает значение примерно 0,1 с, что намного больше времени жизни нейтронов в реакторе  $l$ . В итоге получим

$$\bar{l} = \sum \beta_i l_i + l \approx \sum \beta_i l_i. \quad (9.1.8)$$

Таким образом, среднее время жизни нейтронов одного поколения в реакторе  $\bar{l}$  практически совпадает со средним временем запаздывания нейтронов и примерно на два порядка (и более) превышает время жизни нейтронов в реакторе  $l$ .

Если предположить, что по-прежнему справедлив закон (9.1.5), но период реактора (9.1.7) определяется величиной  $\bar{l}$ , а не  $l$ , то оценка, аналогичная оценке п. 9.1.1, даст обнадеживающий результат — при тех же условиях поток нейтронов увеличивается за 1 с всего лишь в 1,05 раза.

Однако в действительности зависимость потока нейтронов от времени гораздо сложнее, чем (9.1.5), и для выяснения ее требуется более детальный анализ, к которому мы и перейдем. Пусть имеется  $m$  групп запаздывающих нейтронов. Если их доля равна  $\beta$ , то  $1 - \beta$  — доля мгновенных нейтронов. Тогда в уравнении (9.1.2) скорость генерации нейтронов следует разделить на две части: одна из них  $(1 - \beta)k_{\infty}\Sigma_a\Phi(t)$  соответствует мгновенным нейтронам, другая, которую можно представить в виде  $\sum_{i=1}^m c_i(t)/l_i$ , — запаздывающим ( $c_i$  — число ядер-предшественников  $i$ -й группы в реакторе). Напомним, что скорость генерации запаздывающих нейтронов равна скорости радиоактивного распада соответствующих ядер (§ 3.8).

Получим уравнение баланса для  $c_i(t)$ . Предположим, что ядра-предшественники образуются непосредственно при деле-

нии ядер (§ 3.3). Тогда скорость образования  $i$ -х ядер-предшественников равна  $\beta_i k_{\infty}\Sigma_a\Phi(t)$ , скорость убыли этих ядер (в результате  $\beta$ -распада) —  $c_i(t)/l_i$ . Окончательно имеем:

$$dc_i(t)/dt = \beta_i k_{\infty}\Sigma_a\Phi(t) - c_i(t)/l_i, \quad (9.1.9)$$

где  $dc_i(t)/dt$  — скорость изменения во времени  $c_i(t)$ .

Таким образом, для реактора с запаздывающими нейтронами вместо уравнения (9.1.2) следует рассматривать систему  $m$  уравнений вида (9.1.9) совместно с уравнением

$$\begin{aligned} -\bar{D}B^2\Phi(t) - \Sigma_a\Phi(t) + (1 - \beta)k_{\infty}\Sigma_a\Phi(t) + \\ + \sum_{i=1}^m (c_i(t)/l_i) = \frac{1}{v} \frac{d\Phi(t)}{dt} \end{aligned} \quad (9.1.10)$$

(всего  $m+1$  уравнений) при начальных условиях:

$$\Phi(0) = \Phi_0; \quad c_i(0) = c_{i0}. \quad (9.1.11)$$

Отметим, что для критического реактора ( $d\Phi/dt=0$  и  $dc_i/dt=0$ ) нет необходимости проводить различие между мгновенными и запаздывающими нейтронами. Действительно, в этом случае из уравнения (9.1.9) следует, что

$$c_i/l_i = \beta_i k_{\infty}\Sigma_a\Phi \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^m (c_i/l_i) = \beta k_{\infty}\Sigma_a\Phi. \quad (9.1.12)$$

Подставляя последнее значение в уравнение (9.1.10), получаем для критического реактора

$$-\bar{D}B^2\Phi - \Sigma_a\Phi + k_{\infty}\Sigma_a\Phi = 0 \quad \text{или} \quad k_{\infty} = 1, \quad (9.1.13)$$

т. е. решение следует искать из уравнения (9.1.1).

Частные решения системы уравнений (9.1.9), (9.1.10) запишем в виде

$$\Phi(t) = A \exp(\omega t); \quad c_i(t) = B_i \exp(\omega t). \quad (9.1.14)$$

Подставив их в (9.1.9), получим

$$B_i = \frac{\beta_i k_{\infty}\Sigma_a A}{\omega + 1/l_i}. \quad (9.1.15)$$

Заменяя далее в уравнении (9.1.10)  $\Phi(t)$  и  $c_i(t)$  соответствующими выражениями (9.1.14) с учетом (9.1.15), имеем:

$$-\bar{D}B^2 - \Sigma_a + (1 - \beta)k_{\infty}\Sigma_a + k_{\infty}\Sigma_a \sum_{i=1}^m (\beta_i/(1 + \omega l_i)) = \omega/v. \quad (9.1.16)$$

Простые преобразования дают затем следующий результат:

$$k_{эф}(1-\beta)-1+k_{эф}\sum_{i=1}^m(\beta_i/(1+\omega l_i))=\omega l, \quad (9.1.17)$$

или

$$\rho=\omega l/k_{эф}+\sum_{i=1}^m(\omega l_i\beta_i/(1+\omega l_i)). \quad (9.1.18)$$

Мы получили алгебраическое уравнение  $(m+1)$ -й степени относительно  $\omega$ . Решение этого уравнения есть те значения  $\omega$ , при которых существуют искомые решения нашей системы вида (9.1.14). Это означает, что поток нейтронов изменяется во времени по закону

$$\Phi(t)=\sum_{j=0}^m A_j \exp(\omega_j t), \quad (9.1.19)$$

где  $A_j$  — коэффициенты, определяемые из начальных условий (9.1.11).

Пусть  $\rho>0$ . Тогда из решения уравнения (9.1.18) следует, что во всех слагаемых суммы в (9.1.19) (кроме первого) содержатся экспоненты с отрицательными показателями, т. е. они убывают во времени. Вклад каждого из них в сумму существен в течение промежутка времени, равного примерно соответствующему  $l_i$ . Показатель экспоненты первого слагаемого суммы положительный. А это значит, что по прошествии времени порядка  $l_i$  после скачка реактивности, где  $l_i$  — среднее время жизни наиболее долгоживущих ядер-предшественников, значение  $\Phi(t)$  будет определяться практически лишь этим слагаемым, т. е.

$$\Phi(t)=A_0 \exp(\omega_0 t). \quad (9.1.20)$$

Время установления этого распределения составляет десятки секунд (см., например, табл. 3.10).

Режимы разгона реактора, для которых потоки нейтронов определяются соотношениями (9.1.19) и (9.1.20), будем называть соответственно переходным и установившимся. Величину  $T=1/\omega_0$  принято называть *установившимся периодом реактора*, а величины  $1/|\omega_j|$  (для  $\omega_j<0$ ) — *переходными периодами*.

Рассмотрим установившийся режим разгона реактора. В этом случае соотношение (9.1.18) имеет вид

$$\rho=\omega_0 l/k_{эф}+\sum_{i=1}^m(\omega_0 l_i\beta_i/(1+\omega_0 l_i))$$

или после замены  $\omega_0$  на  $1/T$

$$\rho=l/Tk_{эф}+\sum_{i=1}^m(l_i\beta_i/(T+l_i)). \quad (9.1.21)$$

Проанализируем соотношение (9.1.21) для двух предельных случаев. Пусть  $\rho$  мало настолько, что  $T\gg l_i$ . Тогда

$$\rho\approx l/Tk_{эф}+\sum_{i=1}^m l_i\beta_i/T.$$

Отсюда

$$T\approx\frac{1}{\rho}\left(\frac{l}{k_{эф}}+\sum_{i=1}^m l_i\beta_i\right)\approx\frac{1}{\rho}\sum_{i=1}^m l_i\beta_i. \quad (9.1.22)$$

Последний переход возможен потому, что  $l\leq 10^{-3}$  с,  $k_{эф}\approx 1$ , а  $\sum_{i=1}^m \beta_i l_i \approx 0,1$  с. Таким образом, при малых положительных значениях  $\rho$  установившийся период реактора  $T$  прямо пропорционален среднему времени запаздывания нейтронов, обратно пропорционален реактивности и не зависит от времени жизни нейтронов в реакторе. Полученный результат можно рассматривать как формальное подтверждение того, что вследствие существования запаздывающих нейтронов в реакторах значительно увеличивается время жизни нейтронов одного поколения.

При выводе (9.1.22) предполагалось, что  $T\gg l_i$ . Из данных табл. 3.10 следует, что наибольшее  $l_i \approx 80$  с. Тогда можно грубо считать, что формула (9.1.22) справедлива при  $T\gg 200$  с. А так как  $\sum \beta_i l_i \approx 0,1$  с, то условие применимости (9.1.22) —  $\rho \gg 0,0005$ .

Рассмотрим второй предельный случай. Пусть  $\rho$  велико настолько, что  $T\ll l_i$ . Тогда (9.1.21) принимает вид

$$\rho\approx\frac{l}{Tk_{эф}}+\sum_{i=1}^m \beta_i=\frac{l}{Tk_{эф}}+\beta;$$

отсюда

$$T\approx\frac{l}{k_{эф}(\rho-\beta)}\approx\frac{l}{\rho}. \quad (9.1.23)$$

Последнее равенство справедливо при  $\rho\gg\beta$ , но при  $k_{эф}\approx 1$ . Таким образом, при больших положительных значениях  $\rho$  запаздывающие нейтроны практически не участвуют в установившемся режиме разгона реактора, ибо соотношение (9.1.23) формально совпадает с (9.1.7).

Несколько иное положение при  $\rho<0$ . В этом случае во всех экспонентах в сумме (9.1.19) отрицательные показатели, т. е. поток нейтронов убывает во времени. Первый член суммы, соответствующий наименьшему значению  $|\omega|$ , убывает медленнее остальных и в конце концов им определяется изменение потока нейтронов. Однако роль его теперь не столь значительна, как для случая  $\rho>0$ . Соотношения (9.1.20) — (9.1.22) по-прежнему справедливы, но значение установившегося периода существенно зависит от реактивности лишь при малых абсолютных значениях последней. При  $\rho\ll 0$  указанная зависимость практически



отсутствует. С уменьшением реактивности установившийся период уменьшается и практически достигается его предельное значение, равное времени жизни наиболее долгоживущих ядер-предшественников. Таким образом, при сколь угодно больших по абсолютному значению отрицательных скачках реактивности поток нейтронов после затухания переходного процесса не может уменьшаться быстрее, чем с периодом, равным  $\sim 80$  с (см. табл. 3.10).

До сих пор мы не анализировали роль запаздывающих нейтронов и закономерности изменения потока нейтронов в переходном режиме разгона реактора. Такой анализ можно достаточно просто провести в случае одной группы запаздывающих нейтронов.

### 9.1.3. ОДНА ЭФФЕКТИВНАЯ ГРУППА ЗАПАЗДЫВАЮЩИХ НЕЙТРОНОВ

Объединим все запаздывающие нейтроны в одну эффективную группу: доля запаздывающих нейтронов  $\beta = \sum_{i=1}^m \beta_i$ , среднее время жизни ядер-предшественников

$$l_{\text{эф}} = \sum_{i=1}^m \frac{\beta_i}{\beta} l_i = \frac{\sum_{i=1}^m \beta_i l_i}{\beta}.$$

Тогда изменение числа ядер-предшественников во времени описывается уравнением, аналогичным (9.1.9):

$$\frac{dc(t)}{dt} = -\frac{c(t)}{l_{\text{эф}}} + k_{\infty} \Sigma_a \beta \Phi(t). \quad (9.1.24)$$

Уравнение (9.1.18) принимает вид

$$\rho = \omega l / k_{\text{эф}} + \omega \beta l_{\text{эф}} / (1 + \omega l_{\text{эф}}), \quad (9.1.25)$$

или

$$l_{\text{эф}} l \omega^2 + (l + k_{\text{эф}} \beta l_{\text{эф}} - \rho k_{\text{эф}} l_{\text{эф}}) \omega - \rho k_{\text{эф}} = 0. \quad (9.1.26)$$

Для уменьшения громоздкости дальнейших выкладок и без ущерба для результатов рассмотрения будет считать, что  $k_{\text{эф}} = 1$ . Тогда решения квадратного относительно  $\omega$  уравнения (9.1.26) будут иметь вид

$$\omega = -\frac{l + \beta l_{\text{эф}} - \rho l_{\text{эф}}}{2 l_{\text{эф}} l} \left[ 1 \mp \sqrt{1 + \frac{4 \rho l_{\text{эф}} l}{(l + \beta l_{\text{эф}} - \rho l_{\text{эф}})^2}} \right]. \quad (9.1.27)$$

Это означает, что поток нейтронов изменяется во времени по закону

$$\Phi(t) = A_0 \exp(\omega_0 t) + A_1 \exp(\omega_1 t), \quad (9.1.28)$$

где  $A_0$  и  $A_1$  — коэффициенты, определяемые из начальных условий;  $\omega_0$  и  $\omega_1$  — решения (9.1.27). Аналогично

$$c(t) = B_0 \exp(\omega_0 t) + B_1 \exp(\omega_1 t), \quad (9.1.29)$$

где  $B_0$  и  $B_1$  — коэффициенты, определяемые из начальных условий.

Приведем решение (9.1.28) к явному виду при  $\rho > 0$ . Рассмотрим, как и прежде, два предельных случая. Пусть  $\rho$  мало по сравнению с  $\beta$  настолько, что

$$(l + \beta l_{\text{эф}} - \rho l_{\text{эф}})^2 \gg 4 \rho l_{\text{эф}} l \text{ и } (\beta - \rho) l_{\text{эф}} \gg l.$$

Тогда, раскладывая корень квадратный из (9.1.27) в ряд Маклорена, ограничиваемся первым значащим членом и решение (9.1.27) представим в виде

$$\omega \approx -\frac{\beta - \rho}{2l} \left[ 1 \mp \left\{ 1 + \frac{2 \rho l}{l_{\text{эф}} (\beta - \rho)^2} \right\} \right] \quad (9.1.30)$$

или

$$\omega_0 \approx \frac{\rho}{(\beta - \rho) l_{\text{эф}}}; \quad \omega_1 \approx -\frac{\beta - \rho}{l}. \quad (9.1.31)$$

Осталось определить коэффициенты  $A_0$  и  $A_1$ . Используем начальные условия для  $\Phi$  и  $c$ , которые с учетом (9.1.28) и (9.1.29) запишем в виде

$$\Phi(0) = A_0 + A_1 = \Phi_0; \quad c(0) = B_0 + B_1 = c_0. \quad (9.1.32)$$

Величины  $\Phi_0$  и  $c_0$  согласно (9.1.24) связаны соотношением

$$c_0 = k_{\infty} \Sigma_a \beta l_{\text{эф}} \Phi_0. \quad (9.1.33)$$

Аналогично (9.1.15)

$$B_0 = \frac{k_{\infty} \Sigma_a \beta}{(\omega_0 + 1/l_{\text{эф}})} A_0 \text{ и } B_1 = \frac{k_{\infty} \Sigma_a \beta}{(\omega_1 + 1/l_{\text{эф}})} A_1. \quad (9.1.34)$$

Рассматривая совместно (9.1.32) — (9.1.34), получаем:

$$\frac{A_0}{\omega_0 l_{\text{эф}} + 1} + \frac{A_1}{\omega_1 l_{\text{эф}} + 1} = \Phi_0. \quad (9.1.35)$$

С учетом (9.1.31) — (9.1.32) окончательно имеем:

$$A_0 \approx \Phi_0 \beta / (\beta - \rho); \quad A_1 \approx -\Phi_0 \rho / (\beta - \rho). \quad (9.1.36)$$

При выводе (9.1.36) пренебрегали  $\rho l$  по сравнению с  $(\beta - \rho)^2 l_{\text{эф}}$ .

Таким образом, формула (9.1.28) принимает вид

$$\Phi(t) = \Phi_0 \left\{ \frac{\beta}{\beta - \rho} \exp \left[ \frac{\rho}{(\beta - \rho) l_{\text{эф}}} t \right] - \frac{\rho}{\beta - \rho} \exp \left[ -\frac{\beta - \rho}{l} t \right] \right\}. \quad (9.1.37)$$

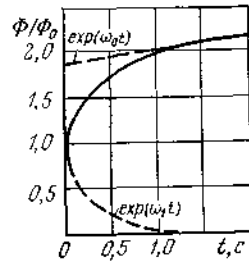


Рис 9.1. Решения уравнений кинетики с одной группой запаздывающих нейтронов ( $\rho > 0$ )

На рис. 9.1 сплошной линией изображена зависимость (9.1.37), а штриховой — отдельные ее слагаемые. Анализ формул (9.1.31) показывает, что  $\omega_0 \ll |\omega_1|$ , поэтому в первый момент после положительного малого скачка реактивности изменение потока нейтронов почти полностью определяется членом  $\exp(\omega_1 t)$ .

Определим период реактора в момент времени, близкий к  $t=0$ . Для этого продифференцируем по  $t$  выражения (9.1.6) и (9.1.28). Полагая затем  $t=0$ , имеем:

$$\left. \frac{d\Phi(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{T} \Phi_0; \quad \left. \frac{d\Phi(t)}{dt} \right|_{t=0} = A_0 \omega_0 + A_1 \omega_1,$$

откуда, подставляя значения  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $\omega_0$  и  $\omega_1$ , получаем

$$\frac{1}{T} = \frac{\beta \rho}{(\beta - \rho)^2 l_{\text{эф}}} + \frac{\rho}{l}.$$

Так как при малых  $\rho$  первое слагаемое в правой части полученного равенства много меньше второго, то

$$T \approx l/\rho, \quad (9.1.38)$$

что совпадает с (9.1.23) и (9.1.7). Значит, при малых  $\rho > 0$  запаздывающие нейтроны не участвуют в изменении потока нейтронов в начальный момент после скачка реактивности.

По истечении времени  $t \ll 1$  с переходная экспонента  $\exp(\omega_1 t)$  затухает, и в дальнейшем поток нейтронов

$$\Phi(t) \approx \Phi_0 \frac{\beta}{\beta - \rho} \exp \left[ \frac{\rho}{(\beta - \rho) l_{\text{эф}}} t \right], \quad (9.1.39)$$

т. е. установившийся период реактора

$$T \approx (\beta - \rho) l_{\text{эф}} / \rho. \quad (9.1.40)$$

При  $\rho \ll \beta$

$$T \approx \frac{\beta l_{\text{эф}}}{\rho} = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^m \beta_i l_i, \quad (9.1.41)$$

что совпадает с (9.1.22), так как, по определению,

$$l_{\text{эф}} = \sum_{i=1}^m \beta_i l_i / \beta.$$

Важная особенность рассмотренного случая — резкий рост (практически скачком) потока нейтронов в переходном режиме разгона реактора и относительно слабый — в установившемся. Величину начального скачка потока нейтронов можно оценить с помощью формулы (9.1.37). Действительно, при  $t \ll l_{\text{эф}} \approx 10$  с запаздывающие нейтроны практически не принимают участия в росте потока нейтронов (первое слагаемое практически не изменяется). Однако если  $(\beta - \rho) t / l \gg 1$ , т. е.  $t \gg l / (\beta - \rho)$ , то второе слагаемое мало по сравнению с первым настолько, что им можно пренебречь. Это означает, что в интервале времени от нуля до  $l / (\beta - \rho) \ll t \ll l_{\text{эф}}$  поток нейтронов возрастает практически лишь за счет мгновенных нейтронов от  $\Phi_0$  до  $\Phi_0 \beta / (\beta - \rho)$ . Пусть, например,  $l = 10^{-3}$  с,  $\beta = 6,4 \cdot 10^{-3}$ ,  $\rho = 10^{-3}$ . Тогда поток нейтронов увеличивается примерно на 20 % к моменту времени  $0,2 \text{ с} \ll t \ll 10 \text{ с}$ .

Во втором предельном случае — при  $\rho \gg \beta$  — решения (9.1.27) можно приближенно записать в виде

$$\omega \approx \frac{\rho}{2l} \left( 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4l}{\rho l_{\text{эф}}}} \right).$$

Используя, как и для первого предельного случая, разложение в ряд Маклорена, имеем

$$\omega \approx \frac{\rho}{2l} \left[ 1 \pm \left( 1 + \frac{2l}{\rho l_{\text{эф}}} \right) \right]$$

или

$$\omega_0 \approx \rho/l; \quad \omega_1 \approx -1/l_{\text{эф}}. \quad (9.1.42)$$

Теперь  $\omega_0 \gg |\omega_1|$ , поэтому в любой момент времени после скачка реактивности поток нейтронов изменяется с периодом  $T \approx 1/\omega_0 \approx l/\rho$ , т. е. запаздывающие нейтроны практически не принимают участия в изменении потока нейтронов (строго говоря, слабое влияние запаздывающих нейтронов заметно при переходных процессах, ибо  $\omega_1$  определяется значением  $l_{\text{эф}}$ ).

#### 9.1.4. КАЧЕСТВЕННОЕ ОБСУЖДЕНИЕ КИНЕТИКИ РЕАКТОРОВ

Рассмотрение, проведенное в пп. 9.1.2 и 9.1.3, позволяет полностью выяснить характер протекания нестационарных процессов и зависимость его от знака и величины скачка реактивности.

Суть переходных процессов, происходящих сразу же после скачка реактивности, заключается в изменении доли запаздывающих (и соответственно мгновенных) нейтронов в реакторе. Действительно, если реактор находится в критическом состоянии достаточно долго, то доля запаздывающих нейтронов в нем неизменна и равна доле запаздывающих нейтронов, образу-

шихся при делении ядер. Изменение реактивности вначале скаывается лишь на количестве мгновенных нейтронов; при  $\rho > 0$  эта величина быстро возрастает; при  $\rho < 0$  — уменьшается. Количество запаздывающих нейтронов при любом значении  $\rho$  остается неизменным до тех пор, пока не увеличится (уменьшится) скорость распада самых короткоживущих ядер-предшественников. А это и означает, что при положительных  $\rho$  происходит уменьшение доли запаздывающих нейтронов, при отрицательных — увеличение. В дальнейшем запаздывающие нейтроны начинают постепенно все в большей мере принимать участие в процессе изменения потока нейтронов. Однако их роль принципиально различна при  $\rho < \beta$  и  $\rho > \beta$ .

Нетрудно показать, что при  $\rho = \beta$  реактор находится в критическом состоянии за счет одних только мгновенных нейтронов. Для этого достаточно рассмотреть уравнение (9.1.10) без источника запаздывающих нейтронов и при условии  $d\Phi/dt = 0$ , т. е. уравнение

$$-\bar{D}B^2\Phi - \Sigma_a\Phi + (1-\beta)k_{\infty}\Sigma_a\Phi = 0.$$

Из него и следует после простых преобразований условие критичности реактора на одних мгновенных нейтронах:

$$\rho = \beta. \quad (9.1.43)$$

Соответственно при  $0 < \rho < \beta$  реактор будет надкритическим на мгновенных и запаздывающих нейтронах, а при  $\rho > \beta$  — только на мгновенных, но с меньшим значением реактивности для них ( $\rho - \beta$ ). Этим фактом и определяется различие в поведении потока нейтронов при разных значениях  $\rho$ . При  $\rho < \beta$  довольно быстро (за счет мгновенных нейтронов) достигается значение потока нейтронов, отличное от первоначального в  $\beta/(\beta - \rho)$  раз. Такой вывод можно получить путем следующих простых рассуждений.

Пусть после скачка реактивности количество запаздывающих нейтронов не изменяется в течение многих поколений мгновенных нейтронов, т. е. скорость появления запаздывающих нейтронов определяется значением потока нейтронов до скачка реактивности  $\Phi_0 = \Phi_0\{(1-\beta) + \beta\}$ . Тогда, спустя время жизни мгновенных нейтронов после скачка реактивности, поток нейтронов  $\Phi$  станет равным  $\Phi_0 k_{\infty}(1-\beta) + \beta\Phi_0 = \Phi_0\{\beta + k_{\infty}(1-\beta)\}$ , ибо образовавшиеся при делении ядра-предшественники еще не распались. Для следующего поколения мгновенных нейтронов

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_0\{k_{\infty}(1-\beta) + \beta\}k_{\infty}(1-\beta) + \Phi_0\beta = \\ &= \Phi_0\{\beta + \beta(1-\beta)k_{\infty} + (1-\beta)^2k_{\infty}^2\}. \end{aligned}$$

Для  $i$ -го поколения

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_0\{\beta + \beta(1-\beta)k_{\infty} + \beta(1-\beta)^2k_{\infty}^2 + \dots \\ &\dots + \beta(1-\beta)^{i-2}k_{\infty}^{i-2} + (1-\beta)^{i-1}k_{\infty}^{i-1}\}. \end{aligned}$$

Видно, что если  $(1-\beta)k_{\infty} < 1$ , т. е.  $\rho < \beta$ , то при  $i \rightarrow \infty$

$$\Phi \approx \Phi_0 \frac{\beta}{1 - (1-\beta)k_{\infty}} \approx \Phi_0 \frac{\beta}{\beta - \rho}. \quad (9.1.44)$$

В противном случае поток нейтронов неограниченно возрастает. Отметим, что такой же результат можно получить и решая систему уравнений (9.1.9), (9.1.10) при  $c_i = c_{i0}$ .

Осталось показать, что использованное нами предположение о неизменности числа запаздывающих нейтронов в течение многих поколений мгновенных нейтронов после скачка реактивности справедливо. Для этого достаточно сравнить время жизни нейтронов в реакторе с временем запаздывания, т. е. временем жизни ядер-предшественников. Наименьшее время запаздывания порядка 0,1 с. Время жизни мгновенных нейтронов максимально в реакторах на тепловых нейтронах и по порядку величины составляет  $10^{-3}$  с. По мере ужесточения спектра нейтронов эта величина уменьшается. Так, в реакторе с водой в качестве замедлителя она уже на порядок меньше. А в реакторах на быстрых нейтронах достигает значений  $10^{-7}$ — $10^{-8}$  с. Понятно, что в любых реакторах первоначальный скачок потока нейтронов за счет лишь мгновенных нейтронов имеет место, и особенно четко он проявляется в реакторах на быстрых нейтронах.

Таким образом, в переходных процессах при  $\rho < 0$  доля запаздывающих нейтронов увеличивается в  $(\beta - \rho)/\beta$  раз, т. е. становится равной  $\beta - \rho$ , при  $0 < \rho < \beta$  она уменьшается во столько же раз  $(\beta/\beta - \rho)$  и становится равной  $\beta - \rho$ , а при  $\rho > \beta$  уменьшается неограниченно, и вскоре запаздывающие нейтроны перестают влиять на изменение потока нейтронов. При  $\rho < \beta$  после скачкообразного изменения потока нейтронов начинается относительно слабое его изменение, скорость которого определяется временем жизни нейтронов одного поколения в реакторе  $\bar{l}$ .

Все рассмотренные особенности видны на рис. 9.2. Следует отметить еще один факт. Если при  $\rho > 0$  с ростом реактивности установившийся период уменьшается вплоть до значения, определяемого лишь мгновенными нейтронами, то при  $\rho < 0$  он не может быть меньше, чем время жизни наиболее долгоживущих ядер-предшественников ( $\sim 80$  с). И, кроме того, при равных по абсолютному значению скачков реактивности установившийся период в подкритическом состоянии больше, чем в надкритическом. Это объясняется увеличением доли запаздывающих нейтронов при  $\rho < 0$ .

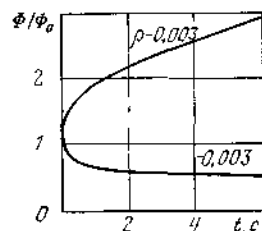


Рис. 9.2 Особенности кинетики при положительном и отрицательном скачках реактивности

Таким образом, значение  $\rho = \beta$  следует рассматривать как границу влияния запаздывающих нейтронов на изменение потока нейтронов в некритическом реакторе. Часто это значение  $\rho$  называют также границей управляемости реактора. В связи с этим удобно измерять реактивность не в абсолютных единицах (или процентах), которые следуют из определения (7.5.10) и которыми мы пользовались до сих пор, а в единицах  $\beta$  (долларах и центах). Доллар — это реактивность, равная  $\beta$ , а цент — сотая часть доллара. Ясно, что если реактивность измерена в долларах (центах), то сразу видно насколько ее значение близко к границе управляемости реактора. Следует только всегда помнить об условности последнего названия. В действительности, вблизи  $\rho = \beta$  на изменение потока нейтронов (как в переходном, так и в установившемся режимах разгона реактора) влияют и мгновенные, и запаздывающие нейтроны. Строго говоря, можно утверждать лишь следующее. При  $\rho \ll \beta$  установившийся период определяется характеристиками запаздывающих нейтронов, а переходные — мгновенных. При  $\rho \gg \beta$  запаздывающие нейтроны не играют практически никакой роли.

Более того, в реакторе всегда происходит деление различных ядер, например  $^{235}\text{U}$  и  $^{238}\text{U}$ . Выходы запаздывающих нейтронов деления для этих изотопов урана существенно различны (см. табл. 3.11). Поэтому необходимо ввести в рассмотрение кинетики усредненную долю запаздывающих нейтронов  $\bar{\beta}$ , которая находится суммированием  $\beta_5$  и  $\beta_8$  с долями, определяемыми относительными выходами нейтронов деления соответственно для  $^{235}\text{U}$  и  $^{238}\text{U}$ . В любом случае  $\bar{\beta} > \beta_5$ , ибо  $\beta_8 > \beta_5$ . Отличие  $\bar{\beta}$  от  $\beta_5$  зависит от спектра нейтронов в реакторе. В реакторах на тепловых нейтронах доля делений  $^{238}\text{U}$  мала, и  $\bar{\beta}$  практически не отличается от  $\beta_5$ . В реакторах на быстрых нейтронах доля делений  $^{238}\text{U}$  достаточно велика, и отличие  $\bar{\beta}$  от  $\beta_5$  значительно.

Однако  $\bar{\beta}$  — неполная характеристика доли запаздывающих нейтронов в реакторе. Дело в том, что средняя энергия запаздывающих нейтронов деления равна  $\sim 0,5$  МэВ, а средняя энергия мгновенных — 2 МэВ. Это приводит к следующему. С одной стороны, вероятность избежать утечки в процессе замедления и вызвать деление новых ядер  $^{235}\text{U}$  для запаздывающих нейтронов больше, чем для мгновенных. С другой — запаздывающие нейтроны, в отличие от мгновенных, не могут вызвать деления ядер  $^{238}\text{U}$ , ибо их энергии меньше пороговой энергии деления  $^{238}\text{U}$ . Первый эффект приводит к увеличению относи-

тельной ценности запаздывающих нейтронов, второй — к уменьшению ее. Для учета и этих эффектов необходимо ввести понятие эффективной доли запаздывающих нейтронов  $\beta_{\text{эф}}$ . По определению

$$\beta_{\text{эф}} = \bar{\beta} \gamma$$

( $\gamma$  — эффективность запаздывающих нейтронов — величина, учитывающая различие в энергиях запаздывающих и мгновенных нейтронов деления).

В реакторах с малой долей делений  $^{238}\text{U}$  (например, реакторах на тепловых нейтронах)  $\gamma$  практически полностью определяется первым из двух названных выше эффектов. В таких реакторах  $\beta_{\text{эф}} \approx \beta_5 \gamma$ . Численное значение эффективности запаздывающих нейтронов  $\gamma$  может быть заметно большим единицы. Особенно существен данный эффект в водо-водяных реакторах малых размеров, т. е. в реакторах с относительно большими утечками быстрых нейтронов и со значительным различием в утечках мгновенных и запаздывающих нейтронов. Оценить  $\gamma$  можно достаточно просто в рамках диффузионно-возрастного приближения. Действительно, вероятность для нейтронов избежать утечки в процессе замедления можно записать в виде (7.3.11)

$$P = (1 - \bar{\beta}) \exp(-\tau_m B^2) + \bar{\beta} \exp(-\tau_3 B^2),$$

где  $\tau_m$  ( $\tau_3$ ) — возраст мгновенных (запаздывающих) нейтронов, откуда

$$\bar{\beta} \gamma \approx \frac{\bar{\beta} \exp(-\tau_3 B^2)}{(1 - \bar{\beta}) \exp(-\tau_m B^2) + \bar{\beta} \exp(-\tau_3 B^2)}$$

и

$$\gamma \approx \{ (1 - \bar{\beta}) \exp[-(\tau_m - \tau_3) B^2] + \bar{\beta} \}^{-1} \approx 1 + (\tau_m - \tau_3) B^2.$$

В реакторах с большой долей делений  $^{238}\text{U}$  (жесткий спектр нейтронов) необходимо учитывать оба эффекта, влияющих на  $\gamma$ . Если  $^{238}\text{U}$  расположен только в активной зоне реактора, то  $\gamma \gg 1$ , ибо действия эффектов в некоторой степени компенсируются. И тогда  $\beta_{\text{эф}}$  существенно превышает  $\beta_5$  практически лишь за счет отличия  $\bar{\beta}$  от  $\beta_5$ .

Иное положение в другом крайнем случае —  $^{238}\text{U}$  расположен только в отражателе. Тогда даже при большой доле делений  $^{238}\text{U}$  (малы размеры активной зоны) отличие  $\beta_{\text{эф}}$  от  $\beta_5$  несущественно. Это связано с тем, что ценность нейтронов деления в отражателе мала, так как они имеют большую вероятность утечки за пределы реактора. А ценность запаздывающих нейтронов значительно меньше ценности мгновенных, так как первые не могут вызвать деления  $^{238}\text{U}$  в отражателе, в отличие от вторых. А это означает, что  $\gamma$  существенно меньше единицы, вследствие чего и компенсируется рост  $\bar{\beta}$  по сравнению с  $\beta_5$ .

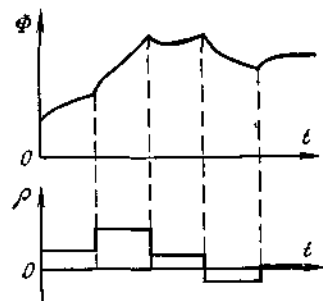


Рис 9.3 Изменение потока нейтронов во времени при различных скачках реактивности

в дальнейшем остается неизменной. Не представляет трудностей случай нескольких последовательных скачков реактивности, различных по абсолютному значению (положительных или отрицательных)

Пусть  $\rho$  изменяется так, как показано на рис 9.3 Будем предполагать, что всегда промежуток времени между двумя последовательными скачками реактивности настолько велик, что переходные процессы успевают затухнуть Тогда поток нейтронов будет изменяться во времени так, как показано на том же рис 9.3

Изменение потока нейтронов после затухания переходных процессов абсолютно аналогично случаю единичного скачка реактивности Для переходных процессов характер изменения потока нейтронов определяется знаком приращения реактивности в момент предшествующего скачка, а не знаком реактивности Это нетрудно объяснить, если вспомнить о том, что суть переходного процесса — установление нового соотношения между числами запаздывающих и мгновенных нейтронов в реакторе

В процессе работы реактора, как правило, изменения реактивности происходят непрерывно в течение каких-то промежутков времени Такой случай, однако, мы не рассматриваем, ибо он не дает ничего принципиально нового для понимания кинетики реакторов, а анализ его довольно громоздкий даже при использовании целого ряда упрощающих предположений

## § 9.2. Температурные эффекты

### 9.2.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

В энергетических реакторах материалы находятся при столь высоких температурах (например, в ВВЭР средняя температура топлива  $t_{\text{ВВЭР}} \approx 1000^\circ\text{C}$ , а воды  $t_{\text{ВВЭР}} \approx 300^\circ\text{C}$ ), что даже относи-

Таким образом, рассматривая кинетику реальных реакторов, строго говоря, следует использовать эффективную долю запаздывающих нейтронов Правда, для энергетических реакторов эта величина незначительно отличается от доли запаздывающих нейтронов деления основного делящегося нуклида

До сих пор мы рассматривали закономерности изменения потока нейтронов во времени для самого простого случая Предполагалось, что реактивность изменяется скачками от нуля до какого-либо положительного или отрицательного значения и

только малые отклонения от номинальных режимов работы приводят к значительным абсолютным изменениям температур Особенно велики эти изменения при переходных режимах работы реакторов Увеличение температуры приводит к расширению материалов, из-за чего изменяются соотношения между массовыми и объемными долями компонентов реактора и увеличиваются размеры активной зоны и реактора в целом Кроме того, при этом повышаются скорости движения атомов и существенно уширяются резонансы в зависимостях сечения поглощения от энергии для тяжелых ядер (§ 2.3) Все эти температурные эффекты вызывают изменение эффективного коэффициента размножения (или реактивности)

Распределение температуры по объему реактора, вообще говоря, изменяется во времени Однако для многих практических задач с достаточной степенью точности можно считать, что в любой момент времени справедливо установившееся поле температур (квазистационарное приближение) Тогда в задаче о влиянии температуры материалов на реактивность можно рассматривать средние по объему отдельных компонентов реактора температуры, а не истинные распределения Такой подход обычно применяется для описания медленных переходных режимов реактора

Иногда реактор рассматривается как единое целое, описываемое средней температурой Этот простейший подход к рассмотрению температурных эффектов наиболее удобен для качественного выяснения зависимости  $k_{\text{эф}}$  (или  $\rho$ ) от температуры Принято вводить понятия температурного эффекта и температурного коэффициента реактивности Температурным эффектом реактивности  $\Delta\rho_t$  называется изменение реактивности  $\rho$ , вызванное изменением температуры всех материалов реактора от значения  $t_1$  до значения  $t_2$

$$\Delta\rho_t \equiv \rho(t_2) - \rho(t_1) = \frac{k_{\text{эф}}(t_2) - k_{\text{эф}}(t_1)}{k_{\text{эф}}(t_1) k_{\text{эф}}(t_2)} \quad (9.2.1)$$

Температурный коэффициент реактивности определяется как приращение реактивности, соответствующее изменению температуры всех материалов реактора на  $1^\circ\text{C}$ , т.е.

$$\alpha_t \equiv \frac{\partial\rho}{\partial t} \approx \frac{\partial k_{\text{эф}}}{k_{\text{эф}} \partial t} \quad (9.2.2)$$

Величины  $\Delta\rho_t$  и  $\alpha_t$ , определенные формулами (9.2.1) и (9.2.2) соответственно, называют изотермическими Реальные значения  $\Delta\rho_t$  и  $\alpha_t$  могут изменяться при переходе как от одного реактора к другому, так и от одного интервала температур к другому (для конкретного реактора), поскольку в общем случае  $\alpha_t = f(t)$  Зная зависимость температурного коэффициента реактивности

от температуры, легко оценить температурный эффект реактивности, связанный с изменением температуры реактора от  $t_1$  до  $t_2$ :

$$\Delta \rho_t = \int_{t_1}^{t_2} \alpha_t dt. \quad (9.2.3)$$

В случае квазистационарного приближения принято говорить о температурных коэффициентах реактивности по топливу, замедлителю, теплоносителю или отражателю, и в определении (9.2.2) использовать температуру  $t$ , относящуюся к рассматриваемому эффекту (соответственно средняя температура топлива, замедлителя, теплоносителя либо отражателя). Для определения соответствующего температурного эффекта реактивности можно использовать результаты расчетов  $k_{эф}$  при требуемых температурах. Такой подход позволяет рассчитать любой температурный эффект реактивности, в том числе и соответствующий различным изменениям средних температур всех компонентов реактора.

Для выяснения степени влияния отдельных температурных эффектов на температурный коэффициент реактивности  $\alpha_t$  удобно представить  $k_{эф}$  в виде произведения  $k_{\infty}P$  (7.3.3). Тогда

$$\alpha_t \approx \frac{\partial k_{эф}}{k_{эф} \partial t} = \frac{\partial k_{\infty}}{k_{\infty} \partial t} + \frac{\partial P}{P \partial t}. \quad (9.2.4)$$

Если  $k_{\infty} = \mu \phi \theta v_{эф}$  (7.1.2), а  $P = 1/(1+B^2M^2)$  (7.4.40), то

$$\frac{1}{k_{\infty}} \frac{\partial k_{\infty}}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{v_{эф}} \frac{\partial v_{эф}}{\partial t} \quad (9.2.5)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial t} &= -\frac{B^2 M^2}{1+B^2 M^2} \left( \frac{1}{B^2} \frac{\partial B^2}{\partial t} + \frac{1}{M^2} \frac{\partial M^2}{\partial t} \right) \approx \\ &\approx -B^2 M^2 \left( \frac{1}{B^2} \frac{\partial B^2}{\partial t} + \frac{1}{M^2} \frac{\partial M^2}{\partial t} \right). \end{aligned} \quad (9.2.6)$$

Таким образом, задача сводится к выяснению зависимостей  $\mu$ ,  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $v_{эф}$ ,  $M^2$  и  $B^2$  от температуры  $t$ .

В то же время удобно разделить температурный коэффициент реактивности на три составляющие: ядерный, плотностной и геометрический. Первый из них характеризует часть температурного эффекта, связанную с изменением микроскопических сечений взаимодействия нейтронов с ядрами среды, второй обусловлен изменением плотности среды, третий учитывает увеличение размеров компонентов и всего реактора вследствие температурного расширения. Ясно, что соотношение между отдельными слагаемыми температурного коэффициента реактивности зависит от состава и режима работы реактора и может значи-

тельно изменяться во времени. В настоящем параграфе приводится лишь качественное рассмотрение, а численные значения для конкретных энергетических реакторов даны в части III книги.

## 9.2.2. ЯДЕРНЫЙ ТЕМПЕРАТУРНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ РЕАКТИВНОСТИ

С ростом температуры распределение атомов (ядер) замедлителя по энергиям смещается в сторону больших энергий (атомы замедлителя движутся с относительно большими скоростями). Вследствие этого ужестачается спектр тепловых нейтронов. Повышение температуры топлива приводит к возрастанию роли эффекта Доплера, т. е. к уширению резонансов в зависимости сечения поглощения от энергии (см. § 2.3). Таким образом, при увеличении температуры замедлителя уменьшаются микроскопические сечения поглощения в области энергий тепловых нейтронов (см. § 2.4), при увеличении температуры топлива увеличиваются эффективные резонансные интегралы поглощения (см. п. 5.11.1). Поэтому логично учесть оба эффекта с помощью ядерного температурного коэффициента реактивности.

Для более детального рассмотрения воспользуемся формулами (9.2.5) и (9.2.6). Начнем с области энергий замедляющихся нейтронов. Формулу (8.5.1) удобно записать в виде

$$\phi = \exp(-\text{const} \cdot I_{эф}),$$

так как влияние эффекта Доплера на вероятность для нейтронов избежать поглощения в процессе замедления сказывается только через  $I_{эф}$ . Напомним, что речь идет о сильных резонансных поглотителях высокой концентрации; в противном случае  $\phi$  определяется истинным резонансным интегралом. В гетерогенных реакторах  $\phi$  всегда зависит от температуры топлива. с ростом последней  $\phi$  уменьшается, т. е.  $\frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} < 0$ .

Перейдем к области энергий тепловых нейтронов. Ради простоты рассмотрим ячейку, состоящую только из топлива (индекс «0») и замедлителя (индекс «1»). Предположим, что  $\sigma_{a0}$  и  $\sigma_{a1}$  изменяются по одному закону, и температуры нейтронного газа в топливе и замедлителе равны. Тогда [см. (8.6.10)]

$$\theta = \frac{1}{1 + \frac{\bar{\Phi}_1}{\bar{\Phi}_0} \frac{\bar{\Sigma}_{a1}}{\bar{\Sigma}_{a0}} \frac{V_1}{V_0}} = \frac{1}{1 + \text{const} \bar{\Phi}_1 / \bar{\Phi}_0}.$$

Вследствие уменьшения сечений поглощения с ростом температуры замедлителя неравномерность в распределении потока

тепловых нейтронов по ячейке уменьшается. При уменьшении  $\Phi_1/\Phi_0$  коэффициент использования тепловых нейтронов  $\theta$  увеличивается, т. е.  $\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} > 0$ .

Отметим, что наше рассмотрение достаточно корректно для начала работы реактора (урановое топливо). В процессе работы реактора в топливе накапливаются  $^{239}\text{Pu}$  и продукты деления, в том числе  $^{135}\text{Xe}$  и  $^{149}\text{Sm}$ . Поэтому анализ следует проводить более тщательно — необходимо учитывать различие в зависимостях сечений поглощения от энергии.

Для уранового топлива  $\nu_{\text{эф}} = f(\alpha, \Sigma_d^0/\Sigma_f^0)$  (см. § 8.7). Это означает, что число нейтронов деления, приходящихся на один тепловой нейтрон, поглощенный топливом, зависит от температуры замедлителя из-за различия в законах изменения сечений деления и радиационного захвата. С ростом температуры сечение деления  $^{235}\text{U}$  уменьшается сильнее, чем сечение радиационного захвата для  $^{238}\text{U}$ , а  $\alpha = \sigma_d^0/\sigma_f^0$  увеличивается. Следовательно, действие обоих эффектов приводит к уменьшению (правда, незначительному)  $\nu_{\text{эф}}$  с ростом температуры, т. е.  $\frac{1}{\nu_{\text{эф}}} \frac{\partial \nu_{\text{эф}}}{\partial t} < 0$ .

Иное положение в случае, когда топливо содержит достаточно большое количество  $^{239}\text{Pu}$ . Отношение  $\sigma_c$  к  $\sigma_f$  для  $^{239}\text{Pu}$  также слабо возрастает с увеличением температуры. Однако другой эффект — более медленное убывание сечения поглощения для  $^{239}\text{Pu}$ , чем для других ядер топлива — оказывается существенным. В итоге с ростом температуры  $\nu_{\text{эф}}$  может увеличиваться, т. е. может быть  $\frac{1}{\nu_{\text{эф}}} \frac{\partial \nu_{\text{эф}}}{\partial t} > 0$ .

С увеличением температуры нейтронного газа сокращается (незначительно) интервал замедления нейтронов. Это приводит к малому уменьшению возраста нейтронов  $\tau$ . Вследствие уменьшения сечений поглощения в области энергий тепловых нейтронов увеличивается длина диффузии  $L$  в активной зоне реактора. Таким образом, с ростом (уменьшением) температуры замедлителя изменения  $\tau$  и  $L^2$  имеют разные знаки. Однако обычно  $L^2$  изменяется сильнее, чем  $\tau$ , поэтому  $\frac{1}{M^2} \frac{\partial M^2}{\partial t} > 0$ .

Нагревание отражателя сопровождается ужесточением спектра тепловых нейтронов в отражателе (по той же причине, что и в замедлителе), поэтому данный температурный эффект также следует отнести к разряду учитываемых ядерным температурным коэффициентом реактивности. Увеличение температуры нейтронного газа приводит к увеличению длины диффузии в отражателе. В результате возрастает эффективная добавка  $\delta$  (§ 7.6.3) и, следовательно, уменьшается геометрический па-

раметр  $B^2$ , т. е.  $\frac{1}{B^2} \frac{\partial B^2}{\partial t} < 0$ . Однако в энергетических реакторах  $\delta$  много меньше размеров активных зон, и этот эффект не имеет практического значения.

### 9.2.3. ПЛОТНОСТНОЙ ТЕМПЕРАТУРНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ РЕАКТИВНОСТИ

Повышение температуры приводит к расширению материалов и уменьшению их плотности. Вследствие последнего уменьшаются макроскопические сечения. Этот эффект и учитывается плотностным температурным коэффициентом реактивности.

Для оценок предположим, что с ростом температуры изменяется плотность только жидкостей (коэффициенты объемного расширения для твердых тел много меньше, чем для жидких). В реакторах используются жидкие теплоносители, замедлители и отражатели. Уменьшение их плотности с увеличением температуры мы и учтем. Как и раньше, воспользуемся формулами (9.2.5), (9.2.6) и начнем рассмотрение с области больших энергий нейтронов

Жидкий теплоноситель (замедлитель) при нагревании становится более «прозрачным» для нейтронов, и вероятность перекрестного эффекта на быстрых нейтронах (8.4.3) увеличивается, т. е. увеличивается вероятность для быстрого нейтрона, вылетевшего из топливного блока, опять возвратиться в топливо (в любой блок). В результате коэффициент размножения на быстрых нейтронах  $\mu$  возрастает, т. е.  $\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial t} > 0$ . Зависимость  $\mu$  от температуры наиболее существенна в тесных решетках, менее существенна в сложных и практически отсутствует в разреженных (см. п. 8.4.3).

В дальнейшем ради простоты будем рассматривать ячейку, состоящую только из топлива и замедлителя. При этом мы получим качественно верные результаты, так как плотностные температурные коэффициенты реактивности теплоносителя и замедлителя имеют одинаковые знаки. Для двухзонной ячейки формулу (8.5.1) запишем в виде

$$\varphi = \exp(-\text{const} \cdot I_{a\text{эф}}/\gamma_1).$$

С увеличением температуры замедлителя (уменьшением плотности  $\gamma_1$ ) вероятность избежать резонансного поглощения  $\varphi$  изменяется по двум причинам. Во-первых, увеличивается вероятность для замедляющихся нейтронов испытать столкновение с ядрами топлива (аналогично тому, как это имеет место в области быстрых нейтронов), из-за чего  $\varphi$  уменьшается. Во-вторых (обратный эффект), уменьшается  $I_{a\text{эф}}$  вследствие возрастания роли взаимного затенения блоков (см. п. 8.5.3). Обе при-

чины играют тем большую роль, чем теснее решетка, причем первая из них более существенна, т. е.  $\frac{1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} < 0$ .

Для выяснения зависимости коэффициента использования тепловых нейтронов  $\theta$  от плотности жидкого замедлителя  $\gamma_1$  в первом приближении можно считать, что отношение  $\bar{\sigma}_{a1}/\bar{\sigma}_{a0}$  не зависит от  $\gamma_1$ . Тогда удобно воспользоваться формулой (8.6.10)

$$\theta = \frac{1}{1 + \frac{V_1}{V_0} \frac{\bar{\sigma}_{a1}}{\bar{\sigma}_{a0}} \frac{N_1}{N_0} \frac{\bar{\Phi}_1}{\bar{\Phi}_0}} = \frac{1}{1 + \text{const } \gamma_1 \frac{\bar{\Phi}_1}{\bar{\Phi}_0}},$$

из которой видно, что рост  $\theta \left( \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} > 0 \right)$  из-за уменьшения плотности замедлителя происходит по нескольким причинам. Основная из них — уменьшение ядерной плотности  $N_1$ . В меньшей степени, но также существенно, сказывается ухудшение рассеивающих свойств замедлителя (увеличение коэффициента диффузии  $D_1$ ), что приводит к уменьшению коэффициента проигрыша  $\bar{\Phi}_1/\bar{\Phi}_0$  (см. п. 8.6.2). И, наконец, увеличивается (дополнительно к росту, учтенному ядерным температурным коэффициентом реактивности) температура нейтронного газа. Это объясняется тем, что при практически неизменном макроскопическом сечении поглощения в ячейке существенно уменьшается ее замедляющая способность. Следствия увеличения температуры нейтронного газа рассмотрены в п. 9.2.2.

Уменьшение макроскопических сечений приводит к увеличению площади миграции как в активной зоне, так и в отражателе. Это означает, что  $\frac{1}{M^2} \frac{\partial M^2}{\partial t} > 0$ , а  $\frac{1}{B^2} \frac{\partial B^2}{\partial t} < 0$ , так как с ростом площади миграции в отражателе увеличивается эффективная добавка  $\delta$ .

И в заключение несколько слов о геометрическом коэффициенте реактивности. Вследствие температурного расширения материалов увеличиваются размеры реактора, а из-за различия в температурных коэффициентах расширения изменяются соотношения объемов компонентов активной зоны. Эти изменения и учитываются геометрическим коэффициентом реактивности. Нетрудно понять, что оба эффекта обусловлены температурным расширением твердых материалов реактора (топлива, замедлителя и конструкционных материалов). Расширение теплоносителя и жидкого замедлителя эквивалентно уменьшению их плотностей и учитывается плотностным температурным коэффициентом реактивности. Ясно, что геометрический коэффициент реактив-

ности мал по сравнению с другими составляющими температурного коэффициента реактивности. Он может играть заметную роль лишь в реакторах на быстрых нейтронах.

#### 9.2.4. РОЛЬ РАЗЛИЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ЭФФЕКТОВ

Из предыдущего рассмотрения следует, что отдельные составляемые температурного коэффициента реактивности имеют разные знаки и могут изменяться во времени. Это означает, что знак и абсолютное значение  $\alpha_i$  зависят от состава и режима работы реактора в рассматриваемый момент времени. Для выяснения роли различных температурных эффектов в реакторах удобно оперировать понятиями температурных коэффициентов реактивности по топливу, замедлителю и теплоносителю (роль отражателя в энергетических реакторах мала).

Температурный коэффициент реактивности по топливу  $\alpha_t^{\text{топл}}$  в большинстве случаев равен части ядерного температурного коэффициента реактивности, обусловленной эффектом Доплера (поэтому его иногда называют доплеровским коэффициентом реактивности). Он практически всегда отрицателен. Исключение могут составлять реакторы на быстрых нейтронах с большим содержанием делящихся нуклидов в топливе. Объясняется это тем, что с ростом температуры топлива увеличивается скорость резонансного поглощения нейтронов как ядрами  $^{238}\text{U}$ , так и делящимися ядрами ( $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ ). И если влияние первого эффекта приводит к уменьшению реактивности, то второго — к увеличению (увеличиваются скорости как радиационного захвата, так и деления в резонансной области).

Температурный коэффициент реактивности по замедлителю  $\alpha_t^{\text{зам}}$  существенно зависит от того, жидкость или твердое тело используется в качестве замедлителя. В реакторах с жидким замедлителем он связан с изменением как плотности замедлителя, так и спектра тепловых нейтронов. В реакторах с графитовым замедлителем величина  $\alpha_t^{\text{зам}}$  определяется только последним. В любом случае температурный коэффициент реактивности по замедлителю может быть и положительным, и отрицательным в зависимости от температуры замедлителя и содержания в топливе  $^{239}\text{Pu}$ .

Температурным коэффициентом реактивности по теплоносителю  $\alpha_t^{\text{тн}}$  учитываются изменения плотности теплоносителя и в меньшей мере спектра тепловых нейтронов (последний формируется в основном в замедлителе) и также может иметь разные знаки.

Таким образом, можно утверждать, что абсолютные значения температурного коэффициента реактивности — наибольшие в реакторах на тепловых нейтронах с водным замедлителем, меньше — с графитовым замедлителем и еще меньше — в реакторах на быстрых нейтронах.



Любой реактор надо стремиться создавать таким, чтобы в нем было  $\alpha_t < 0$ . При этом он будет устойчив в работе, ибо увеличение температуры (мощности) приведет к уменьшению реактивности, и наоборот. Такой реактор принято называть *саморегулируемым*. В противном случае реактор неустойчив и управление им с помощью СУЗ возможно только при малом значении  $\alpha_t$ . Наличие отрицательного температурного коэффициента реактивности особенно важно при выводе реактора на мощность. Отметим, что при отрицательном температурном эффекте реактивности требуется дополнительный запас реактивности, поэтому оптимальным следует считать реактор с малым по абсолютному значению отрицательным  $\Delta\rho_t$ .

Нетрудно понять, что влиять на величину  $\alpha_t$  можно (при заданном составе реактора), изменяя геометрические характеристики решетки активной зоны. Рассмотрим, например, реактор типа ВВЭР. Значения коэффициентов  $\frac{1}{B^2} \frac{\partial B^2}{\partial t}$  ( $< 0$ ),  $\frac{1}{v_{эф}} \frac{\partial v_{эф}}{\partial t}$  ( $< 0$ ),  $\frac{1}{M^2} \frac{\partial M^2}{\partial t}$  ( $> 0$ ) и  $\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial t}$  ( $> 0$ ) для такого реактора относительно малы, и более того, коэффициенты имеют разные знаки. Поэтому в первом приближении можно считать, что эффекты, за которые ответственны данные коэффициенты, компенсируются, и их можно не учитывать. Таким образом, значение температурного коэффициента реактивности определяется в основном изменением с температурой коэффициента использования тепловых нейтронов  $\theta$  и вероятности избежать резонансного поглощения  $\phi$ . А эти величины, как было показано в пп. 8.5.4 и 8.6.8, существенно зависят от шага решетки  $b$  ( $\phi$  увеличивается, а  $\theta$  уменьшается с ростом  $b$ ). Поэтому при малых  $b$  решающим оказывается изменение с температурой  $\phi$  (отрицательный  $\alpha_t$ ), при больших —  $\theta$  (положительный  $\alpha_t$ ). Следовательно, всегда можно создать реактор типа ВВЭР с отрицательным температурным коэффициентом реактивности (при отсутствии других ограничений). Для существующих реакторов такого типа действительно  $\alpha_t < 0$  за счет соответствующего выбора шага решетки. Отметим, что при использовании борной кислоты для компенсации избыточной реактивности в уран-водных реакторах значение  $\alpha_t$  может существенно изменяться (вплоть до перемены знака), что необходимо учитывать при создании реакторов (этот эффект рассмотрен в гл. 10).

Разбиение температурного коэффициента реактивности на отдельные составляющие носит условный характер и использовано лишь для теоретического рассмотрения. В реальных ситуациях такое разбиение провести трудно, да и вряд ли оно целесообразно. Зато большое значение придается специфичным коэффициентам реактивности.

Наиболее типичным и важным с практической точки зрения нестационарным процессом следует, по-видимому, считать из-

менение мощности реактора. Вызванные последним изменения температуры отдельных компонентов реактора различны по значению. Поэтому оценивать последующее изменение реактивности, используя изотермический температурный коэффициент реактивности, нельзя (в крайнем случае — нецелесообразно). Гораздо разумнее и удобнее воспользоваться так называемым *мощностным коэффициентом реактивности*, который определяется как изменение реактивности, вызванное изменением мощности на единицу. Строго говоря, определенный таким образом коэффициент не учитывает динамику переходного процесса, которая важна для безопасности реактора. Дело в том, что изменения температуры различных материалов (особенно при быстром изменении мощности) происходят не одновременно и с разными скоростями. Сразу после скачка мощности (практически мгновенно) изменяется лишь температура топлива, потому что именно в топливе выделяется основная часть энергии деления (§ 2.1). Влияние мощности на температуру других компонентов происходит с существенным запаздыванием. Наибольший эффект запаздывания присущ замедлителю из-за его большой массы и теплоемкости. Естественно, что в каждом конкретном случае роль отдельных компонентов и их вклад в изменение реактивности различны. Однако для очень быстрых изменений мощности в первом приближении можно пренебречь запаздывающими эффектами, в то время как в квазистационарных процессах их роль может быть решающей. Поэтому при оценке возможности регулирования реактора следует оперировать динамическим мощностным коэффициентом реактивности, с помощью которого учитывается изменение реактивности лишь за счет эффектов, связанных с топливом (в первую очередь эффекта Доплера). Чтобы реактор был управляемым, динамический мощностной коэффициент реактивности должен быть отрицательным. В этом случае безопасность реактора можно обеспечить даже при  $\alpha_t > 0$ .

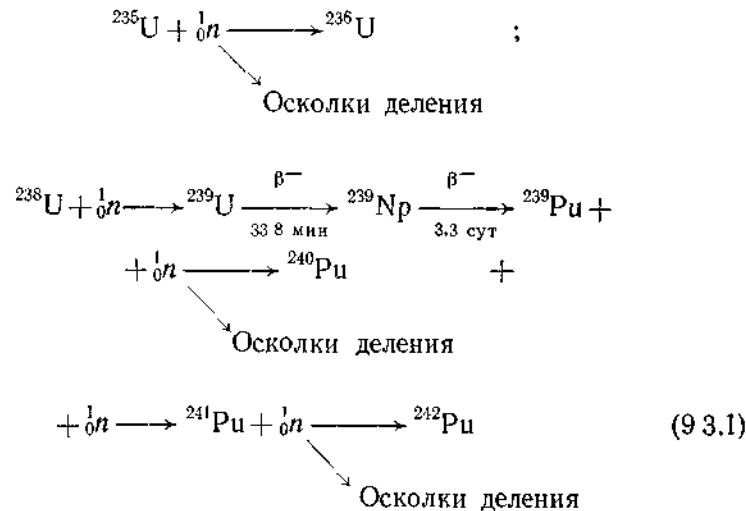
Второй специфичный коэффициент, также зависящий непосредственно от мощности реактора, а не от температуры — это *паровой коэффициент реактивности*. По определению он равен изменению реактивности вследствие единичного изменения паросодержания. Понятно, что количество пара в активной зоне зависит от мощности реактора и изменяется практически при неизменной температуре теплоносителя. Естественно, что проявляется данный эффект лишь после того, как температура теплоносителя становится равной температуре насыщения. Нетрудно выявить составляющие парового коэффициента реактивности, если учесть, что изменение паросодержания эквивалентно изменению плотности теплоносителя. Отсюда следует, что знак парового коэффициента реактивности может быть любым; однако для устойчивой работы реактора нужен минус. Это объясняется тем, что паросодержание меняется при изменении

мощности с относительно малым запаздыванием, т. е. значением парового коэффициента реактивности определяются в какой-то степени особенности переходных процессов. Понятно, что аналогична роль и температурного коэффициента реактивности по теплоносителю, т. е. он также должен быть отрицательным для обеспечения устойчивой работы реактора.

### § 9.3. Изменение нуклидного состава топлива

#### 9.3.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ИЗОТОПНЫЙ СОСТАВ УРАНА И ПЛУТОНИЯ

Во время работы в реакторе непрерывно протекают процессы, приводящие к изменению нуклидного состава реакторных материалов. Для нас представляют интерес лишь те из них, которые существенно влияют на нейтронно-физические характеристики реактора. Подавляющая часть таких процессов вызвана взаимодействием нейтронов с ядрами топлива. Состав уранового топлива изменяется в основном в результате следующих процессов:



Если в реакторе присутствует воспроизводящий нуклид  ${}^{232}\text{Th}$ , то необходимо также учесть процессы



(везде для  $\beta^-$ -распадов приведено среднее время жизни соответствующего ядра)

Видно, что с течением времени постепенно исчезают ядра загруженного в реактор топлива и образуются новые. Среди последних следует выделить в первую очередь делящиеся ядра ( ${}^{239}\text{Pu}$ ,  ${}^{241}\text{Pu}$ ,  ${}^{233}\text{U}$ ). Процесс накопления этих ядер принято называть *воспроизводством делящегося материала*. Для части ядер, образующихся при делении урана и плутония с довольно большой вероятностью, сечения поглощения в области энергии тепловых нейтронов велики. Поглощение нейтронов теми из них, концентрация которых относительно быстро достигает равновесного значения, называется *отравлением реактора*. Все остальные новые ядра часто объединяют в одну группу и называют их шлаками, а поглощение нейтронов этими ядрами — *шлакованием реактора*.

Получим законы изменения ядерных плотностей изотопов урана и плутония. В целях упрощения задачи используем ряд предположений. Не будем учитывать ядра  ${}^{239}\text{U}$  и  ${}^{239}\text{Np}$  ввиду малости их времени жизни, будем считать, что  ${}^{236}\text{U}$  и  ${}^{242}\text{Pu}$  — шлаки из-за малости их сечений поглощения. Пренебрежем радиоактивным распадом всех изотопов урана и плутония, а также изменением ядерной плотности  ${}^{238}\text{U}$ . Рассмотрим большой реактор на тепловых нейтронах. Не будем учитывать поглощение нейтронов в области замедления, кроме радиационного захвата ядрами  ${}^{238}\text{U}$ . Предположим, что отсутствует пространственная зависимость потока нейтронов  $\Phi$ , т. е. рассмотрим проведем для элементарного объема реактора. Разумно считать, что  $\Phi$  — среднее значение потока нейтронов в топливе. Все величины, относящиеся к различным ядрам, будем записывать с соответствующими индексами:  ${}^{235}\text{U} \rightarrow 5$ ,  ${}^{238}\text{U} \rightarrow 8$ ,  ${}^{239}\text{Pu} \rightarrow 9$ ,  ${}^{240}\text{Pu} \rightarrow 0$ ,  ${}^{241}\text{Pu} \rightarrow 1$ .

Тогда система дифференциальных уравнений, описывающих изменение во времени  $t$  ядерных плотностей изотопов урана и плутония, будет иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned}
 dN_5/dt &= -\Phi\sigma_a^5 N_5, \\
 dN_9/dt &= -\Phi\sigma_a^9 N_9 + \Phi\sigma_c^8 N_8 + \\
 &+ \mu(1-\phi)(\nu_{5f}\sigma_a^5 N_5 + \nu_{9f}\sigma_a^9 N_9)\Phi, \\
 dN_0/dt &= -\Phi\sigma_c^0 N_0 + \Phi\sigma_c^9 N_9, \\
 dN_1/dt &= -\Phi\sigma_a^1 N_1 + \Phi\sigma_c^0 N_0.
 \end{aligned} \right\} \quad (9.3.3)$$

Использованные здесь обозначения совпадают с принятыми ранее.

Правая часть каждого из уравнений системы (9.3.3) представляет собой алгебраическую сумму скоростей убыли ядер  $i$ -го нуклида вследствие поглощения и прибыли ядер этого же

нуклида в результате радиационного захвата нейтронов ядрами предыдущего нуклида в цепочке (9.3.1). Последним слагаемым в уравнении для  $N_9$  описывается прибыль  $^{239}\text{Pu}$  за счет резонансного радиационного захвата нейтронов ядрами  $^{238}\text{U}$  (делением  $^{241}\text{Pu}$  пренебрегаем).

Точные решения системы уравнений (9.3.3) достаточно громоздки и неудобны для приближенных расчетов, поэтому мы их не приводим\*. Рассмотрим один из возможных упрощенных подходов к решению данной системы уравнений, основанный на использовании факта относительно слабого изменения за время работы реактора скорости образования нейтронов деления при единичном потоке нейтронов ( $v_{\Phi}^5 \sigma_a^5 N_5 + v_{\Phi}^9 \sigma_a^9 N_9$ ).

Пусть скорость образования ядер  $^{239}\text{Pu}$  в результате резонансного радиационного захвата нейтронов ядрами  $^{238}\text{U}$  относительно мала (велико  $\Phi$ ). Тогда можно ограничиться приближенным представлением этой величины во втором уравнении системы (9.3.3) — считать неизменной во времени сумму  $v_{\Phi}^5 \times \times \sigma_a^5 N_5 + v_{\Phi}^9 \sigma_a^9 N_9$ . При таком предположении решения заметно упрощаются и принимают вид:

$$c_5 = c_5^0 \exp(-z);$$

$$\left. \begin{aligned} c_9 &= \frac{\bar{\sigma}_c^{8*}}{\bar{\sigma}_a^9} [1 - \exp(-\bar{\sigma}_a^9 z)]; \\ c_0 &= \bar{\sigma}_c^9 \left\{ \frac{\bar{\sigma}_c^{8*}}{\bar{\sigma}_a^9 \bar{\sigma}_c^0} [1 - \exp(-\bar{\sigma}_c^0 z)] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\bar{\sigma}_c^{8*}}{\bar{\sigma}_a^9 (\bar{\sigma}_c^0 - \bar{\sigma}_a^9)} [\exp(-\bar{\sigma}_a^9 z) - \exp(-\bar{\sigma}_c^0 z)] \right\}; \\ c_1 &= \bar{\sigma}_c^0 \bar{\sigma}_c^9 \left\{ \frac{\bar{\sigma}_c^{8*}}{\bar{\sigma}_a^9 \bar{\sigma}_c^0} \left[ \frac{1}{\bar{\sigma}_a^1} (1 - \exp(-\bar{\sigma}_a^1 z)) - \right. \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\bar{\sigma}_a^1 - \bar{\sigma}_c^0} (\exp(-\bar{\sigma}_c^0 z) - \exp(-\bar{\sigma}_a^1 z)) \right] - \\ &\quad \left. - \frac{\bar{\sigma}_c^{8*}}{\bar{\sigma}_a^9 (\bar{\sigma}_c^0 - \bar{\sigma}_a^9)} \left[ \frac{1}{\bar{\sigma}_a^1 - \bar{\sigma}_a^9} (\exp(-\bar{\sigma}_a^9 z) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \exp(-\bar{\sigma}_a^1 z)) - \frac{1}{\bar{\sigma}_a^1 - \bar{\sigma}_c^0} (\exp(-\bar{\sigma}_c^0 z) - \exp(-\bar{\sigma}_a^1 z)) \right] \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (9.3.4)$$

где  $c_i = N_i/N_8$  — отношение ядерных плотностей  $i$ -го нуклида и  $^{238}\text{U}$ ;  $c_5^0 = N_5^0/N_8$ ;  $N_5^0$  — начальное значение  $N_5$ ;  $z$  — эффективное время, связанное с временем  $t$  соотношением

$$dz = \Phi \sigma_a^5 dt \quad (9.3.5)$$

(в общем случае поток нейтронов  $\Phi$  — функция времени  $t$ );

$$\bar{\sigma}_c^i = \sigma_c^i / \sigma_a^5; \quad \bar{\sigma}_a^i = \sigma_a^i / \sigma_a^5;$$

$$\bar{\sigma}_c^{8*} = \bar{\sigma}_c^8 + \mu (1 - \Phi) (v_{\Phi}^5 c_5 + v_{\Phi}^9 \bar{\sigma}_a^9 c_9) = \bar{\sigma}_c^8 + \mu (1 - \Phi) v_{\Phi}^5 c_5^0.$$

Для выяснения физического смысла эффективного времени рассмотрим изменение изотопного состава урана и плутония при малых  $z$ . Пусть  $z$  мало настолько, что решения (9.3.4) можно разложить в ряды Маклорена и ограничиться первыми значащими членами. Тогда

$$\left. \begin{aligned} c_5 &= c_5^0 (1 - z); \quad c_9 = \bar{\sigma}_c^{8*} z; \\ c_0 &= \bar{\sigma}_c^9 \bar{\sigma}_c^{8*} z^2 / 2; \quad c_1 = \bar{\sigma}_c^0 \bar{\sigma}_c^9 \bar{\sigma}_c^{8*} z^3 / 6. \end{aligned} \right\} \quad (9.3.6)$$

Из первой формулы (9.3.6) следует, что

$$z = (c_5^0 - c_5) / c_5^0 = (N_5^0 - N_5) / N_5^0, \quad (9.3.7)$$

т. е.  $z$  равно относительному уменьшению ядерной плотности  $^{235}\text{U}$ . Поэтому  $z$  иногда называют *глубиной выгорания топлива*. Естественно, равенство (9.3.7) несправедливо при больших  $z$ . Например, из него следует, что при  $z=1$  ядерная плотность  $^{235}\text{U}$  равна нулю, в то время как истинное значение  $N_5$ , рассчитанное по формуле (9.3.4), всего лишь в  $e$  раз меньше начального ( $N_5^0$ ).

При малых  $z$  количество  $^{235}\text{U}$  уменьшается во времени линейно. Формулы (9.3.6) принято называть формулами малого выгорания. В них не учитывается уменьшение концентраций изотопов плутония за счет поглощения нейтронов. Такой результат и следовало ожидать, ибо скорости убыли пропорциональны концентрациям, а последние малы. Формулы малого выгорания полезны тем, что с их помощью легко оценить соотношение между скоростями накопления изотопов плутония ( $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{240}\text{Pu}$  и  $^{241}\text{Pu}$ ), пропорциональными соответственно первой, второй и третьей степеням  $z$ . При больших  $z$  начинает сказываться выгорание плутония, поэтому расчет необходимо проводить по формулам (9.3.4). В реакторах могут достигаться значения  $z$ , при которых ядерная плотность  $^{239}\text{Pu}$  перестает расти и даже уменьшается.

Для определения временной зависимости ядерной плотности любого из нуклидов топлива в рассматриваемом элементарном

\* Такие решения даны в книге А. Д. Галанина «Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах» (М. Атомиздат, 1959).

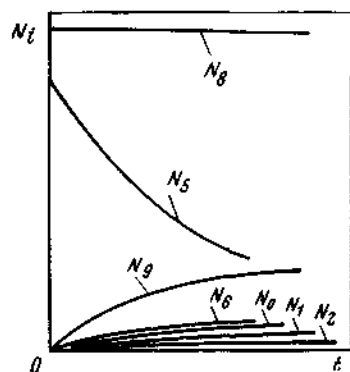


Рис 9.4. Изменение со временем изотопного состава урана и плутония

Если считать неизменной во времени мощность реактора, то значение  $\Phi$  в любой момент времени можно определить из следующего соотношения:

$$\Phi = \frac{Q_T}{3,1 \cdot 10^{10} (\sigma_f^5 N_5 + \sigma_f^9 N_9 + \sigma_f^1 N_1) V_T}, \quad (9.3.8)$$

где  $Q_T$  — тепловая мощность реактора, Вт;  $V_T$  — объем топлива в реакторе, см<sup>3</sup>. Здесь предполагается, что в одном акте деления <sup>235</sup>U, <sup>239</sup>Pu и <sup>241</sup>Pu выделяется энергия, равная 200 МэВ.

Формулу (9.3.8) можно несколько упростить, считая величину  $\sigma_f^5 N_5 + \sigma_f^9 N_9 + \sigma_f^1 N_1$  постоянной. Такое приближение часто разумно, поскольку оно примерно эквивалентно приближению, принятому при получении формул (9.3.4). Тогда поток нейтронов  $\Phi$  не зависит от времени, а его численное значение можно определить по формуле

$$\Phi = \frac{Q_T}{3,1 \cdot 10^{10} \sigma_f^5 N_5^0 V_T}. \quad (9.3.9)$$

Рассмотрение закономерностей изменения изотопного состава урана и плутония закончим примером данных по нуклидному составу топлива для одного из вариантов реактора ВВЭР (табл. 9.1). На рис. 9.4 качественно показано изменение со временем ядерных плотностей основных

изотопов урана и плутония. Графиками и численными данными таблицы наглядно иллюстрируются результаты проведенного рассмотрения и подтверждается справедливость принятых предположений.

объеме необходимо после расчета по формулам (9.3.4) воспользоваться соотношением (9.3.5). Это возможно, если известна зависимость потока нейтронов  $\Phi$  от времени. Рассчитать ее, однако, трудно, поскольку  $\Phi$  изменяется во времени вследствие как изменения нуклидного состава топлива в данной области реактора, так и перераспределения мощности по объему реактора. Поэтому иногда ограничиваются рассмотрением средних по объему реактора концентраций изотопов урана и плутония и соответственно среднего по объему топлива потока нейтронов  $\Phi$ .

### 9.3.2. ШЛАКОВАНИЕ РЕАКТОРА

Рассмотрение временной зависимости ядерной плотности необходимо проводить, строго говоря, для каждого из ядер, относящихся к шлакам. Однако разнообразие шлаков настолько велико, а свойства их настолько различны, что детальное рассмотрение становится чрезвычайно громоздким. Поэтому объединим все шлаки в одну группу и будем оперировать суммарной ядерной плотностью и соответствующими другими характеристиками.

Используем и ряд других предположений. Пусть шлаки возникают при делении лишь <sup>235</sup>U и <sup>239</sup>Pu, а также при радиационном захвате нейтронов ядрами <sup>235</sup>U, т. е. отнесем к шлакам <sup>236</sup>U. Будем учитывать поглощение шлаками как тепловых нейтронов, так и замедляющихся.

Тогда уравнение, описывающее изменение во времени ядерной плотности шлаков  $N_{шл}$ , запишем в виде

$$dN_{шл}/dt = \Phi (\sigma_a^5 N_5 + \sigma_a^9 N_9) - \Phi \sigma_a^{шл} N_{шл} - \Phi (v_{эф}^5 \sigma_a^5 N_5 + v_{эф}^9 \sigma_a^9 N_9) (1 - \Phi_{шл}), \quad (9.3.10)$$

где  $\sigma_a^{шл}$  — сечение поглощения тепловых нейтронов шлаками;  $\Phi_{шл}$  — вероятность для нейтронов избежать поглощения шлаками в процессе замедления.

Преобразуем последний член уравнения (9.3.10). Так как макроскопическое сечение поглощения замедляющихся нейтронов шлаками относительно мало, то  $\Phi_{шл}$  определяется через истинный резонансный интеграл (см. п. 5.11.2), т. е.

$$\Phi_{шл} = \exp \left( - \frac{N_{шл}}{\xi \Sigma_s} I_{a\infty}^{шл} \right),$$

где  $I_{a\infty}^{шл}$  — истинный резонансный интеграл поглощения для шлаков;  $\xi \Sigma_s$  — замедляющая способность среды реактора. Пусть  $N_{шл} I_{a\infty}^{шл} / \xi \Sigma_s \ll 1$ , так что

$$1 - \Phi_{шл} = \frac{N_{шл}}{\xi \Sigma_s} I_{a\infty}^{шл}.$$

Тогда уравнение (9.3.10) можно записать в виде

$$dN_{шл}/dt = \Phi (\sigma_a^5 N_5 + \sigma_a^9 N_9) - \Phi N_{шл} \sigma_a^{шл*}, \quad (9.3.11)$$

$$\text{где } \sigma_a^{шл*} = \sigma_a^{шл} + \frac{v_{эф}^5 \sigma_a^5 N_5 + v_{эф}^9 \sigma_a^9 N_9}{\xi \Sigma_s} I_{a\infty}^{шл}.$$

Таблица 9.1. Изотопный состав урана и плутония, кг/т

Нуклид	Концентрация шлаков, кг/т			
	0	10	20	30
<sup>235</sup> U	36	26,22	18,75	12,95
<sup>238</sup> U	0	1,77	2,98	3,77
<sup>239</sup> U	964	958	951	944
<sup>240</sup> Pu	0	3,41	4,84	5,38
<sup>241</sup> Pu	0	0,47	1,15	1,73
<sup>242</sup> Pu	0	0,22	0,75	1,28
	0	0,02	0,13	0,38

Отметим, что  $\sigma_a^{шл*}$  в общем случае зависит от времени, поскольку нуклидный состав шлаков непрерывно изменяется.

Предположим, что первый член справа в уравнении (9.3.11) не зависит от времени, что примерно соответствует работе реактора на постоянной мощности, и что произведение  $\Phi \sigma_a^{шл*}$  также остается неизменным во времени. Тогда решение уравнения (9.3.11) имеет вид

$$N_{шл} = \frac{\sigma_a^5 N_5 + \sigma_f^9 N_9}{\sigma_a^{шл*}} [1 - \exp[-\sigma_a^{шл*} \Phi t]] \quad (9.3.12)$$

или при слабом изменении во времени  $\sigma_a^{шл*}$  (также  $\Phi$ )

$$N_{шл} \approx \frac{\sigma_a^5 N_5 + \sigma_f^9 N_9}{\sigma_a^{шл*}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\sigma_a^{шл*}}{\sigma_a^5} z\right) \right]. \quad (9.3.13)$$

Интересны предельные случаи. Пусть  $\sigma_a^{шл*} \gg \sigma_a^5$  настолько, что  $\sigma_a^{шл*} z / \sigma_a^5 \gg 1$ . Тогда

$$N_{шл} \approx (\sigma_a^5 N_5 + \sigma_f^9 N_9) / \sigma_a^{шл*}, \quad (9.3.14)$$

т. е. достигается максимальное значение ядерной плотности шлаков. Если  $\sigma_a^{шл*} \ll \sigma_a^5$  настолько, что  $\sigma_a^{шл*} z / \sigma_a^5 \ll 1$ , то

$$N_{шл} \approx z (\sigma_a^5 N_5 + \sigma_f^9 N_9) / \sigma_a^5, \quad (9.3.15)$$

т. е. количество шлаков растет пропорционально глубине выгорания  $z$  и не зависит от  $\sigma_a^{шл*}$ .

Первый предельный случай никогда не реализуется в реакторах (но он имеет место для отдельных продуктов деления), второй примерно справедлив для достаточно широкого интервала изменения  $z$  (вплоть до  $z \approx 1$ ).

Для определения  $\sigma_a^{шл*}$  можно пользоваться следующими формулами, справедливыми для уранового топлива:

$$\sigma_a^{шл} = \begin{cases} 85,56 - 112c_{шл} + 1,52c_{шл}^2, & \text{если } 0 \leq c_{шл} \leq 0,4; \\ 50 - 22,4c_{шл}, & \text{если } 0,4 < c_{шл} < 0,8; \\ 47 - 6,25c_{шл} - 12,5c_{шл}^2, & \text{если } 0,8 \leq c_{шл} \leq 1; \end{cases} \quad (9.3.16)$$

$$I_{a\infty}^{шл} = \begin{cases} 257 - 50c_{шл}, & \text{если } 0 \leq c_{шл} \leq 0,5; \\ 219,9 + 96,6c_{шл} - 144,1c_{шл}^2, & \text{если } 0,5 < c_{шл} < 1, \end{cases} \quad (9.3.17)$$

где  $c_{шл} = N_{шл}(t) / N_5(0)$ .

Видно, что диапазон изменения  $\sigma_a^{шл*}$  относительно невелик. Поэтому для оценочных расчетов можно использовать неизменное значение  $\sigma_a^{шл*} = (50 \div 60) \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$ .

Часто ядерную плотность шлаков определяют еще проще. Для этого используют связь выделившейся в реакторе энергии с количеством выгоревшего топлива. Если в одном акте деления выделяется энергия 200 МэВ, то при делении 1 г  $^{235}\text{U}$  выделится энергия примерно 0,95 МВт·сут. С учетом радиационного захвата (для  $^{235}\text{U}$  в области энергий тепловых нейтронов  $\alpha = \sigma_c / \sigma_f \approx 0,17$ ) получаем, что энергии 1 МВт·сут соответствует выгорание 1,23 г  $^{235}\text{U}$ . Если считать, что масса шлаков равна массе выгоревшего  $^{235}\text{U}$ , то выделению энергии 1 МВт·сут будет соответствовать образование 1,23 г шлаков. Тогда массу шлаков можно определить по формуле

$$m_{шл} = 1,23 Q_T t, \quad (9.3.18)$$

где  $m_{шл}$  — масса шлаков, г;  $Q_T$  — мощность реактора, МВт;  $t$  — время работы реактора, сут.

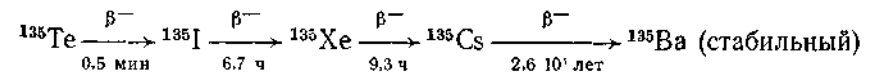
В полученной формуле учитывается образование шлаков от всех делящихся нуклидов, входящих в состав топлива. Зная массу шлаков, можно определить их ядерную плотность:

$$N_{шл} = \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{235 V_T} m_{шл}. \quad (9.3.19)$$

Нетрудно убедиться в том, что формулы (9.3.15) и (9.3.19) практически совпадают. Различие между ними связано лишь с тем, что в последней формуле, в отличие от первой, не учитывается временная зависимость скорости образования  $^{236}\text{U}$ , поэтому при расчете по ней получается завышенный в  $\frac{1 + \alpha}{1 + \alpha \exp(-z)}$  раз результат. Отметим также, что при расчете по обеим формулам завышается ядерная плотность шлаков, поскольку учитываются  $^{135}\text{Xe}$  и  $^{149}\text{Sm}$ .

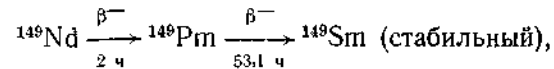
### 9.3.3. ОТРАВЛЕНИЕ РЕАКТОРА

Отравление реактора практически полностью определяется ядрами  $^{135}\text{Xe}$  и  $^{149}\text{Sm}$ . Подавляющая часть  $^{135}\text{Xe}$  возникает в реакторе в результате радиоактивного распада осколка деления  $^{135}\text{Te}$  в следующей цепочке:



(выход  $^{135}\text{Te}$  при делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами  $\omega_{\text{Te}} = 0,06$ ). Кроме того, небольшая часть  $^{135}\text{Xe}$  возникает непосредственно в процессе деления ядер (выход 0,003). Ядро  $^{149}\text{Sm}$

непосредственно при делении не возникает, а образуется лишь в цепочке радиоактивного распада:



выход которой  $\omega_{\text{Sm}} = 0,013$ . В отличие от  $^{135}\text{Xe}$  ядро  $^{149}\text{Sm}$  стабильное и появляется в результате радиоактивного распада значительно более долгоживущего ядра, что определяет различие в характере зависимости ядерных плотностей  $^{135}\text{Xe}$  и  $^{149}\text{Sm}$  от времени.

Рассмотрим вначале отравление  $^{135}\text{Xe}$ . Сечение поглощения тепловых нейтронов этим нуклидом очень велико (см. рис. 2.10), а сечение поглощения надтепловых нейтронов резко уменьшается с ростом энергии. Поэтому отравление наиболее существенно в реакторах на тепловых нейтронах. В значительно меньшей степени оно проявляется в реакторах на промежуточных нейтронах и практически отсутствует в реакторах на быстрых нейтронах.

Предположим, что  $^{135}\text{Xe}$  возникает лишь при делении  $^{235}\text{U}$ , потому что выход  $^{135}\text{Xe}$  слабо меняется из-за присутствия других делящихся ядер. Если пренебречь также  $^{135}\text{Te}$  ввиду малости его времени жизни и поглощением нейтронов нуклидом  $^{135}\text{I}$  ввиду малого значения сечения поглощения, то дифференциальные уравнения, описывающие изменение ядерных плотностей  $^{135}\text{I}$  ( $N_I$ ) и  $^{135}\text{Xe}$  ( $N_{\text{Xe}}$ ) во времени, будут иметь вид

$$dN_I/dt = \omega_I \Phi \sigma_f^5 N_5 - \lambda_I N_I; \quad (9.3.20)$$

$$dN_{\text{Xe}}/dt = \lambda_I N_I - \lambda_{\text{Xe}} N_{\text{Xe}} - \Phi \sigma_a^{\text{Xe}} N_{\text{Xe}}, \quad (9.3.21)$$

где  $\omega_I = \omega_{\text{Xe}}$  — выход  $^{135}\text{I}$  (полагаем, что  $^{135}\text{Xe}$  полностью образуется в цепочке  $\beta^-$ -распадов);  $\lambda_I$  и  $\lambda_{\text{Xe}}$  — постоянные радиоактивного распада  $^{135}\text{I}$  и  $^{135}\text{Xe}$  ( $\lambda_I = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ ;  $\lambda_{\text{Xe}} = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ );  $\sigma_a^{\text{Xe}}$  — сечение поглощения тепловых нейтронов ядрами  $^{135}\text{Xe}$ .

После пуска реактора количество  $^{135}\text{Xe}$  вначале довольно резко возрастает, а затем, приблизительно через 20 ч в силу конкуренции процессов появления в результате распада  $^{135}\text{I}$  и убыли вследствие распада и поглощения нейтронов достигается стационарный уровень (предполагается, что реактор работает на постоянной мощности). Значение  $N_{\text{Xe}}$  при насыщении получается из уравнений (9.3.20) и (9.3.21) при  $dN_I/dt = 0$  и  $dN_{\text{Xe}}/dt = 0$ :

$$N_{\text{Xe}}^{\text{стац}} = \frac{\omega_{\text{Xe}} \sigma_f^5 N_5}{\sigma_a^{\text{Xe}} (1 + \lambda_{\text{Xe}} / \Phi \sigma_a^{\text{Xe}})}. \quad (9.3.22)$$

Видно, что количество  $^{135}\text{Xe}$  при насыщении (стационарном отравлении) тем больше, чем выше значение потока нейтронов

(мощности реактора). При больших значениях  $\Phi$  [ $\sim 10^{14}$  нейтр./( $\text{см}^2 \cdot \text{с}$ )], таких что  $\lambda_{\text{Xe}} / (\Phi \sigma_a^{\text{Xe}}) \ll 1$ , ядерная плотность  $^{135}\text{Xe}$  не зависит практически от потока нейтронов и равна максимальному значению ( $\sim 10^{-5} N_5$ ).

Для оценки потерь нейтронов вследствие отравления ксеноном используют величину

$$q_{\text{Xe}} = \frac{\sigma_a^{\text{Xe}} N_{\text{Xe}}}{\sigma_a^5 N_5 + \sigma_a^8 N_8}. \quad (9.3.23)$$

В качестве примера рассмотрим значения этой величины, соответствующие максимальным значениям равновесной ядерной плотности  $^{135}\text{Xe}$ :

Обогащение урана, %	$q_{\text{Xe}}^{\text{макс}}$
0,714	0,035
2	0,045
3	0,048
100	0,054

Видно, что роль отравления может быть значительной, причем  $q_{\text{Xe}}$  зависит от обогащения урана (наиболее существенно в области малых обогащений — вплоть до 5 %).

Большое значение для реакторов имеет процесс изменения  $N_{\text{Xe}}$  при различных переходных режимах работы реактора. После остановки реактора количество ядер  $^{135}\text{Xe}$  увеличивается и проходит через максимум (рис. 9.5). Вначале относительный рост  $N_{\text{Xe}}$  пропорционален потоку нейтронов, сечению поглощения для  $^{135}\text{Xe}$  и времени. Максимальное значение  $N_{\text{Xe}}$  достигается примерно через 10 ч. Оно тем больше, чем больше был поток нейтронов в работающем реакторе. Увеличения ядерной плотности практически не происходит, если  $\Phi \leq 10^{13}$  нейтр./( $\text{см}^2 \cdot \text{с}$ ).

Легко понять причину такого изменения ядерной плотности ксенона. Действительно, при уменьшении потока нейтронов до нуля прекращается убыль ядер  $^{135}\text{Xe}$  вследствие поглощения нейтронов, которая является преобладающей при достаточно больших мощностях. В то же время скорость образования ядер  $^{135}\text{Xe}$  уменьшается гораздо медленнее, так как время жизни  $^{135}\text{I}$  достаточно велико.

Таким образом, после остановки реактора происходит уменьшение реактивности (обусловленное увеличением отравления ксеноном), которое принято называть *иодной ямой*. Поэтому при пуске реактора после кратковременной остановки требуется запас реактивности для компенсации иодной ямы. При отсутствии достаточного запаса реактивности приходится либо запускать реактор вновь через 20—40 ч, в зависимости от значения  $\Phi$  в реакторе до остановки, когда количество  $^{135}\text{Xe}$  уменьшится в результате радиоактивного распада до

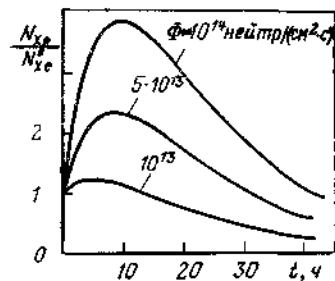


Рис. 9.5. Изменение ядерной плотности  $^{135}\text{Xe}$  после остановки реактора

ных режимов остановки реактора удастся заметно уменьшить глубину иодной ямы, а значит, и запас реактивности, необходимый для пуска реактора после кратковременной остановки.

Явление, аналогичное иодной яме, но в меньшем масштабе, имеет место и при переходе с большего уровня мощности на меньший. Соответственно при увеличении мощности реактора количество  $^{135}\text{Xe}$  вначале уменьшается и только спустя некоторый промежуток времени увеличивается (эффект, обратный иодной яме). Эти особенности в изменении количества ксенона могут быть причиной возникновения пространственных колебаний распределения энерговыделения в реакторе.

Если реактор имеет настолько большие размеры, что вклад эффекта отравления в эффективный коэффициент размножения превышает вклад утечки нейтронов, то форма распределения потока нейтронов по объему реактора может существенно отличаться от стационарной. Если к тому же потери на отравление больше абсолютного значения отрицательного температурного эффекта реактивности (§ 9.2), то возможно возникновение пространственной неустойчивости распределения энерговыделения. Пусть в реакторе возникло случайное локальное увеличение потока нейтронов. Это приведет к уменьшению количества ксенона в данном объеме и, как следствие, к увеличению реактивности (если температурный эффект реактивности мал для компенсации этого отклонения). Такой процесс будет развиваться в одном направлении.

Стремление поддерживать мощность реактора неизменной приводит к необходимости вводить в область с повышенной концентрацией  $^{135}\text{Xe}$  рабочий орган СУЗ. Но область влияния последнего ограничена и, следовательно, велика вероятность того, что она будет меньше области локального увеличения потока нейтронов (даже в наиболее благоприятном случае — перекрытии областей). Это означает, что процесс роста количества ксенона будет продолжаться вне области влияния

приемлемого значения, либо использовать специальные режимы предшествующей остановки реактора. В такие режимы включается несколько последовательных операций, причем обязательные элементы их — промежуточный пуск реактора после первого уменьшения  $\Phi$  до 0 и кратковременная работа при  $\Phi$ , отличном от нуля, перед окончательной остановкой. За это время количество ксенона в реакторе существенно уменьшается (за счет поглощения нейтронов), а количество иода увеличивается незначительно. С помощью специальных

стержня СУЗ, т. е. локальное возмущение потока нейтронов переместится в соседние (соседнюю) области реактора, где все повторится снова.

Таким образом, в реакторе будет происходить процесс пространственного перемещения локальных всплесков энерговыделения, который принято называть ксенонными колебаниями или распространением ксенонных волн, потому что он вызван перераспределением ксенона по объему реактора. Период ксенонных колебаний может изменяться в пределах от десяти до нескольких часов, а вероятность возникновения этих колебаний тем больше, чем равномернее энерговыделение в реакторе.

Для подавления пространственной неустойчивости распределения энерговыделения в больших реакторах приходится использовать большое число рабочих органов СУЗ, перемещаемых независимо, и тщательно продумывать схему их расположения (компенсация локального увеличения мощности позволяет избежать уменьшения мощности всего реактора).

Перейдем к рассмотрению отравления реактора самарием ( $^{149}\text{Sm}$ ). Пренебрегая  $^{149}\text{Nd}$ , получаем следующие уравнения для ядерных плотностей  $^{149}\text{Pm}$  ( $N_{\text{Pm}}$ ) и  $^{149}\text{Sm}$  ( $N_{\text{Sm}}$ ):

$$dN_{\text{Pm}}/dt = w_{\text{Pm}}\Phi\sigma_f^5 N_5 - \lambda_{\text{Pm}}N_{\text{Pm}}; \quad (9.3.24)$$

$$dN_{\text{Sm}}/dt = \lambda_{\text{Pm}}N_{\text{Pm}} - \Phi\sigma_a^{\text{Sm}}N_{\text{Sm}}, \quad (9.3.25)$$

где  $w_{\text{Pm}}$  — выход  $^{149}\text{Pm}$ , равный выходу  $^{149}\text{Sm}$ ;  $\lambda_{\text{Pm}} = 3,6 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$  — постоянная распада ядер  $^{149}\text{Pm}$ ;  $\sigma_a^{\text{Sm}}$  — сечение поглощения тепловых нейтронов ядрами  $^{149}\text{Sm}$ . Уравнения (9.3.24) и (9.3.25) аналогичны уравнениям (9.3.20) и (9.3.21), с тем лишь отличием, что постоянная распада  $^{149}\text{Sm}$  равна нулю. Подобно ксенону, для  $^{149}\text{Sm}$  наблюдается насыщение при значении

$$N_{\text{Sm}}^{\text{стац}} = w_{\text{Sm}}\sigma_f^5 N_5 / \sigma_a^{\text{Sm}}, \quad (9.3.26)$$

которое не зависит от потока нейтронов и равно  $\sim 10^{-4}N_5$ . Время достижения насыщения определяется мощностью реактора. Для оценки его можно пользоваться соотношением

$$t_n \approx 10^{15}/\Phi, \quad (9.3.27)$$

где  $t_n$  — время достижения насыщения, сут.

Значения потерь нейтронов за счет отравления самарием

$$q_{\text{Sm}} = \sigma_a^{\text{Sm}}N_{\text{Sm}}/(\sigma_a^5 N_5 + \sigma_a^8 N_8) \quad (9.3.28)$$

для равновесной ядерной плотности  $^{149}\text{Sm}$  приведены ниже:

Обогащение урана, %	$q_{\text{Sm}}^{\text{стац}}$
0,714	0,0072
2	0,0093
3	0,0099
100	0,0111

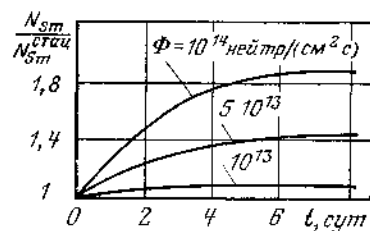


Рис 9.6 Изменение ядерной плотности  $^{149}\text{Sm}$  после остановки реактора

мени (практически приближается к насыщению) (рис 9.6). Последнее связано со стабильностью  $^{149}\text{Sm}$ .

При  $t \rightarrow \infty$  (практически через 10 сут) достигается насыщение ядерной плотности  $^{149}\text{Sm}$ , т. е. значение

$$N_{\text{Sm}}^{\text{стат}} = \omega_{\text{Sm}} \sigma_f^5 N_5 / \sigma_a^{\text{Sm}} + \omega_{\text{Sm}} \Phi \sigma_f^5 N_5 / \lambda_{\text{Pm}} = N_{\text{Sm}}^{\text{стат}} + N_{\text{Sm}}^{\text{стат}} \Phi \sigma_a^{\text{Sm}} / \lambda_{\text{Pm}} \quad (9.3.29)$$

Количество самария при насыщении тем больше, чем на большей мощности работал реактор до остановки. Уменьшение реактивности при остановке реактора, обусловленное отравлением  $^{149}\text{Sm}$ , значительно меньше глубины йодной ямы, зато в отличие от последней оно сохраняется во времени.

На этом мы заканчиваем рассмотрение вопроса об изменении нуклидного состава ядерного топлива во времени. Напомним лишь, что речь шла о реакторах на тепловых нейтронах. Однако нетрудно понять подход к решению задачи для других реакторов. Например, система уравнений (9.3.3) будет пригодна для реактора с любым спектром нейтронов, если все сечения в ней заменить сечениями, усредненными по соответствующему спектру, и убрать из правой части уравнения, описывающего изменения ядерной плотности  $^{239}\text{Pu}$ , последнее слагаемое (формально считать  $\phi=1$ ). Вид решений полученной таким образом системы уравнений очевиден. Подход к определению ядерных плотностей шлаков,  $^{135}\text{Xe}$  и  $^{149}\text{Sm}$  аналогичен указанному выше (роль продуктов деления в таких реакторах мала).

Для расчета в нескольких группах в уравнениях баланса необходимо отдельно учитывать в каждой энергетической группе скорости убыли и прибыли рассматриваемого нуклида

### 9.3.4. ГЛУБИНА ВЫГОРАНИЯ ТОПЛИВА. КАМПАНИЯ РЕАКТОРА

Глубина выгорания топлива  $\rho_{\text{вл}}$  — один из важнейших показателей экономичности АЭС, значительно влияющий на себестоимость отпускаемой электроэнергии. Существует несколько способов определения понятия  $\rho_{\text{вл}}$ . Рассмотрим основ-

ные из них на примере уранового топлива. Иногда говорят об относительном выгорании тяжелых нуклидов топлива, выраженном в процентах, т. е. глубиной выгорания топлива называют величину

$$\rho_{\text{вл}} = \frac{\Delta m_{\text{U}}}{m_{\text{U}}} 100 \%, \quad (9.3.30)$$

где  $m_{\text{U}}$  — масса загруженного в реактор урана, т;  $\Delta m_{\text{U}}$  — масса выгоревшего топлива, т.

Количеством выгоревшего топлива полностью определяется значение выделившейся при этом энергии. Последняя величина всегда известна. Поэтому часто глубину выгорания топлива находят в виде отношения энергии, полученной за время работы реактора, к массе загруженного урана:

$$\rho_{\text{вл}} = Q_{\text{т}} / m_{\text{U}} \quad (9.3.31)$$

(измеряется в МВт·сут/кг U). Нетрудно получить приближенное соотношение между значениями  $\rho_{\text{вл}}$ , рассчитанными по формулам (9.3.30) и (9.3.31), поскольку 1 % выгоревшего топлива соответствует примерно 10 МВт·сут/кг U. Возможны и другие подходы к определению  $\rho_{\text{вл}}$ , но они используются значительно реже рассмотренных. Например,

$$\rho_{\text{вл}} = m_{\text{вл}} / m_{\text{U}}. \quad (9.3.32)$$

В энергетическом реакторе желательно иметь большее значение  $\rho_{\text{вл}}$ , однако существует некое предельное значение  $\rho_{\text{вл}}$ , определяемое стойкостью твэлов. Действительно, с ростом глубины выгорания увеличивается распухание топлива (см. § 3.7) и давление на оболочку твэла газообразных продуктов деления. Кроме того, прочностные свойства оболочки ухудшаются во времени под воздействием тепловой нагрузки, нейтронов, а также теплоносителя. Стойкость твэлов зависит от вида топлива и теплоносителя, материала оболочки и конструкции твэла.

Среднее по объему реактора значение  $\rho_{\text{вл}}$  всегда меньше предельного. Так, если активная зона реактора вначале однородна, то энерговыделение (а, значит, и выгорание топлива) существенно различно по объему реактора (рис 9.7). В центре активной зоны топливо выгорает быстрее, чем на периферии, хотя различие и уменьшается во времени. Это означает, что средняя глубина выгорания топлива будет меньше максимально возможного значения, достигнутого в центре активной зоны. При выравнивании распределения энерговыделения увеличивается глубина выгорания топлива и, что не менее существенно, можно увеличить мощность реактора при прочих равных условиях.



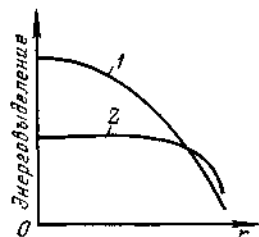


Рис. 9.7. Начальное (1) и конечное (2) распределения энерговыделения по радиусу однородного реактора

Для такого выравнивания можно, в частности, использовать различные способы перегрузки (перемещения по объему реактора) ядерного топлива. На практике реализуют либо квазинепрерывную (в канальном реакторе), либо только периодическую (частичную) перегрузку топлива (в корпусном реакторе). Возможна, например, позонная перегрузка: активная зона делится на несколько концентрических областей, наиболее выгоревшее топливо извлекается из центральной области, оставшееся перемещается в соседние области по направлению от периферии к центру, а на освободившееся место (на периферии) загружается свежее топливо. Такой режим частичной перегрузки позволяет существенно уменьшить различие в значениях глубины выгорания для выгружаемых из реактора твэлов по сравнению с одновременной перегрузкой всего топлива (однородная начальная активная зона). При этом существенно меньшим будет и отличие среднего значения  $\rho_{\text{шл}}$  от максимального.

Таким образом, схема расположения (перегрузки) топлива устанавливает однозначную связь средней по объему реактора глубины выгорания топлива с предельно допустимой, определяемой стойкостью используемых в реакторе твэлов. Это означает, что одновременно фиксируется время пребывания твэлов в реакторе, работающем на номинальной мощности (эффективное время), которое называется *кампанией топлива*.

Время работы реактора на номинальной мощности без перегрузки (перемещения) топлива принято называть *кампанией реактора*. Эта величина также определяется режимом перегрузки. При одновременной перегрузке всего топлива кампания реактора совпадает с кампанией топлива; при режиме частичных перегрузок она в  $n$  раз меньше кампании топлива ( $n$  — число перегрузок через равные временные интервалы за кампанию топлива). При квазинепрерывной перегрузке понятие кампании реактора использовать нецелесообразно.

Требуемая кампания реактора (для конкретного случая) может быть получена только при использовании урана с обогащением, не меньшим некоторого предельного значения, потому что эффективный коэффициент размножения уменьшается во времени (по мере выгорания топлива). В целях иллюстрации рассмотрим зависимость коэффициента размножения от времени.

Пусть  $k_{\infty}$  определяется формулой четырех сомножителей (7.1.2). Предположим также, что коэффициенты  $\mu$  и  $\phi$  не изменяются во времени, поскольку относительное изменение ядерной плотности  $^{238}\text{U}$  мало. Тогда временная зависимость

$k_{\infty}$  будет обусловлена изменением во времени произведения  $\Phi v_{\text{эф}}$ . Пренебрегая накоплением  $^{241}\text{Pu}$ , имеем:

$$k_{\infty} = \mu \phi \frac{v_{\text{эф}}^5 \sigma_a^5 N_5 + v_{\text{эф}}^9 \sigma_a^9 N_9}{\sigma_c^8 N_8 + \sigma_a^5 N_5 + \sigma_a^9 N_9 + \sigma_c^0 N_0 + \sigma_{\text{шл}} N_{\text{шл}} + \sigma_a^{\text{Xe}} N_{\text{Xe}} + \sigma_a^{\text{Sm}} N_{\text{Sm}} + \sigma_{a2} N_2 \frac{V_2 \bar{\Phi}_2}{V_0 \bar{\Phi}_0} + \sigma_{a1} N_1 \frac{V_1 \bar{\Phi}_1}{V_0 \bar{\Phi}_0}} \quad (9.3.33)$$

Из формулы (9.3.33) видно, что характер изменения  $k_{\infty}$  во времени зависит от обогащения урана (рис. 9.8); как правило, значение  $k_{\infty}$  уменьшается. При использовании слабообогащенного либо природного урана, когда доля нейтронов, поглощаемых  $^{238}\text{U}$ , относительно велика, в первый период работы реактора наблюдается незначительный рост  $k_{\infty}$ , связанный с накоплением  $^{239}\text{Pu}$ . В таких реакторах  $^{239}\text{Pu}$  накапливается почти с той же скоростью, с какой выгорает  $^{235}\text{U}$ . Но сечение поглощения тепловых нейтронов ядрами  $^{239}\text{Pu}$  значительно больше, чем ядрами  $^{235}\text{U}$  ( $v_{\text{эф}}^5 \approx v_{\text{эф}}^9$ ). Затем постепенно ускоряется выгорание  $^{239}\text{Pu}$  и возрастает роль шлаков, поэтому  $k_{\infty}$  начинает уменьшаться. В случае обогащенного урана, когда доля нейтронов, поглощаемых  $^{238}\text{U}$ , относительно мала, зависимость  $k_{\infty}$  от  $t$  практически линейная.

Таким образом, при заданной массе загруженного топлива реактор сможет работать лишь ограниченный промежуток времени, — до тех пор, пока  $k_{\text{эф}}$  не станет равным единице. Это означает и то, что после каждой перегрузки в реакторе находится избыток топлива сверх критической массы, обеспечивающий работу реактора до следующей перегрузки (в течение кампании реактора). Естественно, что избыточная реактивность должна быть скомпенсирована, так как работа на постоянной мощности возможна лишь при  $k_{\text{эф}} = 1$ . Для этого обычно используют рабочие органы СУЗ. Однако при большой начальной избыточной реактивности необходимое число стержней СУЗ может оказаться настолько большим, что возникнут затруднения и в первую очередь конструктивные. Тогда целесообразней компенсировать (хотя бы частично) избыточную реактивность введением в реактор выгорающих поглотителей.

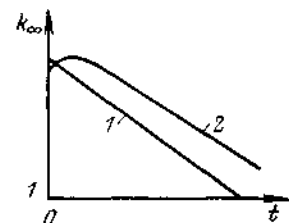


Рис. 9.8. Зависимость коэффициента размножения от времени при использовании обогащенного (1) и природного (2) урана

### 9.3.5. ВЫГОРАЮЩИЕ ПОГЛОТИТЕЛИ

Когда говорят об использовании в реакторе выгорающих поглотителей, то речь идет о поглотителях, вводимых

в определенные места реактора однажды (в процессе перегрузки топлива) и не перемещаемых в течение всей кампании реактора. Основная цель применения выгорающих поглотителей — компенсация избыточной реактивности. В то же время введение их в реактор не должно приводить к уменьшению кампании реактора. Это означает, что к концу кампании поглотитель должен практически полностью выгореть, т. е. должно выполняться условие  $N_{в.п}^k/N_{в.п}^0 \ll 1$  (практически несколько процентов), где  $N_{в.п}^0$  и  $N_{в.п}^k$  — ядерные плотности выгорающего поглотителя соответственно в начале и конце кампании реактора.

Выясним, какими свойствами должны обладать выгорающие поглотители. Для этого сравним скорости изменения во времени ядерных плотностей выгорающего поглотителя и  $^{235}\text{U}$ . Скорость изменения  $N_{в.п}$  во времени описывается уравнением

$$dN_{в.п}/dt = -N_{в.п}\sigma_a^{в.п}\Phi_{в.п}. \quad (9.3.34)$$

Рассмотрение его совместно с уравнением для  $N_5$  (9.3.3) дает:

$$\frac{dN_{в.п}}{dN_5} = \frac{N_{в.п}\sigma_a^{в.п}\Phi_{в.п}}{N_5\sigma_a^5\Phi_5}. \quad (9.3.35)$$

Пусть выгорающий поглотитель равномерно распределен в топливе, т. е.  $\Phi_{в.п} = \Phi_5$ . Тогда решение уравнения (9.3.35) принимает вид

$$\frac{N_{в.п}}{N_{в.п}^0} = \left( \frac{N_5}{N_5^0} \right)^{\sigma_a^{в.п}/\sigma_a^5}. \quad (9.3.36)$$

Эту формулу удобно использовать для оценки  $\sigma_a^{в.п}$ . Видно, что требуемое значение  $\sigma_a^{в.п}$  зависит от глубины выгорания  $^{235}\text{U}$ . Поскольку условие критичности реактора в конце кампании выполняется лишь при относительно малом выгорании  $^{235}\text{U}$ , т. е. при  $N_5^0/N_5 \gg N_{в.п}^k/N_{в.п}^0$ , то из формулы (9.3.36) следует, что должно выполняться условие

$$\sigma_a^{в.п} \gg \sigma_a^5.$$

В принципе выгорающим поглотителем может быть и нуклид с относительно малым сечением поглощения. Однако он выгорает настолько слабо, что с его помощью неразумно компенсировать довольно большую начальную избыточную реактивность ( $N_{в.п}^0$  должно быть малым). Если все же попытаться это сделать, то одновременно необходимо загрузить в реактор дополнительное количество топлива для компенсации действия оставшегося к концу кампании выгорающего поглотителя (при неизменной кампании), что, естественно, нецелесообразно. Следует помнить также и о том, что  $\sigma_a^{в.п}$  не должно быть слиш-

ком большим, чтобы поглотитель не выгорел практически полностью за время, существенно меньшее кампании реактора.

Важны и другие свойства выгорающего поглотителя. После поглощения нейтрона он должен превратиться в изотоп с малым сечением поглощения, намного меньшим  $\sigma_a^{в.п}$ . Это условие практически невыполнимо в области энергий быстрых нейтронов, где сечения поглощения различных изотопов соизмеримы. Поэтому эффективное применение выгорающих поглотителей возможно только в реакторах на тепловых нейтронах. Важно также, чтобы при введении выгорающего поглотителя в какой-либо материал (конструкционный элемент) реактора не ухудшалась работоспособность этого материала (элемента). Количество нуклидов, пригодных на роль выгорающего поглотителя, весьма ограничено (бор, европий, гадолиний и некоторые другие). Чаще всего используются сплавы и химические соединения, содержащие бор (природный или обогащенный выгорающим изотопом  $^{10}\text{B}$ ).

Эффективность использования выгорающих поглотителей существенно зависит от способа размещения и месторасположения их в активной зоне реактора. И то и другое может быть разнообразным. Принципиально различными следует считать два способа размещения: гомогенный и гетерогенный. В первом случае выгорающий поглотитель располагается так, что отношение  $\Phi_{в.п}/\Phi_5$  слабо зависит от времени. Во втором, как правило, — это использование специальных конструктивных элементов, содержащих выгорающий поглотитель в таких количествах, что существен эффект самоэкранировки. В этом случае значение  $\Phi_{в.п}/\Phi_5$  увеличивается во времени по мере выгорания поглотителя.

Выясним характер изменения во времени эффективного коэффициента размножения реактора с гомогенным выгорающим поглотителем. Для этого рассмотрим гомогенный реактор, пренебрегая накоплением изотопов плутония, отравлением и шлакованием. Тогда формулу (9.3.33) можно записать в виде

$$k_\infty = \mu\Phi \frac{\nu_{эф}^5 \sigma_a^5 N_5}{\Sigma_a^5 + \Sigma_a + \sigma_a^{в.п} N_{в.п}} = \frac{\mu\Phi \nu_{эф}^5}{1 + \frac{\Sigma_a}{\Sigma_a^5} + \frac{\sigma_a^{в.п} N_{в.п}}{\sigma_a^5 N_5}}, \quad (9.3.37)$$

где  $\Sigma_a$  — макроскопическое сечение поглощения для всех материалов активной зоны, кроме  $^{235}\text{U}$  и выгорающего поглотителя. С учетом временных зависимостей  $N_{в.п}$  и  $N_5$  имеем:

$$k_\infty = \frac{\mu\Phi \nu_{эф}^5}{1 + \frac{\Sigma_a}{\sigma_a^5 N_5^0} \exp(\sigma_a^5 \Phi t) + \frac{\sigma_a^{в.п} N_{в.п}^0}{\sigma_a^5 N_5^0} \exp[-(\sigma_a^{в.п} - \sigma_a^5) \Phi t]}. \quad (9.3.38)$$

Проанализируем полученное соотношение. Из него следует, что, применяя выгорающие поглотители, в первую очередь можно уменьшить диапазон изменения  $k_{\infty}$  в течение кампании реактора при неизменной загрузке топлива. Действительно, даже если к концу кампании поглотитель практически полностью выгорает (а только в этом случае кампания остается неизменной), то  $k_{\infty}$  реактора с выгорающим поглотителем меньше  $k_{\infty}$  реактора без такого поглотителя в течение всей кампании. Указанное различие уменьшается с течением времени и к концу кампании исчезает.

Далее, значение скомпенсированной выгорающим поглотителем начальной избыточной реактивности тем выше, чем больше  $N_{\text{в}}^0$  и  $\sigma_a^{\text{в}}$ . Следует только помнить о том, что для эффективного использования выгорающего поглотителя (как было показано ранее) эти величины нельзя выбирать произвольно, — должно быть  $\sigma_a^{\text{в}} \gg \sigma_a^5$ . При этом в формуле (9.3.38) экспонента  $\exp[-(\sigma_a^{\text{в}} - \sigma_a^5)\Phi t]$  уменьшается во времени значительно быстрее, чем растет другая —  $\exp(\sigma_a^5 \Phi t)$ . Если  $\Sigma_a \approx \sigma_a^{\text{в}} N_{\text{в}}^0$ , то  $k_{\infty}$  увеличивается во времени. Как правило, такой случай имеет место на практике в начале работы реактора с гомогенным выгорающим поглотителем. Тогда  $k_{\text{эф}}$  изменяется во времени так, как показано на рис. 9.9 (кривая 1), а не линейно (кривая 3).

Таким образом, используя гомогенный выгорающий поглотитель, можно уменьшить избыточную реактивность, компенсируемую другими способами. Однако поглотитель в этом случае выгорает значительно быстрее  $^{235}\text{U}$ , вследствие чего наблюдается «выбег» реактивности  $\delta$ , который необходимо компенсировать поглотителями другого рода. Значение  $\delta$  тем больше, чем больше  $\sigma_a^{\text{в}}$ . Обычно количество гомогенного выгорающего поглотителя выбирается таким, чтобы вначале  $\rho$  равнялось нулю; значение  $\delta$  при этом оказывается в 2—3 раза меньше значения начальной избыточной реактивности реактора без выгорающего поглотителя. В случаях, когда значения  $\delta$  довольно велики, может оказаться целесообразным заменить выгорающий поглотитель другим, с меньшим  $\sigma_a^{\text{в}}$ . Тогда будет скомпенсирована меньшая часть начальной избыточной реактивности, зато значение  $\delta$  также уменьшится.

Дополнительные возможности появляются при использовании гетерогенного расположения выгорающего поглотителя (блокированный выгорающий поглотитель). В этом случае вначале из-за сильной самоэкранировки выгорает в основном поверхностный слой, т. е. средний поток нейтронов в поглотителе мал, и эффективность поглотителя практически не изменяется во времени. Это приводит к тому, что  $k_{\text{эф}}$  изменяется во времени так, будто выгорающего поглотителя нет (см. рис. 9.9, кри-

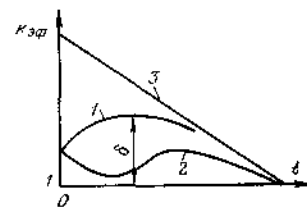


Рис. 9.9 Влияние на зависимость  $k_{\text{эф}}$  от  $t$  выгорающих поглотителей, размещенных гомогенно (1) и гетерогенно (2)

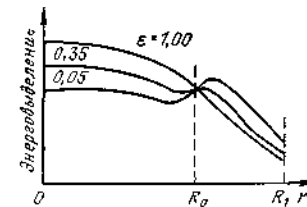


Рис. 9.10 Пространственное распределение энерговыделения при разных расположениях выгорающих поглотителей

вая 2). Постепенно, по мере уменьшения эффекта самоэкранировки, средний поток нейтронов в поглотителе увеличивается, а значит, увеличивается и скорость выгорания. Начиная с некоторого момента, эффективность блокированного выгорающего поглотителя уменьшается настолько быстро, что  $k_{\text{эф}}$  возрастает. Дальше все происходит, как и в случае гомогенного выгорающего поглотителя.

Таким образом, при гетерогенном расположении выгорающего поглотителя можно существенно уменьшить «выбег» реактивности. Понятно, что, используя несколько видов выгорающих поглотителей с различными способами их размещения, можно оставить в реакторе такое минимальное количество рабочих органов СУЗ, которое необходимо для оперативного регулирования. Но осуществить это в реальных условиях очень трудно.

Кроме способа размещения (гомогенный и гетерогенный) важное значение имеет распределение выгорающего поглотителя по объему активной зоны. Желательно это сделать так, чтобы по возможности выровнять распределение энерговыделения. Идея такого способа выравнивания проста: выгорающий поглотитель располагается так, чтобы в области с относительно высоким энерговыделением концентрация поглотителя была более высокой. Эффект такого расположения показан на рис. 9.10. Рассматривается цилиндрический реактор, активная зона которого разделена на две части. В каждой из них выгорающий поглотитель распределен равномерно по объему. Видно, что уменьшением отношения концентраций поглотителя во внешней и внутренней зонах ( $\epsilon$ ) можно существенно выравнивать распределение энерговыделения по радиусу реактора. Не следует только забывать об эффекте неравномерного выгорания поглотителя, вследствие чего неравномерность распределения энерговыделения увеличивается во времени. Наилучшие результаты дает сочетание неравномерного распределения выгорающего поглотителя и топлива (делящегося нуклида), что и осуществляется на практике.

### 9.3.6. ВОСПРОИЗВОДСТВО ДЕЛЯЩЕГОСЯ МАТЕРИАЛА

Как видно из (9.3.1) и (9.3.2), можно реализовать два способа получения делящихся материалов. Их принято называть урановым и ториевым циклами соответственно. В первом используется в качестве воспроизводящего нуклида  $^{238}\text{U}$ , во втором —  $^{232}\text{Th}$ .

Для количественной характеристики процесса образования новых делящихся ядер используется понятие *коэффициента воспроизводства* (КВ). Существует несколько различных определений этой величины. Если речь идет об образовании того же делящегося нуклида, который и загружен в реактор, то принято говорить о воспроизводстве делящегося материала и о коэффициенте воспроизводства. Тогда КВ удобно определить как отношение скорости образования делящихся ядер к скорости их выгорания.

Если образующийся делящийся нуклид отличен от загруженного в реактор, то говорят о конверсии либо превращении и КВ называют *коэффициентом конверсии* (превращения). При загрузке в реактор уранового топлива образуется плутоний, и тогда КВ называют иногда *плутониевым коэффициентом*. В случае конверсии КВ удобно определить как отношение скорости накопления новых делящихся ядер к скорости выгорания загруженных в реактор делящихся ядер.

Ясно, что оба определения КВ можно использовать при рассмотрении как воспроизводства, так и конверсии, но обычно удобнее пользоваться первым из них. Ради простоты в дальнейшем мы не будем придерживаться указанных различий в названии КВ, и всегда будем говорить о коэффициенте воспроизводства. Отметим также, что в общем случае при любом из рассмотренных способов определения КВ — функция времени. Поэтому часто используется значение коэффициента воспроизводства, полученное усреднением по времени, например в пределах кампании топлива. Тогда КВ будет зависеть при прочих равных условиях только от кампании.

Для решения некоторых задач удобно воспользоваться коэффициентом накопления, определяемым как отношение количества выгружаемого из реактора делящегося материала к количеству выгоревшего за кампанию реактора делящегося материала. Факт воспроизводства делящихся материалов очень важен для ядерной энергетики. Действительно, сжигая 1 кг загруженного в реактор делящегося материала, мы можем получить КВ кг нового, сжечь его и опять получить  $(\text{КВ})^2$  кг делящегося материала и т. д. В результате, имея 1 кг первичного материала, мы можем сжечь в реакторе примерно (без учета потерь при переработке)

$$1 + \text{КВ} + (\text{КВ})^2 + \dots = \frac{1}{1 - \text{КВ}} \text{ кг}$$

делящегося материала, если  $\text{КВ} < 1$ .

При  $\text{КВ} > 1$  процесс воспроизводства заканчивается тогда, когда весь воспроизводящий материал переведен в делящийся и сожжен (за вычетом неизбежных потерь при переработке). Таким образом, при воспроизводстве делящихся материалов в ядерную энергетику в большей или меньшей степени (в зависимости от значения КВ) вовлекаются воспроизводящие материалы, природные запасы которых во много раз больше запасов делящихся материалов. Особенно важно расширенное воспроизводство ( $\text{КВ} > 1$ ), ибо оно может сыграть решающую роль в удовлетворении энергетических потребностей народного хозяйства.

Для определения КВ рассмотрим баланс нейтронов в реакторе с урановой загрузкой. Скорость генерации нейтронов должна равняться сумме скоростей поглощения и утечки нейтронов из реактора, т. е.

$$(\nu_f R_f)^5 + (\nu_f R_f)^8 + (\nu_f R_f)^8 = (R_f + R_c)^5 + \\ + (R_f + R_c)^9 + (R_f + R_c)^8 + R_a^n + J, \quad (9.3.39)$$

где  $R_f$ ,  $R_c$ ,  $R_a$  — интегральные по спектру нейтронов и объему реактора скорости деления, радиационного захвата и поглощения соответственно;  $J$  — скорость утечки нейтронов из реактора; 5, 9, 8, «п» — индексы ядер  $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{238}\text{U}$  и других поглотителей соответственно. Баланс нейтронов (9.3.39) составлен без учета  $^{241}\text{Pu}$ . На основании определения

$$\text{КВ} = \frac{dN_g/dt}{|dN_g/dt|} = \frac{R_c^8 - R_a^9}{R_a^5} = (\nu_{\phi}^5 - 1) + (\nu_{\phi}^9 - 2) \frac{R_a^9}{R_a^5} + \\ + \frac{(\nu_f^8 - 1) R_f^8}{R_a^5} - \frac{R_a^n + J}{R_a^5}. \quad (9.3.40)$$

Формула (9.3.40) применима к любому реактору с урановой загрузкой в любой момент его кампании. Основной вклад в КВ дается членом  $\nu_{\phi}^5 - 1$ , соответствующим загруженному в реактор делящемуся нуклиду. Вторым членом справа учитывается вклад в КВ образующегося в процессе работы реактора  $^{239}\text{Pu}$ . Поглощение нейтронов продуктами деления ядер (шлаками), рабочими органами СУЗ, конструкционными материалами, теплоносителем и замедлителем, а также утечка нейтронов из реактора учитываются последним членом справа.

Выражения для КВ в случаях других загрузок топлива можно получить аналогично. Всегда основной вклад в КВ вносится членом  $\nu_{\phi}^5 - 1$  с индексом загруженного в реактор делящегося нуклида.

В течение кампании соотношение между скоростями изменения количества нового делящегося нуклида и убыли загружен-

ного в реактор существенно изменяется (в общем случае), что приводит к изменению КВ. Понятно, что изменение КВ тем больше, чем сильнее различаются микроскопические сечения поглощения  $^{239}\text{Pu}$  и  $^{235}\text{U}$ . В реакторах на тепловых нейтронах КВ заметно уменьшается в процессе кампании, так как  $\sigma_a^9$  значительно больше  $\sigma_a^5$  в области энергий тепловых нейтронов. В реакторах на быстрых нейтронах КВ практически не изменяется, так как  $\sigma_a^9$  примерно равно  $\sigma_a^5$  для спектров в таких реакторах.

Без значительной потери точности часто можно вместо (9.3.40) пользоваться более простой формулой. Пусть имеется реактор, в котором подавляющая часть поглощений нейтронов происходит при энергиях, меньших порога деления  $^{238}\text{U}$  ( $\Sigma_f^8 \ll \Sigma_c^8$ ). Тогда баланс нейтронов в реакторе запишем в виде

$$(\nu_f R_f)^5 + (\nu_f R_f)^9 + (\nu_f R_f)^8 \equiv \{(\nu_f R_f)^5 + (\nu_f R_f)^9\} \mu = \\ = (R_f + R_c)^5 + (R_f + R_c)^9 + R_c^8 + R_a^8 + J, \quad (9.3.41)$$

откуда

$$\text{КВ} = \frac{dN_9/dt}{|dN_5/dt|} = (\nu_{\text{эф}}^5 \mu - 1) + (\nu_{\text{эф}}^9 \mu - 2) \frac{R_a}{R_a^5} - q, \quad (9.3.42)$$

где  $q = (R_a^8 + J)/R_a^5$ . В начале кампании

$$\text{КВ} = \nu_{\text{эф}}^5 \mu - 1 - q_0. \quad (9.3.43)$$

Формула (9.3.43) имеет простое физическое толкование. При поглощении одного нейтрона ядром  $^{235}\text{U}$  образуется  $\nu_{\text{эф}}^5$  нейтронов деления. За счет деления  $^{238}\text{U}$  это число увеличивается до значения  $\nu_{\text{эф}}^5 \mu$ . Один нейтрон идет на поддержание цепной реакции деления, т. е. поглощается ядром  $^{235}\text{U}$ . Часть нейтронов, равная  $q_0$ , поглощается конструкционными материалами, рабочими органами СУЗ, замедлителем, теплоносителем и уходит из реактора. Оставшиеся нейтроны испытывают радиационный захват на ядрах  $^{238}\text{U}$ , т. е. расходуются на образование  $^{239}\text{Pu}$ . Физическое толкование двух предыдущих формул для КВ также очевидно.

Для реакторов на тепловых нейтронах иногда бывает удобно пользоваться еще одной формой записи выражения для КВ. Для получения ее рассмотрим реактор, в котором поглощение нейтронов всеми материалами активной зоны происходит лишь в области энергий тепловых нейтронов. Исключение составляет радиационный захват в области резонансных нейтронов для  $^{238}\text{U}$ . Баланс тепловых нейтронов в таком реакторе удобно записать в виде

$$(\nu_{\text{эф}}^5 R_a^5 + \nu_{\text{эф}}^9 R_a^9) \mu \Phi_8 = R_a^5 + R_a^9 + R_c^8 + R_a^8 + J. \quad (9.3.44)$$

Определяя из соотношения (9.3.44)  $q = (R_a^8 + J)/R_a^5$  и подставляя это значение в формулу (9.3.42), получаем:

$$\text{КВ} = \frac{\Sigma_c^8}{\Sigma_a^5} + \frac{(\nu_{\text{эф}}^5 \Sigma_a^5 + \nu_{\text{эф}}^9 \Sigma_a^9) \mu (1 - \Phi_8)}{\Sigma_a^5} - \frac{\Sigma_a^9}{\Sigma_a^5}. \quad (9.3.45)$$

Напомним, что все сечения  $\Sigma_a$  и  $\Sigma_c$ , а также  $\nu_{\text{эф}}$  относятся к области энергий тепловых нейтронов.

Формулу (9.3.45) можно получить непосредственно из системы уравнений (9.3.3), воспользовавшись определением КВ (9.3.42). В ней первым членом в правой части учитывается образование  $^{239}\text{Pu}$  благодаря радиационному захвату тепловых нейтронов ядрами  $^{238}\text{U}$ , вторым — резонансных нейтронов, а третьим — убыль  $^{239}\text{Pu}$  вследствие поглощения тепловых нейтронов. Для начала кампании формула (9.3.45) записывается в виде

$$\text{КВ} = \Sigma_c^8 / \Sigma_a^5 + \nu_{\text{эф}}^5 \mu (1 - \Phi_8). \quad (9.3.46)$$

Выше говорилось о другом возможном способе определения коэффициента воспроизводства:

$$\text{КВ} = R_c^8 / (R_a^5 + R_a^9). \quad (9.3.47)$$

Исходя из этого определения легко записать формулы, аналогичные (9.3.40), (9.3.42) и (9.3.45). Так, для реакторов на тепловых нейтронах

$$\text{КВ} = \frac{\Sigma_c^8}{\Sigma_a^5 + \Sigma_a^9} + \frac{(\nu_{\text{эф}}^5 \Sigma_a^5 + \nu_{\text{эф}}^9 \Sigma_a^9) \mu (1 - \Phi_8)}{\Sigma_a^5 + \Sigma_a^9}. \quad (9.3.48)$$

Понятно, что для начала кампании коэффициент воспроизводства, определенный формулой (9.3.47), совпадает с КВ, рассмотренным ранее. Однако теперь имеется то преимущество, что КВ слабо изменяется во времени. Такой коэффициент воспроизводства в зависимости от его численного значения, может как уменьшаться, так и увеличиваться в течение кампании. Последнее возможно при малых КВ (например, в водо-водяных реакторах).

Численное значение коэффициента воспроизводства зависит от состава реактора. Для оценки КВ удобно анализировать формулу (9.3.43). Сравним КВ для реакторов на тепловых и быстрых нейтронах. Значения  $\nu_{\text{эф}}$  делящихся нуклидов даны в табл. 3.12. Видно, что всегда  $\nu_{\text{эф}}$  больше для быстрых нейтронов. Это объясняется меньшими значениями  $\alpha$  (рис. 9.11) и большими значениями  $\nu_f$  (см. § 3.6) по сравнению с областью энергий тепловых нейтронов.

Отметим, что все рассмотренные формулы для КВ справедливы только для критического реактора. В противном случае

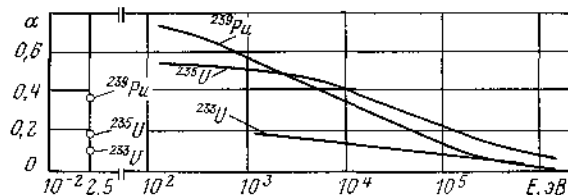


Рис. 9.11. Зависимость  $\alpha = \sigma_c / \sigma_f$  от энергии (точки — значения  $\alpha$  при  $E = 0,0253$  эВ)

необходимо в балансовых уравнениях (9.3.39), (9.3.41) и (9.3.44) скорость генерации нейтронов разделить на  $k_{эф}$ . Изменения в формулах для КВ, вытекающие из такой операции, очевидны. Например, формулы (9.3.43) и (9.3.46) принимают соответственно вид:

$$KB = v_{эф}^5 \mu / k_{эф} - 1 - q_0; \quad KB = \Sigma_c^8 / \Sigma_a^5 + v_{эф}^5 \mu (1 - \varphi_8) / k_{эф}.$$

Значение коэффициента размножения на быстрых нейтронах изменяется в пределах 1—1,05 для реакторов на тепловых нейтронах и может быть лишь немного меньше 1,3 в реакторах на быстрых нейтронах (см. п. 8.4.3). Величина  $q_0$  для реакторов на тепловых нейтронах значительно больше, чем для реакторов на быстрых нейтронах. Продукты деления в последних также играют малую роль.

Таким образом, в реакторах на тепловых нейтронах  $KB < 1$  при использовании топлива на основе  $^{235}\text{U}$  или  $^{239}\text{Pu}$ , и лишь в цикле  $^{233}\text{U}—^{232}\text{Th}$  для идеального реактора КВ может быть примерно равным 1,2. В реальных аппаратах  $q_0$  довольно велико, поэтому даже в цикле  $^{232}\text{Th}—^{233}\text{U}$  возможно лишь незначительное превышение КВ над единицей.

Как видно из формулы (9.3.46), значение КВ тем больше, чем меньше обогащение урана и чем больше скорость радиационного захвата резонансных нейтронов ядрами  $^{238}\text{U}$ . Понятно, что увеличение КВ приводит к уменьшению кампании реактора.

В реакторах на природном уране

$$1,07 > KB > 0,57. \quad (9.3.49)$$

Верхний предел равен  $v_{эф}^5 - 1$ , нижний —  $\Sigma_c^8 / \Sigma_a^5$  (сечения для тепловых нейтронов). Вклад от замедляющихся нейтронов приводит к увеличению КВ до значения, примерно равного 0,8 в реакторах с графитовым и особенно с тяжеловодным замедлителями, специально предназначенных для получения делящегося материала. Такие реакторы принято называть *конверторами*. В других реакторах на тепловых нейтронах КВ еще меньше.

Так, в водо-водяных реакторах  $KB \approx 0,5$ . Это означает, что в таких реакторах можно сжечь примерно одинаковые количества загруженного и образующегося в процессе работы делящихся материалов, т. е. всего лишь удвоить количество выгорающего ядерного топлива.

Иное положение в реакторах на быстрых нейтронах, где легко получить  $KB > 1$ . Особенно велико значение КВ в реакторе с плутониевым топливом (в экспериментальных реакторах на  $^{239}\text{Pu}$  с жестким спектром нейтронов достигалось значение  $KB > 2$ ).

В энергетических реакторах спектр нейтронов заметно мягче спектра деления, поэтому значения КВ находятся в диапазоне 1,1—1,6 в зависимости от состава реактора.

Коэффициент воспроизводства — не единственная характеристика экономичности топливного цикла (другие рассмотрены в гл. 13).

## § 9.4. Теория возмущений

### 9.4.1. ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ОДНОГРУППОВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Малые изменения нейтронно-физических характеристик всего реактора или даже значительные, но в малой его части принято называть *возмущениями*. Источником возмущений может быть, например, введение в реактор топлива, поглотителя, рассеивателя (или изъятие этих компонентов), изменение температуры, нуклидного состава топлива и т. п.

Под возмущением можно понимать как вполне реальные действия, например перемещение стержня СУЗ, так и только мыслимые, например малое изменение шага решетки в процессе проектного поиска его оптимального значения. Масштаб воздействия на характеристики реактора, которое можно считать малым и называть возмущением, требует специального обсуждения.

Даже если возмущения имеют простейший вид (например, равномерны в объеме активной зоны) и их влияние на параметры реактора можно оценить повторением расчетов, полностью аналогичных расчетам «невозмущенного» реактора, проще и часто точнее воспользоваться теорией возмущений. Если же возмущения сильно усложняют геометрию (например, появляются дополнительные границы, да к тому же вызывающие изменения потока нейтронов вдоль координат, ранее не учитываемых в расчете), то использование теории возмущений приводит к большим упрощениям расчетов.

Теория возмущений, вообще говоря, хорошо разработана в математической физике и основана на разложении решения уравнений и собственного числа в ряд по параметру возмущения. Чаще всего в теории реакторов используют лишь член ряда

первого порядка малости, и под теорией возмущений понимают первое приближение общей теории.

Рассмотрим для наглядности несколько простейших задач, которые дадут представление о возмущениях, теории возмущений и технике ее использования. Пусть имеется критический однородный реактор без отражателя. Однотемпературное уравнение для потока нейтронов  $\Phi_0$  в таком реакторе (7.4.36) и соответствующее граничное условие запишем в виде

$$\operatorname{div} D \operatorname{grad} \Phi_0(\mathbf{r}) + (k_\infty - 1) \Sigma_a \Phi_0(\mathbf{r}) = 0; \quad (9.4.1)$$

$$\Phi_0(\mathbf{R}_s) = 0 \quad (9.4.2)$$

(черта над эффективным коэффициентом диффузии  $\bar{D}$  ради простоты опущена).

Предположим, что реактор возмущен произвольно распределенными по его объему малыми изменениями всех параметров уравнения (9.4.1)  $\delta D(\mathbf{r})$ ,  $\delta \Sigma_a(\mathbf{r})$  и  $\delta k_\infty(\mathbf{r})$ . Пусть эти изменения независимы, так что, например,  $\delta D = 0$  при  $\delta \Sigma_a = 0$  даже тогда, когда  $\delta \Sigma_a \neq 0$ . В общем случае поток нейтронов в реакторе с измененными параметрами — функция времени.

Уравнение для потока нейтронов в возмущенном реакторе принимает вид

$$\operatorname{div} (D + \delta D) \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r}, t) + (k_\infty + \delta k_\infty - 1) (\Sigma_a + \delta \Sigma_a) \Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (9.4.3)$$

с неизменным граничным условием

$$\Phi(\mathbf{R}_s) = 0. \quad (9.4.4)$$

Через некоторое время после введения возмущений поток нейтронов  $\Phi(\mathbf{r}, t)$  принимает экспоненциальную во времени форму (см. п. 9.1.2):

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi(\mathbf{r}) \exp(t/T) = \Phi(\mathbf{r}) \exp(\omega t) \quad (9.4.5)$$

( $T$  — установившийся период реактора;  $\omega$  — постоянная времени) и уравнение (9.4.3) приобретает вид

$$\operatorname{div} (D + \delta D) \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r}) + (k_\infty + \delta k_\infty - 1) (\Sigma_a + \delta \Sigma_a) \Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{vT} \Phi(\mathbf{r}) = \frac{\omega}{v} \Phi(\mathbf{r}). \quad (9.4.6)$$

Умножим (9.4.6) на  $\Phi_0(\mathbf{r})$ , а (9.4.1) — на  $\Phi(\mathbf{r})$ , вычтем один результат из другого и проинтегрируем полученную разность по объему  $V$  внутри  $\mathbf{R}_s$ . Если изменения параметров  $\Sigma_a$  и  $k_\infty$  малы,

то можно пренебречь членом  $\delta k_\infty \delta \Sigma_a \Phi_0(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r})$ , квадратичным относительно этих изменений. В результате получим:

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{v} \int_V \Phi(\mathbf{r}) \Phi_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = & \int_V [\Sigma_a \delta k_\infty + (k_\infty - 1) \delta \Sigma_a] \Phi_0(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + \\ & + \int_V \Phi_0(\mathbf{r}) \operatorname{div} \delta D \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + \int_V [\Phi_0(\mathbf{r}) \operatorname{div} D \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r}) - \\ & - \Phi(\mathbf{r}) \operatorname{div} D \operatorname{grad} \Phi_0(\mathbf{r})] d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (9.4.7)$$

Для преобразования двух последних интегралов используем формулы Грина в виде

$$\int_V \operatorname{grad} \Phi \operatorname{grad} \psi dV' + \int_V \psi \Delta \Phi dV' = \int_S \psi \frac{\partial \Phi}{\partial n} dS' \quad (9.4.8)$$

и

$$\int_V (\psi \Delta \Phi - \Phi \Delta \psi) dV' = \int_S \left( \psi \frac{\partial \Phi}{\partial n} - \Phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS', \quad (9.4.9)$$

где  $V$  — некоторая область, ограниченная поверхностью  $S$ ;  $\psi$ ,  $\Phi$  — произвольные функции, однозначные и непрерывные в  $V$  и на  $S$ ;  $\partial \psi / \partial n$ ,  $\partial \Phi / \partial n$  — производные по направлению внешней нормали к элементу поверхности  $dS$ .

Из формулы (9.4.9) и граничных условий для  $\Phi_0$  и  $\Phi$  следует равенство нулю последнего интеграла в выражении (9.4.7). Второй интеграл в правой части преобразуем следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_V \Phi_0(\mathbf{r}) \operatorname{div} [\delta D \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r})] d\mathbf{r} = & \int_V \Phi_0(\mathbf{r}) \operatorname{grad} \delta D \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + \\ & + \int_V [\Phi_0(\mathbf{r}) \delta D] \Delta \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \end{aligned}$$

Из формулы (9.4.8) и граничных условий следует, что

$$\begin{aligned} \int_V [\Phi_0(\mathbf{r}) \delta D] \Delta \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = & - \int_V \operatorname{grad} [\Phi_0(\mathbf{r}) \delta D] \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \\ = & - \int_V \Phi_0(\mathbf{r}) \operatorname{grad} \delta D \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} - \int_V \delta D \operatorname{grad} \Phi_0(\mathbf{r}) \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \end{aligned}$$

т. е.

$$\int_V \Phi_0(\mathbf{r}) \operatorname{div} [\delta D \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r})] d\mathbf{r} = - \int_V \delta D \operatorname{grad} \Phi_0(\mathbf{r}) \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}.$$

Теперь выражение (9.4.7) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{v} \int_V \Phi(\mathbf{r}) \Phi_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = & \int_V [\Sigma_a \delta k_\infty + (k_\infty - 1) \delta \Sigma_a] \Phi_0(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} - \\ & - \int_V \delta D \operatorname{grad} \Phi_0(\mathbf{r}) \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (9.4.10)$$

До сих пор малость возмущений была необходима лишь для незначительного упрощения полученных результатов при переходе от (9.4.6) к (9.4.7). Существенное использование предположения о малости возмущений — это замена  $\Phi(\mathbf{r})$  в выражении (9.4.10) функцией  $\Phi_0(\mathbf{r})$ . Именно такая замена и превращает теорию возмущений в один из самых эффективных методов расчета.

Итак, будем считать, что изменения  $D$ ,  $\Sigma_a$  и  $k_\infty$  малы настолько, что не приводят к существенному отличию  $\Phi(\mathbf{r})$  от  $\Phi_0(\mathbf{r})$ . Тогда, заменяя  $\Phi(\mathbf{r})$  на  $\Phi_0(\mathbf{r})$  в (9.4.10), получаем:

$$\omega = \frac{v \int_V \{ [\Sigma_a \delta k_\infty + (k_\infty - 1) \delta \Sigma_a] \Phi_0^2(\mathbf{r}) - [\text{grad } \Phi_0(\mathbf{r})]^2 \delta D \} d\mathbf{r}}{\int_V \Phi_0^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}; \quad (9.4.11)$$

Оценим изменение эффективного коэффициента размножения  $\delta k_{\text{эф}}$  в результате малых изменений  $\delta D(\mathbf{r})$ ,  $\delta \Sigma_a(\mathbf{r})$  и  $\delta k_\infty(\mathbf{r})$ . Для этого мысленно представим себе, что в исходный критический реактор внесено единственное возмущение: малое и равномерное по объему изменение  $(\delta k_\infty)'$ . Выберем  $(\delta k_\infty)'$  таким, чтобы получить прежнее значение постоянной времени  $\omega$ . Тогда из формулы (9.4.11) при  $\delta D = \delta \Sigma_a = 0$  и  $\delta k_\infty = (\delta k_\infty)'$  следует:

$$\omega = \frac{v \int_V \Sigma_a (\delta k_\infty)' \Phi_0^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\int_V \Phi_0^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} = v \Sigma_a (\delta k_\infty)'. \quad (9.4.12)$$

Поскольку в исходном (критическом) реакторе  $k_\infty = k_\infty^0$  (см. п. 7.4.3), то, определяя из соотношения (9.4.12)  $(\delta k_\infty)'$  и деля обе части полученного равенства на  $k_\infty$ , имеем:

$$\frac{(\delta k_\infty)'}{k_\infty} = \frac{k_\infty' - k_\infty}{k_\infty} = k_{\text{эф}} - 1 = \delta k_{\text{эф}} = \frac{\omega}{v k_\infty \Sigma_a} \quad (9.4.13)$$

(равенство значений эффективного коэффициента размножения в реакторах, возмущенных разными способами, следует из равенства постоянных времени).

С учетом соотношения (9.4.11) имеем:

$$\delta k_{\text{эф}} = \frac{1}{k_\infty \Sigma_a} \frac{\int_V \{ [\Sigma_a \delta k_\infty + (k_\infty - 1) \delta \Sigma_a] \Phi_0^2(\mathbf{r}) - [\text{grad } \Phi_0(\mathbf{r})]^2 \delta D \} d\mathbf{r}}{\int_V \Phi_0^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}. \quad (9.4.14)$$

Этот результат можно записать в другом виде. Так как

$$\Sigma_a \delta k_\infty + k_\infty \delta \Sigma_a = \delta (k_\infty \Sigma_a) \text{ и } k_\infty \Sigma_a = v_f \Sigma_f$$

[см. (7.1.4)], то

$$\delta k_{\text{эф}} = \frac{1}{k_\infty \Sigma_a} \frac{\int_V \{ [\delta (v_f \Sigma_f) - \delta \Sigma_a] \Phi_0^2(\mathbf{r}) - [\text{grad } \Phi_0(\mathbf{r})]^2 \delta D \} d\mathbf{r}}{\int_V \Phi_0^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}. \quad (9.4.15)$$

Выражения (9.4.11), (9.4.14) и (9.4.15) следует рассматривать как основной результат теории возмущений в одногрупповом приближении.

Иногда возникает необходимость получить соотношение между одновременными изменениями нескольких ядерно-физических характеристик, при котором реактор оставался бы критическим. Такого рода соотношения легко получить из выражения (9.4.11), если приравнять  $\omega$  нулю.

Пусть, например, требуется определить, при каком равномерном по объему значении  $\delta k_\infty$  реактор останется критическим, если изменение рассеивающих свойств привело к изменению, также во всем объеме, но неравномерному, коэффициента диффузии  $D$  на величину  $\delta D(\mathbf{r})$ . Из (9.4.11) имеем:

$$\omega = 0 = \frac{v \int_V [\Sigma_a \delta k_\infty \Phi_0^2(\mathbf{r}) - [\text{grad } \Phi_0(\mathbf{r})]^2 \delta D(\mathbf{r})] d\mathbf{r}}{\int_V \Phi_0^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}, \quad (9.4.16)$$

значит,

$$\delta k_\infty = \frac{\int_V [\text{grad } \Phi_0(\mathbf{r})]^2 \delta D(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\Sigma_a \int_V \Phi_0^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}. \quad (9.4.17)$$

Интересно, что при равномерном по объему реактора значении  $\delta D$  имеем формулу

$$\delta k_\infty = \frac{\delta D}{\Sigma_a} \frac{\int_V [\text{grad } \Phi_0(\mathbf{r})]^2 d\mathbf{r}}{\int_V \Phi_0^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} = \frac{\delta D}{\Sigma_a} B^2, \quad (9.4.18)$$

которую, в отличие от первого случая, легко получить без помощи теории возмущений. Действительно, геометрический параметр исходного реактора  $B^2$  равен его материальному параметру  $\kappa^2$ , т. е.

$$B^2 = \kappa^2 \equiv (k_\infty - 1)/M^2 = (k_\infty - 1) \Sigma_a / D,$$

поэтому  $k_\infty = 1 + B^2 D / \Sigma_a$  и  $\delta k_\infty = B^2 \delta D / \Sigma_a$ .



Данный пример наглядно показывает, что теория возмущений ценна именно как метод, с помощью которого просто решать задачи с неравномерными по объему изменениями параметров реактора.

До сих пор мы рассматривали реактор, возмущенный изменением его свойств во всем объеме. Ясно, что полученные результаты легко распространить и на случай возмущений, происходящих лишь в некоторой области реактора  $V_1$ . Для этого необходимо, чтобы по-прежнему было малым изменение эффективного коэффициента размножения реактора, и слабо изменялось распределение потока нейтронов в любой области реактора, т. е.

$$\frac{\Phi(r) - \Phi_0(r)}{\Phi_0(r)} \equiv \frac{\delta\Phi(r)}{\Phi_0(r)} \ll 1. \quad (9.4.19)$$

Последнее условие особенно важно для задач с сильным изменением свойств реактора в очень малом объеме. В таких случаях, применяя теорию возмущений, вообще говоря, не удастся получить точные результаты, даже если изменение эффективного коэффициента размножения мало: поток нейтронов в области возмущения изменяется существенно, и, следовательно, замена  $\Phi(r)$  на  $\Phi_0(r)$  в этой области неправомерна.

При выполнении требований малости  $\delta k_{\text{эф}}$  и  $\delta\Phi(r)/\Phi_0(r)$  приведенные выше рассуждения остаются справедливыми и надо дополнительно учесть тот факт, что  $\omega$  отлично от нуля из-за изменения свойств лишь в области реактора  $V_1$ . На практике приходится встречаться с возмущениями одного из параметров  $D$ ,  $\Sigma_a$  или  $k_{\infty}$  в некоторой области реактора. Пусть, например, в область  $V_1$  критического реактора вводится дополнительный поглотитель с сечением  $\Sigma_{a1}$ . В результате реактор переходит в подкритическое состояние. Изменение его эффективного коэффициента размножения легко оценить с помощью формулы (9.4.15):

$$\delta k_{\text{эф}} = - \frac{\Sigma_{a1}}{k_{\infty} \Sigma_a} \frac{\int_{V_1} \Phi_0^2(r) dr}{\int_V \Phi_0^2(r) dr}, \quad (9.4.20)$$

где знак минус перед правой частью равенства означает, что при увеличении поглощения эффективный коэффициент размножения уменьшается.

В математическом аппарате теории возмущений величину

$$\Phi_0^2(r) dr / \int_V \Phi_0^2(r) dr \quad (9.4.21)$$

называют *статистическим весом* элемента объема  $dr$ . Соответственно статистический вес объема  $V_1$

$$W_{V_1} = \int_{V_1} \Phi_0^2(r) dr / \int_V \Phi_0^2(r) dr. \quad (9.4.22)$$

С учетом этого понятия соотношение (9.4.20) запишем в виде

$$\delta k_{\text{эф}} = - W_{V_1} \Sigma_{a1} / (k_{\infty} \Sigma_a). \quad (9.4.23)$$

Рассмотрим еще одно важное применение теории возмущений. Пусть требуется рассчитать эффективный коэффициент размножения реактора с параметрами, зависящими от координат. Расчеты такого типа значительно более громоздки, чем аналогичные расчеты для однородных систем. Если неоднородность реального реактора невелика, то с помощью теории возмущений неоднородный реактор можно заменить эквивалентным однородным.

Пусть, например, имеется реактор, в котором коэффициент размножения есть функция координат. Квазикритическое уравнение (см. § 7.6) такого реактора запишем в виде

$$D\Delta\Phi_0(r) - \Sigma_a\Phi_0(r) + \frac{k_{\infty}(r)\Sigma_a}{k_{\text{эф}}} \Phi_0(r) = 0. \quad (9.4.24)$$

Заменим реактор другим с теми же параметрами  $D$  и  $\Sigma_a$ , но с постоянным по объему коэффициентом размножения  $k'_{\infty}$ , таким, чтобы квазикритическое уравнение реактора с не зависящими от координат параметрами имело вид

$$D\Delta\Phi(r) - \Sigma_a\Phi(r) + \frac{k'_{\infty}\Sigma_a}{k_{\text{эф}}} \Phi(r) = 0. \quad (9.4.25)$$

Будем, как и раньше, считать, что справедливо условие (9.4.19). Тогда можно формально рассматривать реактор с постоянным коэффициентом размножения  $k'_{\infty}$ , как возмущенный малым изменением  $\delta k_{\infty}(r) = k'_{\infty} - k_{\infty}(r)$  исходный реактор. Следовательно,

$$\omega = 0 = \frac{\int_V \frac{\Sigma_a}{k_{\text{эф}}} [(k'_{\infty} - k_{\infty}(r)) \Phi_0^2(r) dr]}{\int_V \Phi_0^2(r) dr}$$

или

$$k'_{\infty} = \int_V k_{\infty}(r) \Phi_0^2(r) dr / \int_V \Phi_0^2(r) dr. \quad (9.4.26)$$

Таким образом, расчет эффективного коэффициента размножения можно проводить для однородного реактора с коэффициентом размножения, определенным усреднением  $k_{\infty}(r)$  со статистическим весом элемента объема  $dr$  (9.4.21).

Рассмотрение теории возмущений в одногрупповом приближении закончим формулировкой условий применимости этой теории. При выводе основных результатов было сделано два приближения.

Первое из них заключалось в пренебрежении интегралом  $\int_V \delta k_\infty \delta \Sigma_a \Phi_0(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$  при выводе соотношения (9.4.7). Сравнивая этот интеграл с другими из того же соотношения, условие допустимости такого пренебрежения можно записать в виде

$$\left| \int_V [\Sigma_a \delta k_\infty + (k_\infty - 1) \delta \Sigma_a] \Phi_0(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right| \gg \left| \int_V \delta k_\infty \delta \Sigma_a \Phi_0(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right|. \quad (9.4.27)$$

При равномерных по объему изменениях  $k_\infty$  и  $\Sigma_a$  неравенство (9.4.27) упрощается:

$$|\Sigma_a \delta k_\infty + (k_\infty - 1) \delta \Sigma_a| \gg |\delta k_\infty \delta \Sigma_a|, \quad (9.4.28)$$

либо, более жестко,

$$\Sigma_a \gg |\delta \Sigma_a| \quad \text{и} \quad |k_\infty - 1| \gg |\delta k_\infty|. \quad (9.4.29)$$

Использование теории возмущений наиболее эффективно именно при неравномерных по объему изменениях нейтронно-физических характеристик реактора. Следовательно, на первом плане оказывается возможность замены  $\Phi(\mathbf{r})$  функцией  $\Phi_0(\mathbf{r})$ , которую необходимо выяснить путем дополнительного детального анализа в тех случаях, когда она не очевидна. Такое положение имеет место, например, в важной практической задаче, — когда в малый объем реактора вводится сильный поглотитель нейтронов. Расчет изменений  $k_{\text{эф}}$  в этой задаче по формулам теории возмущений дает завышенные значения. Причиной завышения служит пренебрежение изменением  $\Phi$  — «выеданием» нейтронного потока вблизи поглотителя.

#### 9.4.2. ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ДВУХГРУППОВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В двухгрупповом приближении имеет смысл рассматривать реактор с отражателем. Уравнения критического реактора удобно записать в виде

$$\text{div } D_6 \text{ grad } \Phi_{60} - \Sigma_{R6} \Phi_{60} + \frac{k_\infty}{\varphi} \Sigma_{aT} \Phi_{T0} = 0; \quad (9.4.30)$$

$$\varphi \Sigma_{R6} \Phi_{60} + \text{div } D_T \text{ grad } \Phi_{T0} - \Sigma_{aT} \Phi_{T0} = 0. \quad (9.4.31)$$

Здесь уравнения для активной зоны (7.7.12), (7.7.13) и отражателя (7.7.30), (7.7.31) объединены, и следовательно, все константы зависят от координат, даже если активная зона однородна (например,  $k_\infty \neq 0$  в активной зоне и  $k_\infty = 0$  в отражателе). Функции  $\Phi_{60}$  и  $\Phi_{T0}$  удовлетворяют граничным условиям вида

$$\Phi_{60}(R_3) = 0 \quad \text{и} \quad \Phi_{T0}(R_3) = 0. \quad (9.4.32)$$

Введем понятие сопряженных уравнений. Они получаются из исходных заменой матрицы, составленной из коэффициентов при  $\Phi_{60}$  и  $\Phi_{T0}$ , сопряженной (в данном случае транспонированной, т. е. полученной заменой строк столбцами и наоборот) и заменой  $\Phi_{60}$  и  $\Phi_{T0}$  соответствующими сопряженными функциями  $\Phi_{60}^*$  и  $\Phi_{T0}^*$ . Сопряженные уравнения имеют вид

$$\text{div } D_6 \text{ grad } \Phi_{60}^* - \Sigma_{R6} \Phi_{60}^* + \varphi \Sigma_{R6} \Phi_{T0}^* = 0; \quad (9.4.33)$$

$$\frac{k_\infty}{\varphi} \Sigma_{aT} \Phi_{60}^* + \text{div } D_T \text{ grad } \Phi_{T0}^* - \Sigma_{aT} \Phi_{T0}^* = 0. \quad (9.4.34)$$

Граничные условия для  $\Phi_{60}^*$  и  $\Phi_{T0}^*$  аналогичны (9.4.32).

Пусть в реакторе произошли малые неравномерные по объему изменения  $\delta D_6$ ,  $\delta \Sigma_{R6}$ ,  $\delta \left( \frac{k_\infty}{\varphi} \Sigma_{aT} \right)$ ,  $\delta (\varphi \Sigma_{R6})$ ,  $\delta D_T$ ,  $\delta \Sigma_{aT}$ .

Тогда возмущенные потоки  $\Phi_6$  и  $\Phi_T$  удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} & \text{div } (D_6 + \delta D_6) \text{ grad } \Phi_6 - (\Sigma_{R6} + \delta \Sigma_{R6}) \Phi_6 + \\ & + \left\{ \frac{k_\infty}{\varphi} \Sigma_{aT} + \delta \left( \frac{k_\infty}{\varphi} \Sigma_{aT} \right) \right\} \Phi_T = \frac{\omega}{v_6} \Phi_6; \end{aligned} \quad (9.4.35)$$

$$\begin{aligned} & \{ \varphi \Sigma_{R6} + \delta (\varphi \Sigma_{R6}) \} \Phi_6 + \text{div } (D_T + \delta D_T) \text{ grad } \Phi_T - \\ & - (\Sigma_{aT} + \delta \Sigma_{aT}) \Phi_T = \frac{\omega}{v_T} \Phi_T. \end{aligned} \quad (9.4.36)$$

Определим  $\omega$ . Для этого умножим уравнение (9.4.35) на  $\Phi_{60}^*$ , уравнение (9.4.36) на  $\Phi_{T0}^*$ , уравнение (9.4.33) на  $(-\Phi_6)$ , уравнение (9.4.34) на  $(-\Phi_T)$  и все полученные выражения сложим. В результате

$$\begin{aligned} & \Phi_{60}^* \text{ div } (D_6 + \delta D_6) \text{ grad } \Phi_6 + \Phi_{T0}^* \text{ div } (D_T + \delta D_T) \text{ grad } \Phi_T - \\ & - \Phi_6 \text{ div } D_6 \text{ grad } \Phi_{60}^* - \Phi_T \text{ div } D_T \text{ grad } \Phi_{T0}^* + \Phi_{60}^* \Phi_6 \delta (\varphi \Sigma_{R6}) - \\ & - \Phi_{60}^* \Phi_6 \delta \Sigma_{R6} + \Phi_{60}^* \Phi_T \delta \left( \frac{k_\infty}{\varphi} \Sigma_{aT} \right) - \Phi_{T0}^* \Phi_T \delta \Sigma_{aT} = \\ & = \omega \left( \frac{1}{v_6} \Phi_6 \Phi_{60}^* + \frac{1}{v_T} \Phi_T \Phi_{T0}^* \right). \end{aligned} \quad (9.4.37)$$

Если полученное выражение проинтегрировать по объему реактора  $V$ , то все члены, не содержащие  $\omega$  или одного из приращений, сократятся на основании теоремы Грина и граничных условий. Далее, как и в одногрупповом приближении, заменим  $\Phi_6(\mathbf{r})$  и  $\Phi_T(\mathbf{r})$  функциями  $\Phi_{60}(\mathbf{r})$  и  $\Phi_{T0}(\mathbf{r})$  соответственно, используя малость возмущений. Тогда

$$\begin{aligned} \omega = & \int_V \left\{ \delta \left( \frac{k_\infty}{\varphi} \Sigma_{aT} \right) \Phi_{60}^* \Phi_{T0} + \delta (\varphi \Sigma_{R6}) \Phi_{T0}^* \Phi_{60} - \right. \\ & - \delta \Sigma_{R6} \Phi_{60}^* \Phi_{60} - \delta \Sigma_{aT} \Phi_{T0}^* \Phi_{T0} - \delta D_T \text{ grad } \Phi_{T0}^* \text{ grad } \Phi_{T0} - \\ & \left. - \delta D_6 \text{ grad } \Phi_{60}^* \text{ grad } \Phi_{60} \right\} d\mathbf{r} \left[ \int_V \left( \frac{1}{v_6} \Phi_{60}^* \Phi_{60} + \frac{1}{v_T} \Phi_{T0}^* \Phi_{T0} \right) d\mathbf{r} \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (9.4.38)$$

Таким образом, введение в рассмотрение сопряженных уравнений и функций позволило нам получить достаточно простое выражение для  $\omega$  (9.4.38), аналогичное (9.4.11), в числителе которого содержатся лишь члены, линейные относительно изменений параметров реактора. В противном случае мы получили бы громоздкую формулу, в которой были бы члены без приращений параметров, и тогда замена возмущенных потоков невозмущенными привела бы к большим погрешностям (требование малости приращений было бы бессмысленным). Именно в этом формально заключается смысл использования сопряженных уравнений и функций. Физический смысл сопряженных функций выяснится ниже.

Наше рассмотрение теории возмущений в двухгрупповом приближении ничем не отличается принципиально от рассмотрения одногруппового приближения. И все сказанное ранее об условиях применимости теории возмущений относится и к данному рассмотрению.

По аналогии с одногрупповым приближением получаются расчетные формулы для различных задач. Например, изменение эффективного коэффициента размножения можно оценить по формуле

$$\delta k_{\text{эф}} = k_{\text{эф}} - 1 = \frac{\omega \int_V \left( \frac{1}{v_0} \Phi_{00}^* \Phi_{00} + \frac{1}{v_T} \Phi_{T0}^* \Phi_{T0} \right) dr}{\frac{k_{\infty}}{\varphi} \Sigma_{\text{ат}} \int_V \Phi_{00}^* \Phi_{T0} dr}, \quad (9.4.39)$$

где  $\omega$  определяется выражением (9.4.38).

Выясним физический смысл сопряженных функций. Пусть в критический реактор в точку  $\mathbf{r}'$  в момент времени  $t=0$  вводится один тепловой нейтрон. Потоки нейтронов тогда будут удовлетворять нестационарным уравнениям с начальными условиями

$$\Phi_0 = \Phi_{00}; \quad \Phi_T = \Phi_{T0} + v_T \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (9.4.40)$$

Решения этих уравнений можно разложить в ряды по собственным функциям вида

$$\begin{aligned} \Phi_0(\mathbf{r}, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Phi_{0n}(\mathbf{r}) \exp(\omega_n t); \\ \Phi_T(\mathbf{r}, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Phi_{Tn}(\mathbf{r}) \exp(\omega_n t). \end{aligned} \quad (9.4.41)$$

Определим коэффициенты  $c_n$ , для чего используем начальные условия следующим образом:

$$\Phi_{00}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Phi_{0n}(\mathbf{r}); \quad (9.4.42)$$

$$\Phi_{T0}(\mathbf{r}) + v_T \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Phi_{Tn}(\mathbf{r}). \quad (9.4.43)$$

Умножим равенство (9.4.42) на  $\Phi_{0m}^*/v_0$ , равенство (9.4.43) на  $\Phi_{Tm}^*/v_T$ , полученные соотношения сложим и проинтегрируем по объему реактора. В результате получим:

$$\begin{aligned} \int_V (\Phi_{0m}^* \Phi_{00}/v_0 + \Phi_{Tm}^* \Phi_{T0}/v_T) dr + \int_V \Phi_{Tm}^* \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') dr = \\ = \int_V \sum_n c_n (\Phi_{0n} \Phi_{0m}^*/v_0 + \Phi_{Tn} \Phi_{Tm}^*/v_T) dr. \end{aligned} \quad (9.4.44)$$

Собственные функции удовлетворяют условию ортогональности вида

$$\int_V (\Phi_{0n} \Phi_{0m}^*/v_0 + \Phi_{Tn} \Phi_{Tm}^*/v_T) dr = \delta_{mn}, \quad (9.4.45)$$

с учетом которого из (9.4.44) имеем:

$$\delta_{m0} + \Phi_{Tm}^*(\mathbf{r}') = c_m. \quad (9.4.46)$$

Тогда потоки нейтронов после введения в точку  $\mathbf{r}'$  одного теплового нейтрона можно представить в виде ( $\omega_0=0$ )

$$\left. \begin{aligned} \Phi_0(\mathbf{r}, t) &= \Phi_{00}(\mathbf{r}) [1 + \Phi_{T0}^*(\mathbf{r}')] + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{Tn}^*(\mathbf{r}') \Phi_{0n}(\mathbf{r}) \exp(\omega_n t), \\ \Phi_T(\mathbf{r}, t) &= \Phi_{T0}(\mathbf{r}) [1 + \Phi_{T0}^*(\mathbf{r}')] + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{Tn}^*(\mathbf{r}') \Phi_{Tn}(\mathbf{r}) \exp(\omega_n t). \end{aligned} \right\} \quad (9.4.47)$$

Так как реактор находится в критическом состоянии, высшие гармоники ( $n>0$ ) исчезнут при  $t \rightarrow \infty$ , и выражения (9.4.47) превратятся в следующие:

$$\begin{aligned} \Phi_0(\mathbf{r}, \infty) &= \Phi_{00}(\mathbf{r}) [1 + \Phi_{T0}^*(\mathbf{r}')]; \\ \Phi_T(\mathbf{r}, \infty) &= \Phi_{T0}(\mathbf{r}) [1 + \Phi_{T0}^*(\mathbf{r}')]. \end{aligned} \quad (9.4.48)$$

Введем понятие *функции ценности нейтронов*  $\Phi^+(\mathbf{r}')$  и определим ее как относительное возрастание потока нейтронов (мощности реактора) при  $t \rightarrow \infty$ , если в точку  $\mathbf{r}'$  критического реактора впущен один нейтрон. Тогда согласно (9.4.48) функция ценности тепловых нейтронов

$$\Phi_T^+(\mathbf{r}') = \Phi_T^*(\mathbf{r}'). \quad (9.4.49)$$

Нетрудно определить функцию ценности быстрых нейтронов  $\Phi_6^+(r')$ . Для этого необходимо рассмотреть задачу об изменении потоков нейтронов критического реактора при введении в его точку  $r'$  одного быстрого нейтрона. Рассмотрение, аналогичное проведенному выше, дает:

$$\Phi_6^+(r') = \Phi_6^-(r'). \quad (9.4.50)$$

Таким образом, функции, сопряженные потокам нейтронов, имеют смысл функций ценностей нейтронов или просто ценностей нейтронов. Поэтому уравнения для сопряженных функций (9.4.33) и (9.4.34) называют уравнениями для ценностей. Ценности нейтронов, так же как и потоки нейтронов, определены с точностью до постоянных множителей, которые выбираются из условий нормировки, либо каким-то другим способом. Из определения следует, что ценность нейтрона, ввущенного в реактор, равна суммарной ценности всех нейтронов, образовавшихся от ввущенного. Ясно также, что нейтроны, введенные в различные точки реактора, должны иметь различные ценности. Например, при введении нейтрона в реактор вблизи границы из-за большой вероятности его утечки мала вероятность получить большое число последующих нейтронов. Ценность нейтрона, введенного в центр однородного реактора, наоборот, должна быть максимальной.

В заключение отметим, что в случае однородного реактора без отражателя функции ценностей и потоков совпадают. В рамках же одnogруппового приближения они совпадают для любых реакторов. Поэтому нам и не потребовалось вводить сопряженные уравнения при рассмотрении теории возмущений в одnogрупповом приближении.

Теория возмущений в многогрупповом приближении ничем принципиально не отличается от рассмотренного нами двухгруппового приближения. Абсолютно аналогично в каждой группе вводятся понятия ценностей нейтронов и рассматриваются сопряженные уравнения. В дальнейшем, там где это необходимо, мы будем использовать формулы теории возмущений в многогрупповом приближении без выводов.

## § 9.5. Теория регулирующих стержней

### 9.5.1. РАБОЧИЕ ОРГАНЫ СУЗ

В любом реакторе имеется независимая система (СУЗ) для изменения эффективного коэффициента размножения (см. § 2.1). Необходимость ее существования станет очевидной, если рассмотреть задачи, решаемые системой управления и защиты:

1) компенсация избыточной реактивности, медленно уменьшающейся во времени в результате выгорания топлива (см. п. 9.3.4);

2) регулирование — изменение мощности (в том числе пуск и остановка) реактора (см. § 9.1), а также компенсация малых, но достаточно быстрых отклонений от критичности, вызванных случайными колебаниями параметров реактора, например температуры теплоносителя (см. § 9.2);

3) аварийная защита — быстрое прекращение процесса деления ядер (резкое уменьшение скорости деления) в случаях, когда развитие каких-либо процессов во времени привело бы к аварии.

Основной составной частью СУЗ следует считать ее рабочие органы. Чаще всего — это подвижные цилиндрические поглощающие стержни, в состав которых входит бор. В реакторах на быстрых нейтронах используются также кассеты (подвижные). В некоторых реакторах ВВЭР поглотители (верхняя часть) комбинируются с кассетами (нижняя часть). Отметим, что для компенсации избыточной реактивности часто используют выгорающие поглотители (см. п. 9.3.5). Для этой же цели в реакторах ВВЭР в воду вводят борную кислоту — химическое регулирование (гл. 10). Ниже будут рассмотрены лишь поглощающие цилиндрические стержни СУЗ. По выполняемым функциям стержни СУЗ принято делить на компенсирующие, регулирующие и аварийные в соответствии с перечисленными выше задачами. Деление стержней на отдельные группы условно и может иногда изменяться в процессе работы реактора.

Несмотря на различие стержней по назначению и конструкции принцип расчета их один и тот же, так как способ воздействия на реактивность реактора этих стержней также один. Рассмотрим основы теории поглощающих стержней, помещенных в реактор. Эффективность таких стержней определяется двумя эффектами, каждый из которых приводит к уменьшению  $k_{эф}$  реактора. Первый из них (и основной) — это поглощение нейтронов либо в реакции  $(n, \alpha)$ , либо, реже,  $(n, \gamma)$ . Второй эффект связан с увеличением утечки нейтронов из реактора после введения в него поглощающего стержня. На рис. 9.12 схематично показаны распределения потока нейтронов по радиусу однородного реактора без отражателя до и после введения поглощающего стержня. В последнем случае наблюдается относительное увеличение потока нейтронов вблизи границы реактора, что и приводит к увеличению утечки нейтронов. Понятно, что степень деформации распределения потока нейтронов зависит от того, насколько велико поглощение нейтронов стержнем. Однако практически всегда можно считать, что введение в реактор поглощающего стержня эквивалентно появлению внутри активной

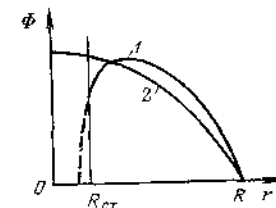


Рис. 9.12. Радиальное распределение потока нейтронов в реакторе с поглощающим стержнем по оси (1) и без него (2) ( $R_{ст}$  — радиус стержня)

зоны новой границы, на которой поток обращается в нуль. Положение этой границы определяется эффективным радиусом стержня, меньшим геометрического на длину экстраполяции (см. § 4.7).

Таким образом, при расчете поглощающих стержней необходимо рассмотреть две самостоятельные задачи: определение эффективного размера стержня и определение эффективности стержня с заданным эффективным размером.

### 9.5.2. ЭФФЕКТИВНЫЙ РАДИУС ПОГЛОЩАЮЩЕГО СТЕРЖНЯ

Первая задача решается относительно просто в случае, когда в стержне поглощаются все падающие на него нейтроны (абсолютно черное тело). Тогда нет необходимости рассматривать решение уравнения для потока нейтронов внутри стержня, а достаточно воспользоваться методом эффективных граничных условий (см. § 4.7). При этом можно использовать один из двух эквивалентных видов граничных условий (4.7.12), (4.7.15):

$$\Phi(R_{\text{ст}}^{\text{эф}}) = 0 \quad (9.5.1)$$

либо

$$\left[ \Phi(r)/\lambda_{tr} \frac{d\Phi(r)}{dr} \right]_{r=R_{\text{ст}}} = \xi, \quad (9.5.2)$$

где  $R_{\text{ст}}$ ,  $R_{\text{ст}}^{\text{эф}}$  — геометрический и эффективный радиус стержня соответственно.

Если считать, что распределение потока нейтронов вблизи регулирующего стержня полностью определяется свойствами самого стержня, то легко установить связь между  $R_{\text{ст}}$  и  $R_{\text{ст}}^{\text{эф}}$ . Для этого достаточно рассмотреть распределение потока нейтронов в бесконечной среде с помещенным в нее абсолютно черным цилиндром бесконечной высоты и радиусом  $R_{\text{ст}}$ . Пусть в среде равномерно распределены источники нейтронов, а поглощение нейтронов настолько мало, что решение уравнения диффузии (4.5.5) можно записать в виде

$$\Phi(r) = c_1 (1 + c_2 \ln r),$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — константы.

Используя граничное условие (9.5.2), определим  $c_2$ . Тогда

$$\Phi(r) = c_1 \left( 1 + \frac{\ln r}{\xi \lambda_{tr}/R_{\text{ст}} - \ln R_{\text{ст}}} \right),$$

и приравняв значение  $\Phi$  при  $r = R_{\text{ст}}^{\text{эф}}$  нулю, получаем искомое соотношение

$$R_{\text{ст}}^{\text{эф}} = R_{\text{ст}} \exp(-\xi \lambda_{tr}/R_{\text{ст}}). \quad (9.5.3)$$

Таблица 9.2. Значения функции  $F(R_{\text{ст}}/\lambda_{tr})$

$\frac{R_{\text{ст}}}{\lambda_{tr}}$	$F$	$\frac{R_{\text{ст}}}{\lambda_{tr}}$	$F$	$\frac{R_{\text{ст}}}{\lambda_{tr}}$	$F$	$\frac{R_{\text{ст}}}{\lambda_{tr}}$	$F$
0	—	0,20	1,334	0,6	0,697	1,0	0,485
0,025	2,644	0,30	1,070	0,7	0,627	5,0	0,124
0,050	2,305	0,40	0,903	0,8	0,574	10,0	0,064
0,10	1,835	0,50	0,784	0,9	0,524	$\infty$	0

Безразмерная длина экстраполяции  $\xi$  зависит от отношения геометрического размера стержня  $R_{\text{ст}}$  к транспортной длине свободного пробега  $\lambda_{tr}$  в окружающей стержень среде. В практических расчетах  $\xi$  удобно определять по формуле

$$\xi = \frac{4}{3} - \frac{R_{\text{ст}}}{\lambda_{tr}} F\left(\frac{R_{\text{ст}}}{\lambda_{tr}}\right). \quad (9.5.4)$$

Значения табулированной функции  $F(R_{\text{ст}}/\lambda_{tr})$  приведены в табл. 9.2. Величина  $\xi$  изменяется в пределах от  $4/3$  ( $R_{\text{ст}}/\lambda_{tr} \ll 1$ ) до 0,71 ( $R_{\text{ст}}/\lambda_{tr} \gg 1$ ) (см. § 4.7).

Таким образом, эффективный радиус абсолютно черного стержня легко определить с помощью формул (9.5.3), (9.5.4) и табл. 9.2, для чего достаточно знать  $R_{\text{ст}}$  и  $\lambda_{tr}$ . Важно помнить, что реальные стержни СУЗ можно считать абсолютно черными лишь по отношению к тепловым нейтронам. Как следствие этого, используя предложенную методику, можно достаточно верно определить эффективный радиус регулирующего стержня только для тепловых нейтронов. В других случаях расчеты значительно сложнее, и соответствующие методики нами не рассматриваются.

### 9.5.3. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПОГЛОЩАЮЩИХ СТЕРЖНЕЙ

Выше было показано, что введение в реактор поглощающего стержня эквивалентно появлению новой — внутренней границы реактора. Это означает, что изменение эффективного коэффициента размножения при введении в реактор стержня обусловлено изменением только геометрического параметра. Этот факт мы и используем для определения эффективности стержня в простейшем случае.

Сравним два критических реактора. Первый из них, который будем называть в дальнейшем исходным, — это цилиндрический гомогенный реактор без отражателя с экстраполированными радиусом  $R_0$  и высотой  $H_0$ . Предположим, что рассматривается большой реактор на тепловых нейтронах ( $B^2 M^2 \ll 1$ ), т. е.

справедливо одногрупповое приближение (см. п. 7.4.4), и условие критичности реактора имеет вид

$$1 = k_{\infty}/(1 + B^2 M^2).$$

Вдоль оси симметрии исходного реактора на всю его высоту введем регулирующий стержень эффективным радиусом  $R_{\text{ст}}^{\Phi} \ll R_0$ . Вызванное этим уменьшение эффективного коэффициента размножения

$$\Delta k_{\Phi} = -M^2 \Delta B^2 / (1 + B^2 M^2) \approx -M^2 \Delta B^2 \quad (9.5.5)$$

скомпенсируем увеличением коэффициента размножения

$$\Delta k_{\infty} = -\Delta k_{\Phi} (1 + B^2 M^2) = M^2 \Delta B^2. \quad (9.5.6)$$

Полученный таким образом критический реактор сравним с исходным. Тогда для определения эффективности стержня достаточно найти разность геометрических параметров  $\Delta B^2$  этих двух реакторов.

Для исходного реактора (§ 7.4.5)

$$B^2 = B_r^2 + B_z^2 = \left(\frac{\xi}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H_0}\right)^2.$$

При введении стержня на всю высоту реактора изменяется лишь радиальная часть геометрического параметра  $B_r^2$ , т. е.

$$\Delta B^2 = \Delta B_r^2 = 2B_r \Delta B_r. \quad (9.5.7)$$

Рассмотрим общее решение уравнения реактора (7.4.50) в виде

$$\Phi(r) = J_0(B_r' r) + c N_0(B_r' r)$$

с граничными условиями, соответствующими реактору с поглощающим стержнем,

$$\Phi(R_0) = \Phi(R_{\text{ст}}^{\Phi}) = 0,$$

$$\text{где } B_r' = B_r + \Delta B_r = \frac{\xi}{R_0} + \Delta B_r$$

(предполагаем, что стержень поглощает все нейтроны, попадающие на его поверхность).

Из условия на внешней границе реактора имеем:

$$\Phi(r) = J_0(B_r' r) - \frac{J_0(B_r' R_0)}{N_0(B_r' R_0)} N_0(B_r' r).$$

Второе условие, на внутренней границе реактора, дает:

$$\frac{J_0(B_r' R_{\text{ст}}^{\Phi})}{N_0(B_r' R_{\text{ст}}^{\Phi})} = \frac{J_0(B_r' R_0)}{N_0(B_r' R_0)}. \quad (9.5.8)$$

В результате получили условие критичности реактора в виде трансцендентного уравнения. Его можно решить приближенно, если вспомнить, что в нашем случае  $R_{\text{ст}}^{\Phi} \ll R_0$ . Будем считать  $\Delta B_r$  малым настолько, чтобы выполнялись условия  $\Delta B_r / B_r \ll 1$  и  $B_r' R_{\text{ст}}^{\Phi} \ll 1$

Тогда справедливы следующие разложения в ряды:

$$J_0(B_r' R_{\text{ст}}^{\Phi}) \approx 1;$$

$$N_0(B_r' R_{\text{ст}}^{\Phi}) \approx \frac{2}{\pi} \left( \ln \frac{B_r' R_{\text{ст}}^{\Phi}}{2} + 0,577 \right) \approx \frac{2}{\pi} \left( \ln \frac{\xi R_{\text{ст}}^{\Phi}}{R_0} - 0,116 \right);$$

$$J_0(B_r' R_0) = J_0(\xi + R \Delta B_r) \approx J_0(\xi) + J_0'(\xi) R \Delta B_r = -J_1(\xi) R \Delta B_r = -0,519 R \Delta B_r;$$

$$N_0(B_r' R_0) = N_0(\xi + R \Delta B_r) \approx N_0(\xi) = 0,51.$$

Подставляя эти разложения в уравнение (9.5.8), получаем:

$$\Delta B_r \approx \frac{1,54}{R_0 [\ln(R_0 / \xi R_{\text{ст}}^{\Phi}) + 0,116]}. \quad (9.5.9)$$

Из формул (9.5.5), (9.5.7) и (9.5.9) следует окончательный результат:

$$\Delta k_{\Phi} \approx -\frac{7,5 M^2}{R_0^2 [\ln(R_0 / \xi R_{\text{ст}}^{\Phi}) + 0,116]}. \quad (9.5.10)$$

Ясно, что эквивалентное изменение коэффициента размножения  $k_{\infty}$  для рассматриваемой задачи  $\Delta k_{\infty} \approx \Delta k_{\Phi}$ .

При рассмотрении задачи с учетом только тепловых нейтронов мы получили бы формулу, отличающуюся от (9.5.10) множителем  $L^2/M^2$ :

$$\Delta k_{\Phi} \approx -\frac{7,5 L^2}{R_0^2 [\ln(R_0 / \xi R_{\text{ст}}^{\Phi}) + 0,116]}. \quad (9.5.11)$$

Более точный расчет эффективности регулирующего стержня можно провести в двухгрупповом приближении. В этом случае для тепловых нейтронов остается справедливым прежнее граничное условие (9.5.1), а для быстрых используется равенство нулю градиента потока на поверхности стержня. Последнее эквивалентно предположению о том, что регулирующий стержень не поглощает и не замедляет быстрых нейтронов. Вводя ряд упрощений, аналогичных сделанным при рассмотрении действия стержня в одногрупповом приближении, получаем:

$$\Delta k_{\Phi} \approx -7,5 \frac{M^2}{R_0^2} \left[ \ln \left( \frac{R_0}{\xi R_{\text{ст}}^{\Phi}} \right) + \frac{\tau}{L^2} \ln \left( \frac{L \sqrt{\tau}}{M R_{\text{ст}}^{\Phi}} \right) + 0,116 \left( 1 + \frac{\tau}{L^2} \right) \right]^{-1}. \quad (9.5.12)$$

Проанализируем формулы (9.5.10)—(9.5.12). Видно, что зависимость эффективности регулирующего стержня от его геометрического радиуса слабая, хотя и сильнее, чем зависимость от эффективного радиуса (9.5.3). Отсюда следует, что в реакторе целесообразно использовать регулирующие стержни малых размеров.

Все рассматриваемые формулы — приближенные (в большей или меньшей степени). При их выводе предполагалось, что вводимый в реактор стержень вытесняет материалы реактора (размножающую среду). Такое предположение, как правило, несправедливо. Вследствие этого эффективность стержня завышена.

Для вывода каждой из формул использовались еще и специфические предположения. Например, в двухгрупповом приближении считалось, что стержень не поглощает быстрые нейтроны. Это привело к некоторому занижению эффективности стержня, а значит, к частичной компенсации действия предыдущего эффекта. Формула (9.5.11) получена в предположении, что в реакторе есть только тепловые нейтроны, а (9.5.10) — что все нейтроны поглощаются стержнем с равной вероятностью (как тепловые). Для оценки влияния этих предположений удобно сопоставлять результаты расчетов по различным формулам.

Из сравнения всех трех формул следует, что при  $\tau \rightarrow 0$  они совпадают. Условие  $\tau \rightarrow 0$  означает, что в реакторе есть лишь тепловые нейтроны, поэтому полученное совпадение физически очевидно. Отсюда можно сделать вывод о том, что в реакторе с  $\tau \ll L^2$  результаты как односкоростного, так и одногруппового приближений будут хорошо совпадать с результатом двухгруппового приближения. Другими словами, погрешности, связанные с предположением о присутствии в реакторе лишь тепловых нейтронов в первом случае, и с объединением всех нейтронов в одну группу во втором, незначительны. Рассмотренная ситуация имеет место в реакторах с тяжеловодным замедлителем.

При другом соотношении между  $\tau$  и  $L^2$  по формуле (9.5.11) получается заметно заниженный по сравнению с формулой (9.5.12) результат, а по (9.5.10) — завышенный, причем расхождения возрастают с ростом  $\tau$  (уменьшением  $L^2$ ). Так, если  $\tau \approx L^2$  (это имеет место в реакторах с графитовым замедлителем), то при расчете по формуле (9.5.11) эффективность регулирующего стержня занижается по сравнению с (9.5.12) примерно на 10—20 %, а по формуле (9.5.10) — завышается на 60—80 %.

В реакторах с водой в качестве замедлителя  $L^2 \ll \tau$ , поэтому рассматриваемое расхождение еще больше. Более того, в таких реакторах радиусы регулирующих стержней соизмеримы с длиной диффузии. В этом случае несправедливы представления

некоторых функций Бесселя в виде конечных рядов, используемые при выводе формулы для эффективности стержня в двухгрупповом приближении. Поэтому по формуле (9.5.12) также получаются неправильные (заниженные) результаты. Часто существенное улучшение достигается при численном решении полученного в двухгрупповом приближении условия критичности реактора со стержнем, аналогичного уравнению (9.5.8). Однако само условие и его вывод громоздки, поэтому мы их здесь не приводим.

В заключение отметим, что все рассмотренные формулы можно применять (если они справедливы) и для реакторов с отражателями, но лишь тогда, когда эффективные добавки значительно меньше размеров активных зон реакторов. Для этого достаточно экстраполированные размеры реакторов считать эффективными.

Регулирующие стержни обычно не полностью погружены в реактор. Поэтому определение эффективности поглощающего стержня, введенного не на всю высоту реактора, — одна из важных задач теории регулирующих стержней. Приближенное (оценочное) решение ее можно получить с помощью теории возмущений (§ 9.4):

$$\Delta k_{\text{эф}}(z) = \Delta k_{\text{эф}}(H) \frac{\int_0^z \Phi^2(z) dz}{\int_0^H \Phi^2(z) dz}, \quad (9.5.13)$$

где  $\Delta k_{\text{эф}}(z)$  и  $\Delta k_{\text{эф}}(H)$  — эффективности стержней, погруженного на глубину  $z$  и на всю высоту реактора  $H$  соответственно;  $\Phi(z)$  — распределение невозмущенного потока нейтронов по высоте реактора (до введения стержня).

Если  $\Phi(z) = \Phi_0 \sin\left(\frac{\pi}{H_0} z\right)$ , то выражение (9.5.13) принимает вид ( $H_0 - H \ll H$ ):

$$\Delta k_{\text{эф}}(z) = \Delta k_{\text{эф}}(H) \frac{z}{H_0} \left[ 1 - \frac{\sin(2\pi z/H_0)}{2\pi z/H_0} \right]. \quad (9.5.14)$$

Зависимость эффективности стержня от глубины его погружения (9.5.14) показана на рис. 9.13. При  $z/H_0 \ll 1$  функцию  $\sin(2\pi z/H_0)$  можно заменить ее разложением в ряд

$$\sin\left(2 \frac{\pi}{H_0} z\right) = 2 \frac{\pi}{H_0} z - \frac{(2\pi z/H_0)^3}{3!},$$

поэтому из формулы (9.5.14) получим:

$$\Delta k_{\text{эф}}(z) = \Delta k_{\text{эф}}(H) \frac{2\pi^2}{3} \left(\frac{z}{H_0}\right)^3. \quad (9.5.15)$$

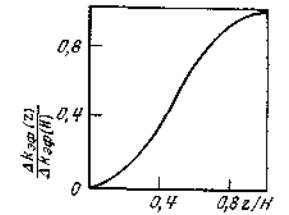


Рис. 9.13 Зависимость эффективности стержня СУЗ от глубины погружения его в реактор

При  $z \approx H_0/2$  зависимость (9.5.14) можно представить в виде

$$\Delta k_{\text{эф}}(z) = \Delta k_{\text{эф}}(H) z/H_0. \quad (9.5.16)$$

Таким образом, эффективность стержня по мере погружения его в реактор увеличивается вначале слабо ( $\sim z^3$  при  $z/H_0 \ll 1$ ), затем все сильнее (вплоть до  $\sim z$  при  $z \approx H_0/2$ ). При  $z = H_0/2$  эффективность стержня равна половине его полной эффективности. При дальнейшем погружении рост эффективности стержня опять замедляется. Отсюда можно сделать вывод, что регулирующий стержень целесообразно перемещать так, чтобы его конец находился вблизи срединной плоскости реактора.

Отметим, что формула (9.5.13) справедлива для достаточно длинного регулирующего стержня ( $H \gg L$  и  $H \gg R_{\text{ст}}$ ), радиусом много меньше радиуса реактора и слабо возмущающего поток нейтронов.

В реальные реакторы приходится вводить много стержней СУЗ. Значит, появляется необходимость рассчитать эффективность стержня, расположенного эксцентрично. Для оценки можно воспользоваться формулами одногруппового приближения теории возмущений (см. п. 9.4.1). Из них следует, что эффективность  $\Delta k_{\text{эф}}(r)$  стержня, расположенного на расстоянии  $r$  от оси симметрии однородного цилиндрического реактора, связана с эффективностью  $\Delta k_{\text{эф}}(0)$  этого же стержня, расположенного в центре реактора, соотношением

$$\Delta k_{\text{эф}}(r) = \Delta k_{\text{эф}}(0) \frac{\Phi^2(r)}{\Phi^2(0)}, \quad (9.5.17)$$

где  $\Phi(r)$  и  $\Phi(0)$  — потоки нейтронов на расстоянии  $r$  и в центре реактора без стержней соответственно.

Если в реакторе много регулирующих стержней, расположенных на различных ( $i$ -х) радиусах, то их суммарная эффективность

$$\Delta k_{\text{эф}} = \Delta k_{\text{эф}}(0) \sum_i \Phi^2(r_i)/\Phi^2(0). \quad (9.5.18)$$

Для однородного реактора радиусом  $R$  без отражателя

$$\Delta k_{\text{эф}} = \Delta k_{\text{эф}}(0) \sum_i J_0^2(2,405r_i/R_0). \quad (9.5.19)$$

Не следует забывать о том, что условия справедливости теории возмущений существенно ограничивают область применения полученных формул. Обычно последние могут использоваться лишь для оценочных расчетов. Кроме того, эти формулы не учитывают тот факт, что эффективность системы стержней может быть как больше, так и меньше суммы эффективностей отдельных стержней в зависимости от их количества и способа размещения, т. е. не учитывают так называемую интерференцию стержней.

Интерференцию стержней можно объяснить, если вспомнить, что при введении стержня в реактор происходит перераспределение потока нейтронов (см. рис. 9.12). Вблизи стержня поток уменьшается, вдали — увеличивается. Поэтому эффективность другого стержня, помещенного вблизи первого, будет меньше, а вдали больше, чем в реакторе без первого. Отсюда следует, что при оценке эффективности системы стержней по формуле (9.5.18) необходимо дополнительно ввести поправочный множитель, значение которого зависит от эффективности одного стержня, числа стержней, способа их расположения и свойств среды реактора. Поправочный множитель может быть как меньше, так и больше единицы. Определить его значение можно, оценивая эффективность системы стержней различными способами (например, по формуле теории возмущений и из условия критичности реактора со стержнями, полученного в одногрупповом приближении).

Часто в реакторе бывает так много стержней СУЗ, что они образуют правильную решетку. В этом случае можно считать, что влияние стержней на  $k_{\text{эф}}$  сводится лишь к изменению коэффициента использования тепловых нейтронов  $\theta$ . Из определения  $\theta$  (см. п. 8.6.1) следует, что

$$\Delta\theta/\theta = -\theta_p, \quad (9.5.20)$$

где  $\theta_p$  — доля тепловых нейтронов, поглощенных в регулирующем стержне. Тогда

$$\Delta k_{\text{эф}}/k_{\text{эф}} = \Delta k_{\infty}/k_{\infty} = \Delta\theta/\theta = -\theta_p \quad (9.5.21)$$

и

$$k_{\infty}^p = k_{\infty} + \Delta k_{\infty} = (1 - \theta_p) k_{\infty}, \quad (9.5.22)$$

где  $k_{\text{эф}}$  — эффективный коэффициент размножения реактора без стержней СУЗ;  $k_{\infty}$  — коэффициент размножения в среде реактора без стержней СУЗ;  $k_{\infty}^p$  — коэффициент размножения в среде с решеткой регуляторов.

Расчет  $\theta_p$  можно провести аналогично расчету  $\theta$ . Рассмотрим двухзонную эквивалентную цилиндрическую ячейку: центральная зона радиусом  $R_{\text{ст}}$  (индекс «0») — регулирующий стержень; периферийная зона внешним радиусом  $r_1$  (индекс «1») — часть гомогенизированной среды реактора, приходящаяся на один стержень. Будем считать, что в стержне поглощаются все падающие на него тепловые нейтроны. Тогда достаточно решить уравнение диффузии для зоны «1» с граничными условиями

$$\Phi_1(R_{\text{ст}}^{\text{ст}}) = 0; \quad d\Phi_1(r_1)/dr = 0. \quad (9.5.23)$$

По определению  $\theta_p$  равно отношению скоростей поглощения в зоне «0» и во всей ячейке. Первая равна результирующему



току нейтронов в зону «0»; вторая — скорости генерации нейтронов в зоне «1». Решая задачу, получаем:

$$\theta_p = - \frac{2R_{ст} \left[ I_1(\kappa_1 R_{ст}) - \frac{I_1(\kappa_1 r_1)}{K_1(\kappa_1 r_1)} K_1(\kappa_1 R_{ст}) \right]}{\kappa_1 (r_1^2 - R_{ст}^2) \left[ I_0(\kappa_1 R_{ст}^{\Phi}) + \frac{I_1(\kappa_1 r_1)}{K_1(\kappa_1 r_1)} K_0(\kappa_1 R_{ст}^{\Phi}) \right]}. \quad (9.5.24)$$

Если  $\kappa_1 R_{ст} \ll 1$ , а  $\kappa_1 r_1 \gg 1$ , формулу (9.5.24) можно существенно упростить:

$$\theta_p = \frac{2}{\kappa_1^2 r_1^2} [0,116 - \ln(\kappa_1 R_{ст}^{\Phi})]^{-1}. \quad (9.5.25)$$

Соотношениями (9.5.24) и (9.5.25) даются завышенные значения  $\theta_p$ , потому что при их выводе использовалось предположение о равномерной по зоне «1» генерации нейтронов. Ясно, что вследствие спада потока нейтронов вблизи регулирующего стержня уменьшается скорость генерации тепловых нейтронов в этом месте. Формулой (9.5.25) дается обычно еще и дополнительное завышение  $\theta_p$ . Необходимо помнить также о погрешностях, аналогичных полученным в рассмотренной выше задаче об эффективности стержня, расположенного по оси реактора.

Если активная зона реактора состоит из двух частей (цилиндрической и кольцевой) с различными свойствами и регулирующие стержни расположены в обеих частях, то эффективность СУЗ можно определить с помощью теории критических размеров. Когда различие в свойствах этих частей достаточно мало, можно воспользоваться теорией возмущений. При  $M^2 = \text{const}$  имеем:

$$\delta k_{эф} = \frac{\Delta k_{\infty 1} \int_0^{R_1} \Phi^2(r) r dr + \Delta k_{\infty 2} \int_{R_1}^{R_2} \Phi^2(r) r dr}{k_{\infty 1}^p \int_0^{R_1} \Phi^2(r) r dr + k_{\infty 2}^p \int_{R_1}^{R_2} \Phi^2(r) r dr}, \quad (9.5.26)$$

где индексами «1» и «2» показывается принадлежность характеристик к центральной (1) и периферийной (2) зонам;  $R_1, R_2$  — радиусы зон. Для расчета по формуле (9.5.26) необходимо предварительно определить  $k_{\infty}^p$  в каждой зоне (способом, описанным выше).

### Часть III

## ОСОБЕННОСТИ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РЕАКТОРОВ

### Глава 10

## ВОДО-ВОДЯНЫЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ РЕАКТОРЫ (ВВЭР)

### § 10.1. Нейтронно-физические особенности

Среди огромного многообразия в принципе возможных и гораздо меньшего числа экономически выгодных и технически разработанных типов реакторов для АЭС важнейшее место занимают водо-водяные энергетические реакторы (ВВЭР) [в англо-американской литературе Pressurized Water Reactors (PWR)]. В настоящее время АЭС с реакторами ВВЭР во многих районах мира успешно конкурируют с электростанциями, работающими на органическом топливе.

В Советском Союзе построены и эксплуатируются Нововоронежская, Кольская, Армянская АЭС, строятся Ровенская, Южно-Украинская, Запорожская и др. Конструктивно ВВЭР относятся к корпусным реакторам, по спектру нейтронов — к тепловым, по материалам, обеспечивающим замедление нейтронов и отвод тепла, — к реакторам с легкой водой. В качестве топлива обычно используется низкообогащенная (2—5 %) двуокись урана  $UO_2$ .

Физической особенностью этих реакторов, отличающей их от графитовых или тяжеловодных (но не от водяных кипящих или быстрых), является тесная решетка твэлов (см. § 8.1). Типичное значение отношения объемов воды и топлива равно примерно двум, что в сочетании с хорошими теплофизическими свойствами воды обеспечивает компактность активной зоны, высокие (до 100 МВт/м<sup>3</sup> и больше) значения объемного энерговыделения и возможность использовать изготовленный в заводских условиях корпус, рассчитанный на давление 15—20 МПа.

Использование в ВВЭР тесной решетки является неизбежным следствием нейтронно-физических свойств воды. Сечение поглощения тепловых нейтронов водородом велико по сравнению с сечениями поглощения углеродом, бериллием или дейтерием (приложение I). Чтобы отношение  $V_1 \Sigma_{a1} \Phi_1 / (V_0 \Sigma_{a0} \Phi_0)$ , определяющее долю поглощения тепловых нейтронов в замедли-

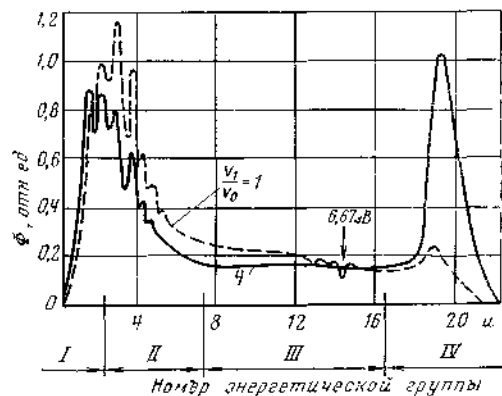


Рис. 10.1. Зависимость потока нейтронов от летаргии в уран-водной решетке

«Теснота» решетки в свою очередь приводит к появлению целого ряда особенностей физических процессов во всех областях энергий нейтронов. Для иллюстрации сказанного на рис. 10.1 представлено распределение потока нейтронов на единицу летаргии  $\Phi(u)$  при двух значениях водо-уранового отношения  $V_1/V_0 = 4,0$  и  $1,0$ . В области энергий быстрых нейтронов ( $u < 7$ ) теснота решетки мало сказывается на характере кривых: и в том, и другом случае кривая распределения определяется в основном спектром нейтронов деления (см. рис. 5.5.). Наблюдающиеся в этой области энергий максимумы объясняются резонансным характером сечения кислорода. В области энергий замедляющихся нейтронов при  $V_1/V_0 = 1,0$  имеет место постепенное снижение  $\Phi(u)$ : нейтроны поглощаются топливом в процессе замедления, тогда как для более разреженной решетки ( $V_1/V_0 = 4,0$ ) спектр нейтронов остается практически постоянным (т. е. приближается к спектру Ферми). Переход к более тесной решетке в области энергий тепловых нейтронов приводит к смещению максимума на кривой распределения нейтронов в сторону больших энергий, а сам вид спектра существенно отличается от максвелловского. Происходит так называемое ужесточение спектра нейтронов. Из всех реакторов на тепловых нейтронах ВВЭР имеют наиболее жесткий спектр нейтронов.

Жесткость спектра удобно характеризовать индексом

$$\delta^{25} = \frac{\int_{E_{Cd}}^{\infty} \Sigma_f^5(E) \Phi(E) dE}{\int_0^{E_{Cd}} \Sigma_f^5(E) \Phi(E) dE} \quad (10.1.1)$$

теле (см. п. 8.6.1), было равно примерно 0,1, необходимо иметь отношение объемов воды и топлива  $V_1/V_0 \approx 2,0$  (обогащение урана ~3%). В то же время замедляющая способность воды  $\xi \Sigma_s$  [она, например, в 20 раз выше, чем у углерода (см. табл. 5.2)] достаточна, чтобы при таких малых значениях отношения  $V_1/V_0$  обеспечить относительно низкую вероятность поглощения нейтронов в процессе замедления.

( $E_{Cd}$  — энергия кадмиевой границы), который равен отношению скоростей деления  $^{235}\text{U}$  в областях энергий надтепловых (надкадмиевых) и тепловых нейтронов. Отметим, что для рассмотренной в § 7.2 формы представления коэффициента размножения [формула (7.2.19)] индекс

$$\delta^{25} = \frac{\langle v_{\text{эф}} \Phi \rangle^{\text{HT}} (1 - \Phi^{\text{HT}})}{\langle v_{\text{эф}} \Phi \rangle^{\text{T}} \Phi^{\text{HT}}} \quad (10.1.2)$$

Поскольку сечение деления в среднем существенно уменьшается с ростом энергии, а поток надкадмиевых нейтронов меняется приблизительно как  $\Phi(E)/E$  (см. § 5.11), то в реакторах на тепловых нейтронах наибольшее значение имеет надтепловая часть. Доля делений ядер надтепловыми нейтронами зависит от топлива ( $\text{UO}_2$ , металлический уран и т. п.) и тем больше, чем выше его обогащение и меньше шаг решетки (рис. 10.2). Для решетки, по составу близкой к реальной (топливо  $\text{UO}_2$  с обогащением 2,7%,  $V_1/V_0 = 1,8$ ), индекс  $\delta^{25}$  составляет примерно 0,15. Это означает, что в тесных решетках относительно большая часть делений ядер вызывается нетепловыми нейтронами. Разумеется, это обстоятельство необходимо учитывать при проведении физического расчета водо-водяных реакторов. Особенно большую роль процессы радиационного захвата и деления в области надтепловых нейтронов играют при больших выгораниях топлива, когда накапливается значительное количество ядер  $^{239}\text{Pu}$ , имеющего резонансы в этой области энергий.

В тесных решетках относительно велика доля делений  $^{238}\text{U}$  надпороговыми нейтронами, что объясняется наличием большого перекрестного эффекта между блоками (см. п. 8.4.2), приводящего к тому, что вероятность  $Q_{00}$  существенно больше вероятности  $P_{00}$ .

Также относительно велика вероятность для нейтрона резонансных энергий, вылетающего из блока, испытать первое столкновение в одном из соседних блоков, поскольку минимальное расстояние между твэлами в водо-водяных реакторах примерно в 2 раза меньше длины свободного пробега до рассеяния резонансных нейтронов в воде. Это приводит к тому, что спектр падающих на блок нейтронов будет обеднен нейтронами резонансных энергий. Взаимное «затенение» блоков для резонансных нейтронов, связанное с деформацией по сравнению с  $\Phi(E)/E$  спектра нейтронов, падающих на твэл, способствует некоторому увеличению вероятности избежать резонансного поглощения (см. п. 8.5.3). В то же время диаметры топливных блоков в тесных решетках (7—9 мм) существенно меньше, чем

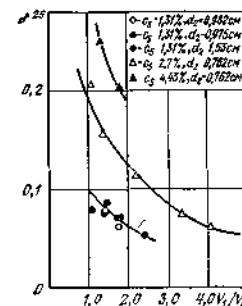


Рис. 10.2. Зависимость индекса  $\delta^{25}$  от водо-уранового отношения (топливо  $\text{UO}_2$ ;  $C_5$  — обогащение топлива;  $d_2$  — диаметр твэла)

в разреженных (25—30 мм). Переход к тонким блокам приводит к заметному уменьшению  $\phi$ . Это уменьшение не компенсируется эффектом «затенения», поэтому значения  $\phi$  в тесных решетках ниже, чем в разреженных, и в существующих ВВЭР находятся в пределах 0,74—0,78.

Уран-водные решетки обладают относительно малыми значениями возраста нейтронов  $\tau_r$ . Основной вклад в процесс замедления вносит вода, возраст нейтронов в которой  $\tau_{H_2O}$  значительно меньше, чем для других замедлителей (см. табл. 6.1). Кроме того, вследствие относительно большой вероятности для нейтрона испытать столкновение в топливе заметный вклад в замедление при высоких энергиях вносит уран (неупругое рассеяние).

Поскольку возраст нейтронов в чистом замедлителе зависит от плотности ядер в квадрате, то имеется сильная зависимость  $\tau_r$  от температуры воды, хотя и более медленная, чем для  $\tau_{H_2O}$ . Так, при рабочей температуре  $\tau_r^{гор} = 55 \div 60 \text{ см}^2$ , тогда как в холодном состоянии  $\tau_r^{хол} = 35 \div 40 \text{ см}^2$ . Возраст нейтронов в решетке отличается и от  $\tau$  в чистой воде. Заметное превышение  $\tau_r$  над  $\tau_{H_2O}$  наблюдается при малых шагах решетки, поскольку в этом случае уменьшается вероятность для нейтрона испытать столкновение в воде.

Совсем по-другому соотносятся между собой  $L_p^2$  и  $L_{H_2O}^2$ . Квадрат длины диффузии в решетке  $L_p^2$  существенно меньше квадрата длины диффузии чистого замедлителя  $L_{H_2O}^2$ , т. е.  $L_p^2 \ll L_{H_2O}^2$ . Это объясняется тем, что сечение поглощения в ячейке всегда значительно больше сечения поглощения чистой воды. Вследствие этого при нарушениях однородности решетки (водяные зазоры между кассетами; трубки, заполненные водой и т. п.) наблюдается всплеск потока тепловых нейтронов, что приводит к деформации распределения энерговыделения. Поэтому в ВВЭР следует избегать даже незначительных водяных полостей. Зазоры между кассетами выбирают из чисто конструктивных соображений и они обычно не превышают 2—3 мм. Отметим, что  $L_p^2 \ll \tau_r$  и составляет при рабочих температурах 3,5—4,0 см<sup>2</sup>. Таким образом, длина миграции  $M_r$  практически полностью определяется длиной замедления  $\sqrt{\tau_r}$  и при работе реактора на мощности равна 7—8 см.

Поскольку эффективная добавка  $\delta$  примерно равна длине миграции (7.6.13), то ее значение для водо-водяных реакторов также мало ( $\sim 7$ —8 см).

Поведение активной зоны реактора при стационарных и переходных режимах работы определяется коэффициентами реактивности, которые изменяются в процессе работы реактора и в зависимости от состояния реактора (холодное; горячее, не отравленное на мощности; горячее, отравленное Xe и Sm на

Т а б л и ц а 10.1. Значения коэффициентов реактивности (рабочее состояние, начало кампании) для реактора ВВЭР-1000

Параметр	Обозначение	Единица измерения	Значение
Температурный коэффициент реактивности замедлителя	$\frac{\partial \rho}{\partial t_{H_2O}}$	°C <sup>-1</sup>	$-1,5 \cdot 10^{-4}$
Плотностной температурный коэффициент реактивности замедлителя	$\frac{\partial \rho}{\partial \gamma_{H_2O}}$	(г/см <sup>3</sup> ) <sup>-1</sup>	+0,04
Температурный коэффициент реактивности топлива (доплер-эффект)	$\frac{\partial \rho}{\partial t_{UO_2}}$	°C <sup>-1</sup>	$-2,0 \cdot 10^{-3}$
Мощностной коэффициент реактивности	$\frac{\partial \rho}{\partial Q_T}$	% -1	$-1,4 \cdot 10^{-4}$

мощности; горячее, отравленное на мощности с выгоранием урана до некоторого значения  $\rho_{пл}$ ). В табл. 10.1 в качестве примера приведены расчетные значения коэффициентов реактивности ВВЭР-1000 в начале кампании (рабочее состояние) при наличии в активной зоне борной кислоты (см. § 10.3). При расчетах предполагалось, что все поглотители СУЗ находятся во взведенном состоянии. Отметим, что в реакторах с водой под давлением температурный  $\partial \rho / \partial t_{UO_2}$  и мощностной  $\partial \rho / \partial Q_T$  коэффициенты реактивности выше, чем для реакторов других типов. В основном это объясняется наличием в активной зоне большого количества относительно тонких твэлов.

Из табл. 10.2, в которой представлены эффекты реактивности ВВЭР-1000, видно, что в рассматриваемых реакторах температурные эффекты весьма существенны, что объясняется сильной зависимостью плотности воды от температуры. Увеличение температуры в таком реакторе приводит к изменению практически всех величин, входящих в коэффициент размножения  $k_{\infty}$ , причем эти изменения имеют разные знаки. Однако в основном изменение  $k_{\infty}$  с температурой определяется изменением вероятности избежать резонансного поглощения (см. § 9.2).

Топливо реакторов ВВЭР периодически, с интервалом около года, частично перегружается. За это время коэффициент размножения значительно уменьшается, поскольку коэффициент воспроизводства в таких реакторах мал ( $\sim 0,5$ ). Поэтому запас реактивности на выгорание значителен ( $\sim 10\%$ , табл. 10.2).

Большое значение отрицательного температурного коэффициента реактивности и периодическая перегрузка топлива приводят к тому, что реактор в холодном состоянии в начале кампании имеет большую избыточную реактивность ( $\sim 20\%$ , табл. 10.2), в результате чего требуется много компенсирующих

Таблица 10.2. Значения эффектов реактивности для реактора ВВЭР-1000

Наименование	Начало кампании	Конец кампании
Температурный эффект 20—313 °С	0,05	0,057
Мощностной эффект	0,011	0,013
Отравление ксеноном	0,028	0,036
Отравление самарием	0,006	0,008
Глубина выгорания топлива	0,13	0
Сумма	0,225	0,114

ная стоимость приводов при одновременном уменьшении их эксплуатационной надежности.

Для создания большого начального запаса реактивности необходимо загружать топливо в реактор в количестве, значительно превышающем критическую массу (обычно в 30—40 раз). Это создает опасность появления локальных критических масс, т. е. областей активной зоны, в которых размножение нейтронов очень слабо связано с размножением в других частях ее объема. Соответственно управлять балансом нейтронов в этой области активной зоны далеко от нее расположенными органами СУЗ не удается. Поэтому во избежание аварий органы компенсации реактивности должны быть так размещены в реакторе и перемещаться по таким законам, чтобы исключить возможность образования «местных котлов» в любой части активной зоны.

Итак в основном нейтронно-физические особенности реакторов ВВЭР сводятся к следующему:

- 1) относительно большая жесткость спектра нейтронов и заметная доля делений надтепловыми нейтронами;
- 2) большая доля делений  $^{238}\text{U}$  надпороговыми нейтронами;
- 3) взаимное «затенение» блоков для нейтронов резонансных энергий;
- 4) малые значения длин замедления и диффузии тепловых нейтронов в решетке;
- 5) большой диапазон изменения температурного, плотностного и мощностного эффектов реактивности в процессах разогрева реактора и вывода его на мощность;
- 6) большой начальный запас реактивности;
- 7) динамическая устойчивость и безопасность эксплуатации;
- 8) возможность появления в реакторе локальных критических масс.

органов СУЗ и вследствие этого ухудшается использование нейтронов из-за увеличения их вредного поглощения. Большое количество органов СУЗ нежелательно по следующим причинам:

увеличиваются локальные неравномерности энерговыделения в областях, близких к исполнительным органам СУЗ; уменьшается полезный объем активной зоны и возникают конструктивные трудности при размещении большого количества приводов СУЗ; увеличивается суммар-

## § 10.2. Конструкционные особенности

Конструкционные особенности ВВЭР рассмотрим на примере реактора электрической мощностью 1000 МВт\* (рис. 10.3). Корпус ВВЭР-1000 представляет собой цилиндрический сосуд с патрубками, эллиптическим днищем и верхним фланцем, на котором устанавливается полусферическая крышка. Внутри корпуса находится цилиндрическая обечайка — шахта, которая служит для размещения в ней активной зоны и организации потока теплоносителя внутри реактора. Активная зона набирается из шестигранных кассет, представляющих собой уран-водную решетку. Сверху на активную зону устанавливается блок защитных труб. Крышка через блок защитных труб поджимает и дистанционирует головки кассет, предотвращая их всплытие и вибрацию. В отверстиях блока защитных труб перемещаются регулирующие стержни СУЗ.

Для достижения достаточно высокого КПД АЭС с водо-водяными реакторами необходима высокая температура (а, следовательно, и давление) теплоносителя. Поэтому приходится использовать толстостенный корпус больших размеров. Изготовление такого корпуса — сложная техническая задача.

Теплоноситель при давлении 16 МПа и температуре 290 °С поступает в реактор через четыре патрубка корпуса, проходит вниз по кольцевому зазору между шахтой и корпусом, затем через опорное днище шахты и поднимается вверх по активной зоне, нагреваясь на 33 °С. «Горячий» теплоноситель поступает в пространство над активной зоной, откуда через отверстия в шахте и четыре верхних патрубка отводится из реактора. Между шахтой и корпусом реактора предусмотрено специальное уплотнение для разделения входного и выходного потоков теплоносителя.

Для прокачки теплоносителя через главный циркуляционный контур в целях надежного теплоотвода в различных режимах установлены насосы с вынесенными электродвигателями, снабженные специальными маховиками, обеспечивающими медленный спад расхода при отключении насоса. Повышенная инерционность насосов обеспечивает достаточно надежное охлаждение активной зоны в аварийных режимах.

Активная зона условно разделена на две области: периферийную (43 кассеты) и центральную (108 кассет). В центральной области размещаются кассеты с обогащением 2 % (54 кассеты) и 3 % (54 кассеты) — первая топливная загрузка. Кассеты по активной зоне размещаются в таком порядке, чтобы получить минимальные по радиусу коэффициенты неравномерности энерговыделения. Отметим, что для топливной загрузки, представленной на рис. 10.4, наибольший коэффициент неравномерности между кассетами в начале кампании составляет относительно небольшую величину (1,32). В периферийную область загружаются кассеты с обогащением 4,4 %. Средняя продолжительность пребывания кассет в реакторе в стационарном цикле составляет три года. При такой длительности нахождения кассет в активной зоне расчетная глубина выгорания равна 40 МВт·сут/кг U.

\* Здесь рассмотрен один из вариантов проекта такого реактора.

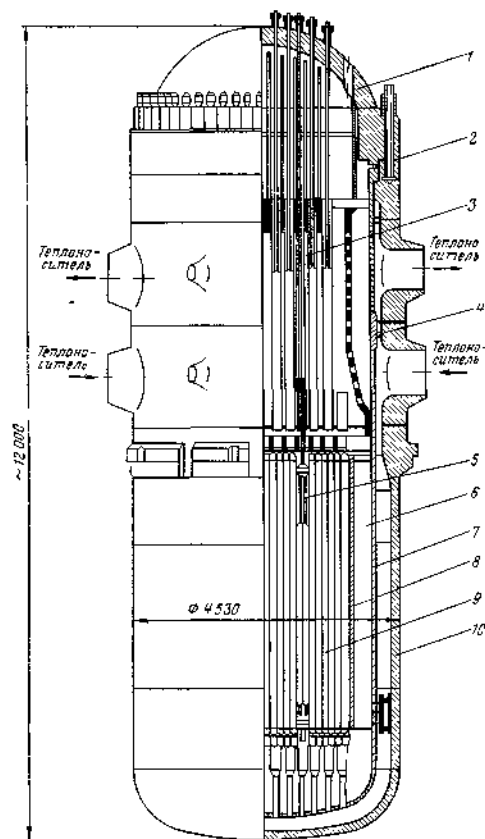


Рис. 10.3. Реактор ВВЭР-1000:  
1 — крышка корпуса; 2 — уплотнение крышки; 3 — привод кластера; 4 — уплотнение шахты с корпусом; 5 — кассета; 6 — тепловой экран; 7 — шахта; 8 — граничный пояс; 9 — активная зона; 10 — корпус

Диаметр активной зоны равен 3120 мм, высота 3550 мм. Снаружи активная зона окружена стальным граничным поясом толщиной 6—8 см, который непосредственно примыкает к периферийным кассетам. Это приводит к уменьшению всплеска потока тепловых нейтронов в этих кассетах.

Кассета размером «под ключ» 238 мм представляет собой сборку стерженьковых твэлов, заключенную в шестигранный чехол, выполненный из сплава циркония с ниобием. Чехол толщиной 1,5 мм имеет

отверстия, соединяющие внутреннюю полость с объемом между кассетами. Перетечки теплоносителя из одной кассеты в другую уменьшают разверку температур между отдельными кассетами и улучшают гидродинамику активной зоны. В каждой кассете расположен 331 элемент: 317 твэлов, 12 направляющих трубок, предназначенных либо для пучка регулирующих стержней (кластеров), либо для стержней с выгорающим поглотителем, канал для детектора энерговыделения и полая центральная трубка, на которой закреплены дистанционирующие элементы.

Твэлы наружным диаметром 9,1 мм размещены в узлах треугольной сетки с шагом 12,75 мм. Оболочка толщиной 0,65 мм выполнена из сплава Zr с 1 % Nb. Работоспособность циркониевых сплавов в воде высоких параметров подтверждена длительной эксплуатацией АЭС с водо-водяными реакторами. Внутри циркониевой оболочки размещены таблетки топлива диаметром 7,6 мм. В качестве топлива, как уже упоминалось, используется двуокись урана  $UO_2$ . Достоинством ее является хи-

Состав загрузки

Обогащение по $^{235}U$	4,4 %	3%	2%
Количество рабочих кассет	43	54	54
Вид поглотителя	Стационарные поглотители — 12 стержней с выгорающим поглотителем	Пучок поглотителей СУЗ (кластеры)	
Обозначение			

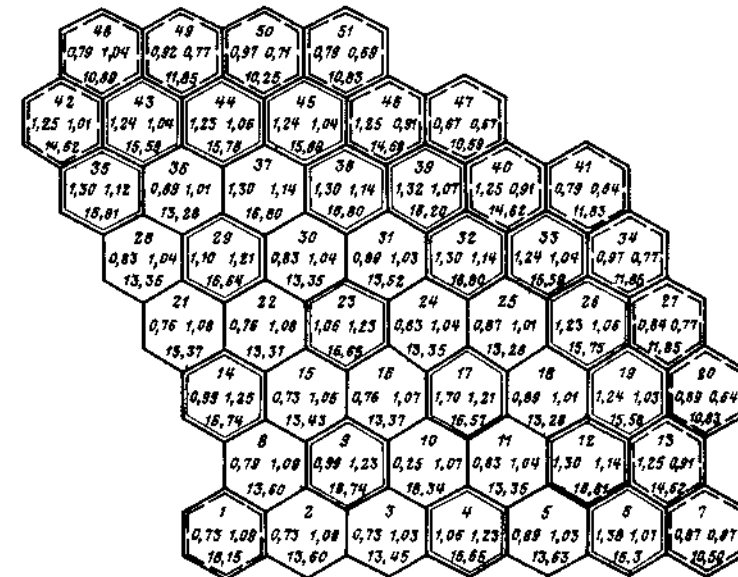


Рис. 10.4. Картограмма первой топливной загрузки активной зоны ВВЭР-1000 (1/3 часть) [N — номер кассеты;  $K_q^*$  — относительное энерговыделение кассеты в начале работы реактора;  $K_q^*$  — относительное энерговыделение кассеты перед перегрузкой (через 300 эффективных суток);  $R_{ш}$  — глубина выгорания перед перегрузкой, МВт · сут/кг U]

мическая стабильность при высокой температуре. В связи с этим даже при нарушении герметичности оболочки растворение двуокиси в воде происходит медленно.

Двуокись урана обладает и некоторыми серьезными недостатками. Один из них — малая плотность ( $\sim 10$  г/см<sup>3</sup>) по сравнению с металлическим ураном (18,7 г/см<sup>3</sup>). Это обстоятельство приводит к ухудшению нейтронно-физических характери-

стик решетки. Другой серьезный недостаток — малая теплопроводность, в 10—15 раз меньшая, чем у металлического урана. Вследствие этого рабочая температура в центре сердечника доходит до 2200—2400 °С. Необходимо также иметь в виду, что по мере выгорания топлива таблетка растрескивается, вследствие чего ее теплопроводность несколько снижается.

Регулирующий стержень представляет собой трубку диаметром 8,2 мм, внутри которой помещен порошок  $\text{Eu}_2\text{O}_3$ , имеющий большое сечение поглощения тепловых нейтронов. Пучки регулирующих стержней (кластеры) расположены в 108 центральных кассетах.

Стержни с выгорающим поглотителем размещены в периферийных кассетах, имеющих обогащение 4,4 %, и предназначены для выравнивания распределения энерговыделения и уменьшения размножающих свойств этих кассет. В качестве выгорающего поглотителя может быть применен естественный бор в циркониевой или алюминиевой матрице. Высота столба выгорающего поглотителя в стержне 3550 мм.

### § 10.3. Компенсация реактивности и органы регулирования

Реакторы ВВЭР в неотравленном холодном состоянии активной зоны имеют большой запас реактивности, для компенсации которого приходится прибегать к комбинированному использованию жидкого (борного) регулирования, механических органов регулирования (см. п. 9.5.1) и выгорающих поглотителей (см. п. 9.5.3).

Первый способ регулирования по существу сводится к поддержанию в воде определенной концентрации поглотителя. Обычно используется хорошо растворимая в воде борная кислота  $\text{H}_3\text{BO}_3$ . Наличие ее в воде первого контура практически не увеличивает скорости коррозии основных конструктивных материалов реактора. Компенсация запаса реактивности с помощью борного регулирования имеет ряд преимуществ по сравнению с другими, поскольку позволяет уменьшить неравномерность энерговыделения по активной зоне и тем самым увеличить мощность реактора и глубину выгорания топлива.

Рассмотрим качественно влияние бора на нейтронно-физические характеристики реактора. Можно считать, что присутствие бора в замедлителе влияет только на коэффициент использования тепловых нейтронов. Добавление бора в замедлитель приводит к уменьшению  $\theta$ , поскольку увеличивается вредное поглощение  $q_1$  (8.6.20). Кроме того, изменяется масштаб температурных эффектов (рис. 10.5): с ростом температуры падает не только плотность ядер замедлителя, но также и концентрация ядер поглотителя  $c_b$ . Вследствие этого уменьшается абсолютное значение отрицательного температурного коэффициента реактивности (рис. 10.6) и, начиная с некоторого значения  $c_b$ ,

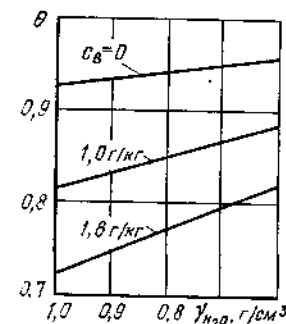


Рис. 10.5. Изменение коэффициента использования тепловых нейтронов  $\theta$  при изменении плотности воды  $\gamma_{H_2O}$  для различных концентраций бора в теплоносителе

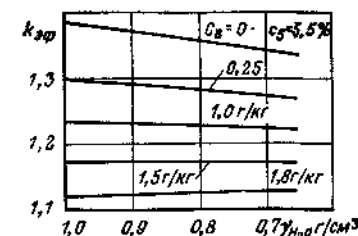


Рис. 10.6. Изменение эффективного коэффициента размножения при изменении плотности воды  $\gamma_{H_2O}$  и концентрации бора  $c_b$

режим работы реактора становится менее устойчивым, поскольку температурный коэффициент реактивности меняет знак (кривая при  $c_b = 1,8 \text{ г/кг}$ ). Таким образом, существует предельное значение запаса реактивности, которое может быть скомпенсировано введением в реактор борной кислоты.

Предельное значение концентрации бора (соответствующее переходу температурного коэффициента реактивности в положительную область) зависит в основном от обогащения топлива и глубины выгорания (концентрации накопившихся ядер плутония) и в среднем в начале кампании примерно равно 1,3—1,5 г бора (соответственно 7,3—8,5 г борной кислоты на 1 кг  $\text{H}_2\text{O}$ ). В дальнейшем по мере работы реактора концентрация бора уменьшается почти по линейному закону (рис. 10.7). Необходимо иметь в виду, что добавление бора в замедлитель не только уменьшает абсолютные значения эффективного коэффициента размножения, но и приводит к смещению влево максимума зависимости  $k_{эф}$  от  $V_1/V_0$  (рис. 10.8). Поэтому обычно концентрация бора выбирается такой, чтобы для свежего неотравленного реактора в горячем состоянии обеспечить отрицательный температурный коэффициент реактивности, т. е. значение  $V_1/V_0$  должно лежать слева от максимума кривой  $k_{эф} = f(V_1/V_0)$ . При этом условии устойчивая работа реактора будет обеспечена в течение всей кампании.

Если в реактор загружается уран относительно большого обогащения (более 4,0 %) и весь запас на выгорание не может быть скомпенсирован бором, в активную зону вводится выгорающий поглотитель.

Изменения реактивности в реакторе можно условно разделить на быстрые и медленные. Первые возникают при измене-

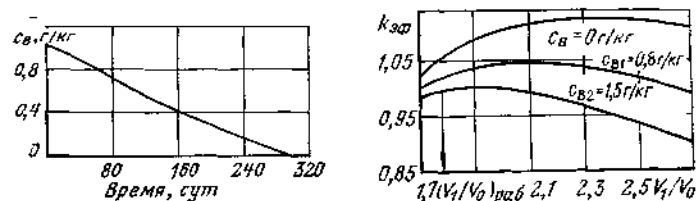


Рис. 10.7. Изменение концентрации бора в замедлителе  $c_b$  в процессе работы реактора ВВЭР-440

Рис. 10.8. Зависимость эффективного коэффициента размножения от отношения объемов  $V_1/V_0$  для различных концентраций бора в замедлителе (реактор ВВЭР-440)

ниях мощности реактора и при аварийных ситуациях, вторые связаны с выгоранием топлива, стационарным отравлением ксеноном и самарием, а также с нагревом и расхолаживанием реактора. С помощью растворенного в замедлителе бора можно компенсировать лишь последние. Скорость изменения концентрации бора во время эксплуатации мала и не отвечает требованиям регулирования мощности при нормальной работе и тем более при аварийных ситуациях.

Система управления и защиты реактора предназначена для компенсации быстрых изменений реактивности и аварийной защиты. В табл. 10.3 перечислены основные эффекты реактивности, которые должны компенсироваться стержнями, а также приводится полная эффективность такой системы в реакторе ВВЭР-1000 с борным регулированием. При определении полной эффективности необходимо учитывать, что имеется некоторая неопределенность в значениях изменений реактивности  $\sim 10$ — $20\%$  (относительных).

Рабочие органы СУЗ конструктивно могут быть выполнены по-разному. В первых ВВЭР наибольшее распространение получили стержни крестообразной формы (в американских реакторах) и нейтронные ловушки (в отечественных реакторах). Нейтронная ловушка состоит из двух частей — верхней и нижней, каждая из которых имеет высоту, равную высоте активной зоны. Верхняя часть служит поглотителем и представляет собой шестигранную трубу с черными для тепловых нейтронов стенками (из бористой стали). В рабочем состоянии внутри поглотителя находится вода; такой поглотитель эффективно поглощает не только тепловые, но и быстрые нейтроны. Нижняя часть по своей конструкции аналогична неподвижным рабочим кассетам реактора. При подъеме такой комбинированной кассеты из активной зоны поглотитель нейтронов замещается топливом, что повышает эффективность ее действия.

Органы регулирования (особенно нейтронная ловушка) сильно поглощают нейтроны и поэтому вызывают значитель-

ные деформации потока нейтронов. Чтобы уменьшить этот эффект, органы СУЗ должны иметь развитую поверхность и располагаться достаточно равномерно по объему активной зоны. Чем меньше эффективность стержней, тем меньше искажается поток нейтронов и достигается более тонкое регулирование. В связи с этим в современных реакторах применяются исполнительные органы СУЗ в виде пучков тонких стержней (кластеры), которые размещаются практически в каждой тепловыделяющей кассете и вводятся в специальные направляющие трубки. Использование их позволяет при необходимости не только значительно увеличить высоту активной зоны без изменения габаритов корпуса реактора, но и влиять на распределение энерговыделения по объему активной зоны.

Для уменьшения количества приводов рабочие органы СУЗ объединяются в группы. При объединении стремятся добиться по возможности одинаковой эффективности групп. Все приводы СУЗ универсальны, имеют одинаковую конструкцию и используются как для аварийной защиты, так и для автоматического и ручного управления.

При наличии борного регулирования в активной зоне работающего реактора обычно находится одна группа стержней, осуществляющая оперативное регулирование, расположенная в верхней половине активной зоны. После того как концентрация бора уменьшается до нуля, компенсация избыточной реактивности осуществляется только этой группой стержней — они начинают подниматься вверх. Когда они приблизятся к крайнему верхнему положению, реактор останавливается на перегрузку.

Совместное использование механической системы регулирования, выгорающих поглотителей и жидкого поглотителя позво-

Таблица 10.3. Основные эффекты реактивности, компенсируемые СУЗ, и значения этих реактивностей в реакторе ВВЭР-1000 с борным регулированием

Эффект реактивности	Значение реактивности $\rho \cdot 10^2$
Изменение мощности от 0 до 100 %	1,3
Изменение средней температуры воды при изменении мощности от 0 до 100 %	1,4
Оперативный запас на нестационарное отравление Xe и выравнивание распределения энерговыделения	1,5
Изменение паросодержания при изменении мощности от 0 до 100 %	0,2
Застывание лучка поглотителей	1,2
Начальная подкритичность после сброса аварийной защиты	1,0
	Сумма 6,6

Примечание. Запас на неточность расчета значения реактивности принят  $20\%$ . Тогда необходимое значение полной эффективности стержней управления составит  $7,9 \cdot 10^{-2}$ .



ляет в ВВЭР скомпенсировать достаточно большой начальный запас реактивности и обеспечить необходимые требования безопасности.

#### § 10.4. Коэффициенты неравномерности энерговыделения

В реакторах всегда существует неравномерность энерговыделения, вызванная различными причинами. Поскольку теплофизический расчет реактора ведется на максимальную нагрузку, то необходимо установить причины, вследствие которых имеется различие между средним значением энерговыделения и максимальным. Кратко рассмотрим их.

1. Распределение потока нейтронов в любом реакторе всегда неравномерно из-за неоднородности и конечности его объема. Так, в однородном цилиндрическом реакторе без отражателя с полностью извлеченными органами регулирования распределение потока нейтронов имеет вид (7.4.56)

$$\Phi(r, z) = \Phi_0 J_0(\xi_0 r/R) \cos(\pi z/H).$$

Реальный вид пространственной зависимости потока нейтронов учитывается коэффициентами неравномерности по радиусу  $K_r$  и по высоте  $K_z$ .

В первых проектах реакторов не было предусмотрено выравнивание распределения энерговыделения по радиусу и поэтому  $K_r \approx 2$ . В последующих проектах осуществление профилирования энерговыделения по радиусу введением в активную зону кассет с различными размножающими свойствами (см. § 7.8), выбор соответствующего режима перегрузки топлива (см. § 10.5) и использование борного регулирования позволили существенно снизить значения  $K_r$ .

2. В активной зоне всегда присутствуют кассеты различного обогащения или с различной глубиной выгорания. Напомним, что объемное энерговыделение пропорционально произведению  $\Phi \Sigma_f$  (7.8.1). Поэтому в близлежащих кассетах с разными значениями сечения деления энерговыделение также будет различным. Этот факт может быть учтен коэффициентом  $K_E$ , равным отношению энерговыделения максимально нагруженных кассет к среднему энерговыделению по всем кассетам при условии, что все кассеты находятся в одинаковом потоке нейтронов. Удобно ввести также коэффициент неравномерности энерговыделения

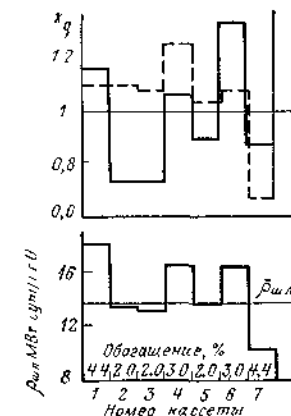
$$K_q = K_r K_E = q_k^{\max} / \bar{q}_k, \quad (10.4.1)$$

учитывающий различие кассет с максимальным и средним энерговыделениями.

На рис. 10.9 представлено распределение величины  $K_q$  по радиусу ВВЭР-1000. Видно, что величина  $K_q$  зависит от обогащения топлива и месторасположения кассеты: чем больше обо-

Рис 10.9 Распределение коэффициента неравномерности энерговыделения  $K_q$  и глубины выгорания  $\rho_{\text{вл}}$  по радиусу реактора ВВЭР-1000 (кассеты № 1—7, см рис 10.4)

( $\rho_{\text{вл}}$  — средняя глубина выгорания выгружаемого топлива, — начало кампании, — — — — конец кампании)



гащение, тем выше  $K_q$ ; кассета, расположенная на периферии активной зоны (№ 7), имеет  $K_q < 1$  вследствие низкого абсолютного значения потока тепловых нейтронов в этом месте. Центральная кассета № 1 с обогащением 4,4 % имеет более низкое значение  $K_q$ , чем кассета № 6 ( $c_5 = 3\%$ ), что объясняется наличием в кассете № 1 выгорающих поглотителей. На рис. 10.9 также показано распределение глубины выгорания по тем же кассетам: величины  $K_q$  и  $\rho_{\text{вл}}$  имеют один и тот же характер зависимости от обогащения и расположения кассеты.

3. Распределение потока тепловых нейтронов по сечению кассеты всегда неравномерно. Эта неравномерность вызывается нарушениями однородности решетки как внутри, так и вне кассеты. Первые обусловлены наличием трубок, предназначенных для размещения в них детекторов энерговыделения, кластеров или выгорающих поглотителей; вторые — наличием чехла кассеты и водяного зазора между кассетами. Сечение поглощения тепловых нейтронов в этом зазоре значительно меньше, а замедляющие свойства выше, чем в среднем по кассете. Поэтому в водяном зазоре появляется всплеск потока тепловых нейтронов, а поток нейтронов в самой кассете увеличивается от центра к периферии (рис. 10.10). Наиболее нагруженными твэлами в кассете оказываются периферийные, а из них угловые (ср кривые по направлениям А и Б).

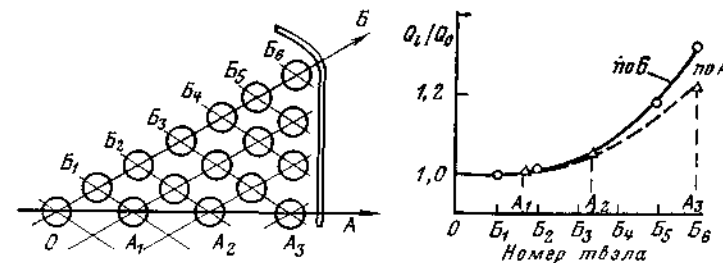


Рис 10.10 Относительное распределение мощности отдельных твэлов по сечению кассеты ВВЭР-440 ( $Q_i$ ,  $Q_0$  — мощности  $i$ -го и нулевого твэлов соответственно, обогащение кассеты 2 %, соседних 1 %)



Неравномерность распределения энерговыделения по поперечному сечению кассеты учитывается коэффициентом  $K_K$ , представляющим собой отношение максимального энерговыделения в твэле к среднему по твэлам кассеты:

$$K_K = q_{\text{макс}}^{\text{ТВЭЛ}} / \bar{q}_{\text{ТВЭЛ}}. \quad (10.4.2)$$

4. Значения истинного теплового потока могут отличаться от расчетного из-за технологических допусков на изготовление топливных таблеток, твэлов, кассет, перераспределения расходов по кассетам и неточности расчетных методик. Эти отклонения учитываются так называемыми механическими коэффициентами. Вводятся механические коэффициенты по тепловому потоку  $K_{\text{мех}}^q$ , подогреву воды в кассете  $K_{\text{мех}}^{\Delta t}$  и т. п.

5. Необходимо иметь в виду возможность отклонения мощности от номинального значения в пределах, обусловленных точностью ее измерения и поддержания. Кроме того, могут иметь место отклонения от номинальных значений давления, температуры воды на входе и ее расхода. Эти отклонения учитываются коэффициентом  $K_{\text{мощ}}$ .

В качестве примера приведем значения коэффициентов неравномерности энерговыделения для реактора ВВЭР-1000 в начале кампании:

$$K_q = 1,35; K_z = 1,47; K_K = 1,16; K_{\text{мех}}^q = 1,15; K_{\text{мощ}} = 1,08.$$

Таким образом, коэффициент неравномерности по объему реактора, представляющий собой отношение максимального энерговыделения к среднему, равен (реактор ВВЭР-1000, начало кампании):

$$K_V = q_{\text{макс}} / \bar{q} = K_q K_z K_K K_{\text{мех}}^q K_{\text{мощ}} = 1,35 \cdot 1,47 \cdot 1,16 \cdot 1,15 \cdot 1,08 \approx 2,9.$$

Как показывают расчеты и измерения, наибольшая неравномерность энерговыделения в кассетах наблюдается в начале цикла выгорания, что объясняется существенным различием нейтронно-физических характеристик кассет, входящих в состав первой топливной загрузки. По мере выгорания топлива происходит уплотнение распределения потока нейтронов и уменьшение значений коэффициентов неравномерности (кроме  $K_{\text{мех}}^q$  и  $K_{\text{мощ}}$ ). Для иллюстрации сказанного на рис. 10.8 приведено распределение  $K_q$  в начале и конце кампании. В целом значение  $K_V$  в конце кампании ВВЭР-1000 уменьшается примерно до 2,2.

### § 10.5. Выгорание и перегрузка топлива

Основной путь повышения экономичности топливного цикла ВВЭР — увеличение глубины выгорания топлива. Оно связано с ростом обогащения топлива, которым подпитывается реактор

Таблица 10.4. Глубина выгорания топлива и неравномерность энерговыделения по радиусу ВВЭР-1000 для различных обогащений топлива подпитки и числа перегрузок

Параметры	Число перегрузок и					
	2			3		
Обогащение топлива подпитки, %	3,0	3,5	4,0	3,5	4,0	4,4
Глубина выгорания $\rho_{\text{пл}}$ , МВт·сут/кг	23,5	28,1	32,4	31,8	36,6	40,2
Коэффициент неравномерности энерговыделения по радиусу $K_r$	1,36	1,43	1,54	1,32	1,48	1,57

(табл. 10.4). Одной из основных задач повышения экономичности топливного цикла является получение заданной глубины выгорания при меньшем обогащении топлива подпитки. При заданных геометрических характеристиках решетки обогащение топлива может быть снижено соответствующим выбором режима перегрузки топлива. Необходимо отметить, что режим перегрузки топлива определяет также и другую очень важную характеристику реактора — неравномерность энерговыделения по активной зоне, о которой говорилось в предыдущем параграфе. Из анализа режимов перегрузки однозонного реактора следует, что наиболее выгодным для достижения наибольшей глубины выгорания является режим с непрерывным перемещением топлива от оси активной зоны к периферии. Однако в этом режиме имеет место большая неравномерность распределения энерговыделения по радиусу реактора, т. е. требования, предъявляемые к глубине выгорания и к неравномерности, противоречивы.

Непрерывная перегрузка ядерного топлива с одновременным его перемешиванием в реакторах корпусного типа осуществлена быть не может. Вследствие этого рассматриваемые реакторы работают в режиме так называемых частичных, периодических перегрузок. Применение перегрузок с частичной выгрузкой кассет из активной зоны позволяет по сравнению с одновременным извлечением всех кассет из реактора уменьшить необходимое обогащение урана, загружаемого в реактор, при заданном значении  $\rho_{\text{пл}}$  и существенно выравнивать распределение энерговыделения, т. е. увеличить мощность реактора при прочих равных условиях.

При сравнении различных режимов перегрузки обычно принимают во внимание, с одной стороны, глубина выгорания и коэффициенты неравномерности энерговыделения, а с другой, удобство и возможность осуществления режима перегрузки. В настоящее время практически на всех реакторах принят режим «перемещения с рассеянием в центре». При таком режиме перегрузок свежее топливо (топливо подпитки) загружается

на периферию активной зоны с последующей перестановкой его в центральную зону, откуда оно впоследствии и выгружается. Рассматриваемый режим перегрузок позволяет получать высокие глубины выгорания при относительно низком коэффициенте неравномерности энерговыделения. Кроме того, этот режим обеспечивает одинаковое время пребывания всех кассет в активной зоне и сравнительно небольшой разброс выгружаемых кассет по выгоранию.

Начальное обогащение при заданной глубине выгорания может быть также снижено увеличением числа частичных перегрузок  $n$ , однако эта зависимость быстро насыщается. Как видно из табл. 10.4, увеличение  $n$  в ВВЭР-1000 с 2 до 3 приводит к повышению  $\rho_{\text{пл}}$  всего на 10–15 %.

Оптимальное число перегрузок должно определяться в зависимости от различных факторов и в основном усовершенствованием и упрощением существующих методов перегрузки, позволяющих существенно сократить длительность остановки АЭС. Кроме того, при выборе числа перегрузок необходимо иметь в виду следующие обстоятельства. Во-первых, в настоящее время вряд ли можно рассчитывать на длительность пребывания в реакторе твэлов с циркониевой оболочкой, большую чем 3–4 года. Во-вторых, существует определенная тенденция совместить перегрузку топлива с годовым профилактическим ремонтом АЭС, т. е. проводить перегрузку один раз в год. Это однозначно предполагает работу реактора не более чем с тремя–четырьмя перегрузками. В проекте ВВЭР-1000 в качестве основного варианта принят режим работы с тремя перегрузками за кампанию топлива. В качестве запасного варианта допускается режим работы с двумя перегрузками и начальным обогащением топлива 3,3 %. В том и другом случае кампания реактора  $T_p$  (длительность работы между двумя перегрузками) принята равной 7000 ч.

Средняя глубина выгорания топлива определяется выражением

$$\bar{\rho}_{\text{пл}} = T_p \frac{Q_T n}{G_U \cdot 24}, \quad (10.5.1)$$

где  $n$  — число перегрузок за кампанию топлива;  $Q_T$  — тепловая мощность реактора, МВт;  $G_U$  — масса загруженного в активную зону урана, кг.

Из формулы (10.5.1) и данных по реактору ВВЭР-1000 следует, что при двух частичных перегрузках обеспечивается выгорание примерно до 27, а при трех — до 40 МВт·сут/кг U. Как уже упоминалось, увеличение глубины выгорания топлива неизбежно связано с ростом его обогащения. Для оценки необходимого начального обогащения топлива в реакторах на тепловых нейтронах с твэлами из урана можно пользоваться про-

стым правилом: глубина выгорания примерно равна обогащению. Так, при обогащении 3 %, т. е. при содержании 30 кг  $^{235}\text{U}$  на тонну топлива, глубина выгорания равна 30 кг/т (30 МВт·сут/кг U) и т. д. Повышение обогащения топлива приводит, как это видно из табл. 10.4, к существенному увеличению неравномерности энерговыделения по радиусу реактора. Поэтому в современных реакторах предусматриваются дополнительные меры, позволяющие несколько упростить распределение энерговыделения и, следовательно, уменьшить коэффициенты неравномерности. Понятно, что уменьшение этих коэффициентов происходит за счет некоторого снижения глубины выгорания.

Глубина выгорания зависит также от геометрических параметров решетки, например водо-уранового отношения  $V_1/V_0$ . Однако в области максимума (рис. 10.11) эта зависимость проявляется весьма слабо и поэтому изменение  $V_1/V_0$  в довольно широких пределах приводит лишь к незначительному изменению величины  $\rho_{\text{пл}}$ .

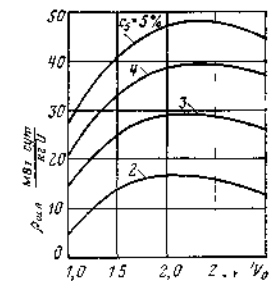


Рис. 10.11 Зависимость глубины выгорания топлива в стационарном режиме перегрузок реактора ВВЭР-1000 от водо-уранового отношения для различных обогащений топлива

## § 10.6. Физический расчет реактора

### 10.6.1. ЗАДАЧИ ФИЗИЧЕСКОГО РАСЧЕТА

Физические расчеты реактора выполняются на разных этапах его проектирования, строительства и эксплуатации. По предъявляемой к ним точности расчеты можно разделить на оценочные, вариантные и проверочные. Оценочные расчеты выполняются по упрощенным формулам с использованием довольно грубых приближений. Вариантные расчеты имеют своей целью выявить сравнительные достоинства и недостатки серии вариантов конструкции или режимов работы реактора. На основе таких расчетов выбираются технические решения и значения независимых параметров. Вариантные расчеты обычно выполняются по программе, основанной на приближенной модели ядерного реактора. Наконец, задача проверочного расчета — получить результат с максимально возможной точностью. Поэтому в алгоритмах программ проверочного расчета применяются наиболее точные формулы. Основные задачи нейтронно-физического расчета ядерного реактора сводятся к определению:

запасов и эффектов реактивности в любом состоянии реактора;

нуклидного состава топлива в зависимости от энерговыработки;

эффективности СУЗ и системы ядерной безопасности;

распределения энерговыделения по объему активной зоны в любой момент времени.

Для решения этих задач требуются вычисления весьма большого объема. Поэтому в настоящее время физический расчет проводится с помощью многочисленных специальных программ. Методы физического расчета реактора любого типа непрерывно развиваются и совершенствуются. Эта тенденция вытекает из необходимости обеспечить как полную безопасность и надежность установки, так и ее экономичность. Таким образом, физический расчет связан с теплогидравлическим, технико-экономическим и другими расчетами.

Чтобы яснее представить себе место и роль физического расчета в выборе оптимального варианта, схематично рассмотрим общую последовательность расчетов на примере реактора ВВЭР-1000. Оптимальным считается вариант с минимальными топливной и капитальной составляющими приведенных затрат. Топливная составляющая в режиме стационарных перегрузок в основном зависит от начального обогащения и глубины выгорания. Чем больше начальное обогащение топлива, тем больше глубина выгорания  $\rho_{\text{пл}}$ , но и выше стоимость загружаемого в реактор топлива. При современных ценах на уран оптимальное обогащение (по достижению абсолютного минимума топливной составляющей) составляет  $\sim 5\%$ . При таком начальном обогащении  $\rho_{\text{пл}} \approx 50$  МВт·сут/кг U. Однако накопленный опыт эксплуатации твэлов в реакторах ВВЭР и уровень технологии их изготовления не позволяют пока перейти на такие значения  $\rho_{\text{пл}}$ . Поэтому надо выбирать те значения глубины выгорания, которые в настоящее время достигнуты и обеспечивают надежную и безопасную работу всех твэлов во время их пребывания в реакторе. Для реактора ВВЭР-1000 выбрана величина  $\rho_{\text{пл}} = 40$  МВт·сут/кг U (см. § 10.2).

Выше уже указывалось, что глубина выгорания зависит также от водо-уранового отношения, режимов и числа перегрузок за кампанию. В меньшей степени  $\rho_{\text{пл}}$  определяется диаметром топливных таблеток  $d_0$  (при диаметрах твэлов от 0,7 до 1,2 см). Поэтому значение  $d_0$  в этих пределах обычно выбирается из теплотехнических соображений исходя из условий отсутствия плавления двуокиси урана в центре таблеток и кризиса теплообмена на поверхности твэлов. Из допустимых значений диаметров выбирается наибольшее. Это позволяет увеличить загрузку топлива в корпусе заданных размеров (размер задается условиями транспортировки корпуса по железной дороге).

При выбранном режиме перегрузок проводятся расчеты  $\rho_{\text{пл}}$  в зависимости от водо-уранового отношения для различных

начальных обогащений топлива (см. рис. 10.11). Используя данные по глубине выгорания, можно найти массу загружаемого урана, содержание урана и плутония в выгружаемом топливе и значение топливной составляющей приведенных затрат. В то же время учет стоимости первой загрузки и части капитальных затрат, связанных с размером активной зоны, показывает, что по приведенным затратам более выгодными оказываются те варианты, у которых меньше размер активной зоны и масса урана в первой топливной загрузке.

Кроме указанных существуют и другие ограничения. Например, ограничения по скорости теплоносителя, по обеспечению устойчивой и надежной работы реактора в стационарном и переходных режимах и др. Скорость теплоносителя выбирается в результате проведения теплогидравлического и прочностного расчетов. Устойчивая и безопасная работа реактора в значительной степени определяется водо-урановым отношением  $V_1/V_0$  (см. § 10.3). Нейтронно-физические расчеты показали, что устойчивая работа ВВЭР-1000 при наличии бора в активной зоне обеспечивается при  $V_1/V_0 = 1,8$ .

Таким образом, чтобы получить в ВВЭР-1000 глубину выгорания 40 МВт·сут/кг U, необходимо при  $V_1/V_0 = 1,8$  иметь обогащение топлива  $\sim 4,5\%$  (см. рис. 10.11). В этом случае топливная составляющая приведенных затрат минимальна.

#### 10.6.2 ВЫБОР СХЕМЫ ФИЗИЧЕСКОГО РАСЧЕТА

Используемая расчетная модель должна разумно сочетать, с одной стороны, простоту описания физических процессов, а с другой, точность. Выбор той или иной модели прежде всего определяется целью расчета, а также физическими и конструктивными особенностями реактора.

Рассмотрим предельно упрощенный реактор: реальная структура активной зоны заменяется кольцевой, содержащей  $L$  однородных областей (зон); регулирующие и компенсирующие стержни находятся вне активной зоны. Такая модель удобна для расчета, однако она лишь приблизительно отражает реальность, и поэтому пространственное распределение потока нейтронов по объему реактора, рассчитанное с помощью этой модели, может заметно отличаться от действительного. Отметим, что в современных водо-водяных реакторах можно ограничиться малым числом зон. Чаще всего выбирают две ( $L=2$ ). В этом случае размеры зон достаточно велики и можно пренебречь их взаимным влиянием при подготовке констант для расчета реактора в целом. Необходимо также отметить, что отражатель в ВВЭР — многослойный, включающий в себя не только воду, но и некоторые элементы конструкции реактора (шахту, граничный пояс и т. д.). В расчетах принимается, что отражатель представляет собой гомогенную смесь из воды и стали.

С учетом сказанного будем рассматривать достаточно упрощенные (инженерные) методы расчета. Эти методы не существенно отличаются от точных, поскольку приближение достаточно хорошо подогнано к наиболее простому и узкому классу задач. Подгонка выполняется путем сравнения результатов с экспериментальными данными или результатами более точных (реперных) расчетов.

Согласно физическим особенностям, изложенным в § 10.1, расчет размножающих свойств топливных решеток обычно проводится по аддитивной схеме, рассмотренной в п. 7.2.1. Обширные экспериментальные исследования послужили основой для широкого использования малогрупповых (в частности, четырехгруппового) приближений в применении к расчету эффективных параметров ячейки для различных состояний реактора. Успех расчета по этим схемам объясняется тем, что они соединяют в себе простоту и наглядность с точностью, которая обеспечивается соответствующим образом подобранными групповыми константами. Рассмотрим одну из схем четырехгруппового приближения. Нейтроны всех энергий в этой схеме делятся на группы следующим образом ( $n$  — номер группы):

$$\begin{aligned} n = 1, & 10 \text{ МэВ} - 0,821 \text{ МэВ}, & \Delta u = 2,5; \\ n = 2, & 821 \text{ кэВ} - 5,53 \text{ кэВ}, & \Delta u = 5,0; \\ n = 3, & 5530 \text{ эВ} - 0,625 \text{ эВ}, & \Delta u = 9,0884; \\ n = 4, & 0,625 \text{ эВ} - 0, & \infty. \end{aligned}$$

Ширина каждой энергетической группы выбрана такой, чтобы можно было не учитывать «проскоки» нейтронов через группу (см. § 6.9).

Для первой группы — быстрых или надпороговых нейтронов — в качестве нижней границы принята условная энергия порога деления  $^{238}\text{U}$ . Вторая группа объединяет надрезонансные нейтроны и ограничена энергией, ниже которой практически отсутствуют нейтроны деления. При таком выборе энергетических границ между группами доля нейтронов деления, попадающих в первую группу,  $\chi^{(1)} = 0,752$ , — во вторую  $\chi^{(2)} = 1 - \chi^{(1)} = 0,248$ . Третья группа нейтронов охватывает область резонансных энергий. В нее попадают нейтроны только в результате замедления, они распределены (в отсутствие поглощения и утечки) по спектру Ферми (5.9.5). Последняя группа включает нейтроны тепловых энергий. Обоснование выбора верхней границы этой группы (0,625 эВ) дано в § 2.1.

### 10.6.3. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА

Схема физического расчета реактора представлена на рис. 10.12 и более подробно на рис. 10.13. Физический расчет реактора начинается с выбора числа зон и уравнений (блок 1).

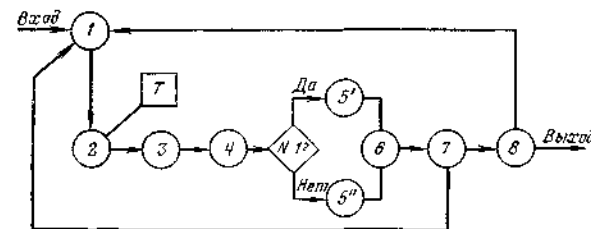


Рис. 10.12. Структурная схема физического расчета реактора

Далее готовятся константы для расчета ячейки (блок 2). При этом используются входные данные и система групповых микроскопических констант (см. приложения I, II и III) — библиотека констант (блок 3). После подготовки констант для каждой зоны проводится гомогенизация ячейки (блок 4). Поскольку теория решетки отделена от теории критических размеров (см. § 7.3), то гомогенизированные сечения рассчитываются независимо от расчета критичности реактора в целом. Необходимо отметить, что правомерность такого разделения в водо-водяных реакторах объясняется также тем, что пространственная неоднородность спектра («всплеск» тепловых и «завал» замедляющихся нейтронов) проявляется в основном вблизи границ кассет. Во внутренних же областях, занимающих в большинстве случаев значительную часть объема кассет, спектр нейтронов близок к асимптотическому.

После гомогенизации эквивалентной ячейки определяется спектр нейтронов и вычисляются одно- или двухгрупповые константы в активной зоне и отражателе для расчета реактора в целом (блок 4).

В связи с малым вкладом квадрата длины диффузии  $L_p^2$  в площадь миграции нейтронов в решетке  $M_p^2$  и малым различием свойств кассет в надтепловой области энергий (см. § 10.1) задача о критичности реактора может быть решена в одnogрупповом приближении ( $N=1$ ). Тем не менее, предусмотрена возможность расчета реактора и в двухгрупповом приближении ( $N=2$ ).

В энергетических реакторах форма и размеры активной зоны выбраны до физического расчета из других соображений, поэтому собственным числом задачи является эффективный коэффициент размножения  $k_{\text{эф}}$ . Оно определяется из решения системы, в которую входят уравнения, описывающие поведение нейтронов в активной зоне и отражателе (блок 5). Количество уравнений зависит от выбранного приближения [одно- (блок 5') или двухгруппового (блок 5'')] и числа зон  $L$ , на которые разделен реактор. Сюда надо прибавить и уравнения, описывающие поведение нейтронов в отражателе.

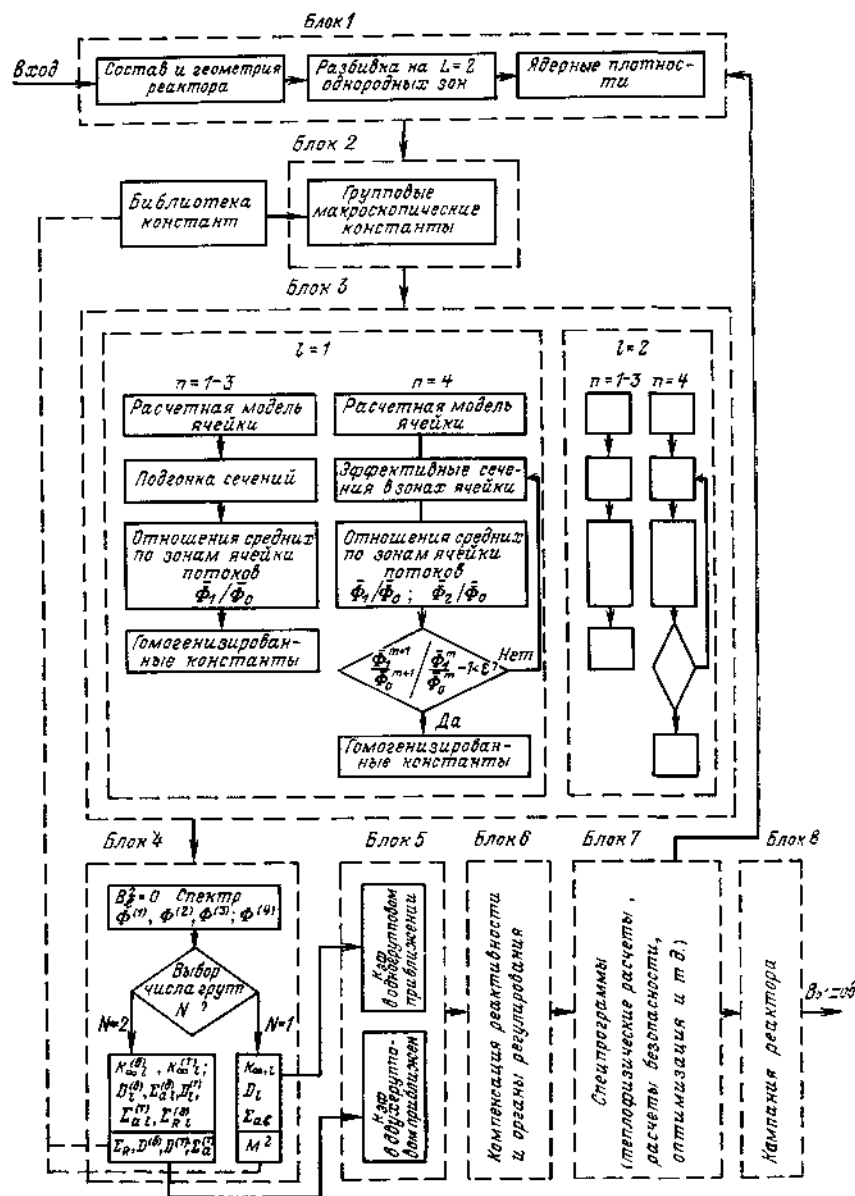


Рис. 10.13. Развернутая структурная схема физического расчета реактора

Физический расчет выполняется для различных состояний реактора (холодного, горячего неотравленного, горячего отравленного и т. д.). В дальнейшем рассчитывается эффективность органов СУЗ (блок 6).

Нейтронно-физический расчет связан с другими расчетами и, в первую очередь, с теплогидравлическим, из которых находятся значения плотностей и температур различных материалов активной зоны и отражателя. Поэтому в схеме предусмотрено проведение различных расчетов (блок 7), связанных с нейтронно-физическим.

В заключение рассчитывается глубина выгорания топлива и определяется его нуклидный состав (блок 8).

#### 10.6.4. ГОМОГЕНИЗАЦИЯ ЯЧЕЙКИ (БЛОК 3)

Сущность подхода к расчету реактора с гомогенизацией ячейки была изложена в § 8.1. Гомогенизированные сечения находят усреднением истинных сечений с весами потоков и объемов различных зон ячейки. Последовательность расчета гомогенизированных констант представлена в блоке 3 (см. рис. 10.13). В первых трех энергетических группах расчетной моделью может служить двухзонная ячейка, состоящая из топлива (индекс «0») и гомогенной смеси материалов оболочки и замедлителя (индекс «1») (рис. 10.14,б). Другими словами, реальная ячейка заменяется моделью. Такая модель справедлива для замедляющихся нейтронов, поскольку потоки нейтронов в оболочке и замедлителе мало различаются между собой и при расчете отношение этих потоков можно принять равным единице. Тогда макроскопическое сечение взаимодействия вида  $i$  определяется формулой

$$\Sigma_{i1}^{(n)} = \frac{\Sigma_{i0}^{(n)} V_{06} + \Sigma_{i1}^{(n)} V_{1\text{ зам}}}{V_{06} + V_{1\text{ зам}}} \quad (n=1, 2, 3), \quad (10.6.1)$$

где  $\Sigma_{06}$ ,  $\Sigma_{1\text{ зам}}$ ,  $V_{06}$ ,  $V_{1\text{ зам}}$  — макроскопические сечения и объемы оболочки и замедлителя соответственно.

Зазор между топливной таблеткой и оболочкой обычно условно присоединяется к последней, при этом вводится фиктивная плотность оболочки

$$\gamma_{06} = \gamma_{06}^{\text{нст}} [V_{06} / (V_{06} + V_{\text{заз}})] \quad (10.6.2)$$

( $V_{\text{заз}}$  — объем зазора,  $\gamma_{06}^{\text{нст}}$  — плотность оболочки, г/см<sup>3</sup>). Зная сечения в зонах «0» и «1», можно найти средние по ячейке сечения:

$$\Sigma_i^{(n)} = \frac{\Sigma_{i0}^{(n)} + \Sigma_{i1}^{(n)} V_1 \bar{\Phi}_1^{(n)} / (V_0 \bar{\Phi}_0^{(n)})}{1 + V_1 \bar{\Phi}_1^{(n)} / (V_0 \bar{\Phi}_0^{(n)})}. \quad (10.6.3)$$

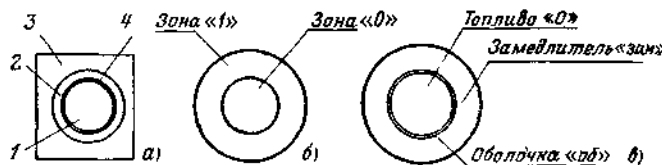


Рис. 10.14. Реальная ячейка (а) и ее расчетные модели в первых трех группах (б) и в четвертой (в):

1 — топливо, 2 — оболочка; 3 — замедлитель; 4 — зазор

В области энергий тепловых нейтронов следует учитывать различие потоков в оболочке и замедлителе. Соответственно рассматривается трехзонная ячейка (рис. 10.14, в), а сечения определяются по формуле

$$\Sigma_i^{(4)} = \frac{\Sigma_{i0}^{(4)} + \Sigma_{iob}^{(4)} \frac{V_{ob} \bar{\Phi}_{ob}^{(4)}}{V_0 \bar{\Phi}_0^{(4)}} + \Sigma_{izam}^{(4)} \frac{V_{зам} \bar{\Phi}_{зам}^{(4)}}{V_0 \bar{\Phi}_0^{(4)}}}{1 + \frac{V_{ob} \bar{\Phi}_{ob}^{(4)}}{V_0 \bar{\Phi}_0^{(4)}} + \frac{V_{зам} \bar{\Phi}_{зам}^{(4)}}{V_0 \bar{\Phi}_0^{(4)}}}. \quad (10.6.4)$$

В уран-водных решетках возникают различия (очень небольшие) в свойствах среды в направлениях, параллельном и перпендикулярном топливным блокам. Постараемся, хотя бы приближенно учесть эту анизотропию при расчете коэффициентов диффузии. Коэффициенты диффузии вдоль твэлов  $D_{||}^{(n)}$  можно вычислить по формуле, аналогичной (10.6.3):

$$D_{||}^{(n)} = \frac{D_0^{(n)} + D_1^{(n)} V_1 \bar{\Phi}_1^{(n)} / (V_0 \bar{\Phi}_0^{(n)})}{1 + V_1 \bar{\Phi}_1^{(n)} / (V_0 \bar{\Phi}_0^{(n)})} \quad (n = 1, 2, 3); \quad (10.6.5)$$

$$D_{||}^{(4)} = \frac{D_0^{(4)} + D_{ob}^{(4)} \left( \frac{V_{ob} \bar{\Phi}_{ob}^{(4)}}{V_0 \bar{\Phi}_0^{(4)}} \right) + D_{зам}^{(4)} \left( \frac{V_{зам} \bar{\Phi}_{зам}^{(4)}}{V_0 \bar{\Phi}_0^{(4)}} \right)}{1 + \frac{V_{ob} \bar{\Phi}_{ob}^{(4)}}{V_0 \bar{\Phi}_0^{(4)}} + \frac{V_{зам} \bar{\Phi}_{зам}^{(4)}}{V_0 \bar{\Phi}_0^{(4)}}}, \quad (10.6.6)$$

а в перпендикулярном направлении  $D_{\perp}^{(n)}$  — через транспортные сечения:

$$D_{\perp}^{(n)} = 1/3 \Sigma_{tr}^{(n)}. \quad (10.6.7)$$

Транспортные сечения для первых трех групп рассчитываются по формуле (10.6.3), а для четвертой — по формуле (10.6.4). Полный коэффициент диффузии  $D^{(n)}$  определяется из

простейшего геометрического способа усреднения по направлениям:

$$D^{(n)} = \frac{1}{3} D_{||}^{(n)} + \frac{2}{3} D_{\perp}^{(n)}. \quad (10.6.8)$$

Итак, расчет эффективных (гомогенизированных) констант сводится к определению отношения средних потоков в зонах.

**Рассмотрим первую группу ( $n=1$ ).** Для вычисления отношения средних потоков  $\bar{\Phi}_1^{(1)} / \bar{\Phi}_0^{(1)}$  в простейшей двухзонной ячейке удобно воспользоваться записанными ранее уравнением баланса нейтронов в блоке (8.4.7) с заменой вероятности  $P_{00}$  вероятностью  $Q_{00}^{(1)}$  и уравнением баланса для ячейки в целом:

$$V_0 \bar{\Phi}_0^{(1)} (\Sigma_{a0}^{(1)} + \Sigma_{R0}^{(1)}) + V_1 \bar{\Phi}_1^{(1)} (\Sigma_{a1}^{(1)} + \Sigma_{R1}^{(1)}) = V_0 \chi^{(1)} [\bar{\nu}_f^5 \bar{R}_f + (\bar{\nu}_f^8 \Sigma_{f0}^{(1)}) \bar{\Phi}_0^{(1)}] \quad (10.6.9)$$

(обозначения те же, что и в § 8.4). Исключая  $\bar{R}_f$ , находим:

$$\frac{V_1 \bar{\Phi}_1^{(1)}}{V_0 \bar{\Phi}_0^{(1)}} = \frac{\Sigma_{x0}^{(1)}}{\Sigma_{x1}^{(1)}} \frac{1 - \bar{Q}_{00}^{(1)}}{\bar{Q}_{00}^{(1)}}, \quad (10.6.10)$$

где  $\bar{Q}_{00}^{(1)}$  — вероятность (8.4.15), вычисленная через «действующее» сечение;

$$\Sigma_{x1}^{(1)} = \Sigma_{a1}^{(1)} + \Sigma_{R1}^{(1)} \quad (10.6.11)$$

— действующее сечение (8.4.10) для замедлителя.

**Вторая группа ( $n=2$ ).** В отличие от первой группы, где все сечения считаются универсальными, во второй некоторые микроскопические сечения зависят от спектра нейтронов, который в свою очередь определяется составом и геометрией ячейки. Поэтому для каждого конкретного случая сечения надо вычислять заново. Однако, как показали многочисленные сравнения результатов детального расчета и эксперимента, можно ограничиться пересчетом лишь сечения поглощения  $^{238}\text{U}$  по следующей эмпирической формуле:

$$(\sigma_a^8)^{(2)} = (\sigma_a^8)^{(2)} [A - B (d_0 \Sigma_{a0}^{(2)})^{(2)} (d_0^0 \Sigma_{a0}^{(2)})^{(2)}], \quad (10.6.12)$$

где  $d_0$  — диаметр топливного блока [здесь и далее верхний левый индекс у сечения означает универсальное, т. е. взятое из таблицы (приложение III)]. Значения коэффициентов  $A$  и  $B$  приведены ниже:

Вид топлива	A	B
U <sub>мет</sub>	1,335	1916
UO <sub>2</sub>	2,40	136 900

Как и в первой группе, отношение средних потоков можно найти, используя уравнения баланса для топлива и для ячейки в целом:

$$\frac{V_1 \bar{\Phi}_1^{(2)}}{V_0 \bar{\Phi}_0^{(2)}} = \frac{\Sigma_{x0}^{(2)}}{\Sigma_{x1}^{(2)}} \left\{ \frac{1}{\bar{Q}_{00}^{(2)}} \frac{\Sigma_{q0}^{(1)}}{\Sigma_{q(01)}^{(1)}} \left[ 1 + \frac{\Sigma_{R1}^{(1)}}{\Sigma_{q0}^{(1)}} \frac{V_1 \bar{\Phi}_1^{(1)}}{V_0 \bar{\Phi}_0^{(1)}} \right] - 1 \right\}. \quad (10.6.13)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \Sigma_{q0}^{(1)} &= \chi^{(2)} \left[ \frac{\bar{v}_f^5}{\delta^{28}} + (\bar{v}_f^8)^{(1)} \right] (\Sigma_{f0}^8)^{(1)} + \Sigma_{R0}^{(1)} = \\ &= \frac{\chi^{(2)}}{1 - \chi^{(2)}} \left[ \frac{\Sigma_{x0}^{(1)} + (\Sigma_{f0}^8 \bar{v}_f^8)^{(1)} (1 - \chi^{(2)}) \bar{Q}_{00}^{(1)}}{\bar{Q}_{00}^{(1)}} \right] + \Sigma_{R0}^{(1)} \end{aligned} \quad (10.6.14)$$

— эффективное сечение, определяющее число нейтронов, поступающих во вторую группу за счет деления и увода из первой;

$$\Sigma_{q(01)}^{(1)} = \Sigma_{q0}^{(1)} + \frac{\bar{\Phi}_1^{(1)}}{\bar{\Phi}_0^{(1)}} \Sigma_{R1}^{(1)} \frac{\Sigma_{x0}^{(2)}}{\Sigma_{x1}^{(2)}} \frac{1 - \bar{Q}_{00}^{(2)}}{\bar{Q}_{00}^{(2)}}. \quad (10.6.15)$$

Вероятность  $\bar{Q}_{00}^{(2)}$  вычисляется по формуле (8.4.15) через параметры второй группы.

**Третья группа ( $n=3$ ).** В третьей группе, так же как и во второй, только в большей степени, сечения зависят от геометрии и состава ячейки, и в первую очередь топлива. Это объясняется тем, что в третьей группе имеет место основное резонансное поглощение, влияющие на спектр нейтронов, а, следовательно, и на сечения. Поэтому не универсальными здесь должны считаться сечения радиационного захвата и деления всех резонансно поглощающих нуклидов, а также среднее по ячейке сечение перехода (увода) в тепловую группу  $\Sigma_R^{(3)}$ .

В связи с этим принята следующая схема расчета. Вначале определяются сечения поглощения, деления и увода (нулевое приближение) для всех нуклидов, присутствующих в топливе. Микроскопическое сечение поглощения воспроизводящего нуклида ( $^{238}\text{U}$ ) вычисляется через эффективный резонансный интеграл (8.5.47), а сечения поглощения и деления делящихся нуклидов ( $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  и т. п.) рассчитываются через резонансные интегралы для гомогенной среды по методике, изложенной в п. 8.5.3.

Универсальные значения средних по ячейке макроскопических сечений поглощения, увода и деления находятся из следующих выражений:

$${}^0\Sigma_a^{(3)}(R) = \frac{\Sigma_a^{(3)}(R)_0 + \Sigma_a^{(3)}(R)_1 V_1/V_0}{1 + V_1/V_0}; \quad (10.6.16)$$

$${}^0(\bar{v}_f \Sigma_f)^{(3)} = \frac{(\bar{v}_f \Sigma_f)^{(3)}}{1 + V_1/V_0}. \quad (10.6.17)$$

Полученные значения всех сечений, как об этом уже упоминалось, зависят от доли резонансного поглощения, т. е. от  $\phi$ . Однако, как показывают расчеты, отличие действительных значений  $\Sigma_a^{(3)}$  и  $(\bar{v}_f \Sigma_f)^{(3)}$  от универсальных составляет для реальных тепловыделяющих кассет не более 1 %. Поэтому будем считать не универсальным (зависящим от  $\phi$ ) только сечение увода.

Величина  $\phi$  в четырехгрупповом приближении определяется, как это будет показано ниже [см. систему уравнений (10.6.20)], выражением

$$\phi = \frac{\Sigma_R^{(3)}}{\Sigma_a^{(3)} - \Sigma_R^{(3)}} = \frac{1}{1 + \Sigma_a^{(3)}/\Sigma_R^{(3)}}. \quad (10.6.18)$$

Существуют следующие аппроксимационные формулы для расчета  $\phi$ : при  $x < 1/3$

$$\phi = 1 - 0,9x;$$

при  $x \geq 1/3$

$$\phi = 1,16463 - 1,9614x + 2,1319x^2 - 0,97539x^3,$$

где

$$x = \gamma_{H_2O} \Sigma_a^{(3)}/{}^0\Sigma_R^{(3)}$$

В заключение рассчитываются «исправленное» сечение увода

$$\Sigma_R^{(3)} = f(\phi) {}^0\Sigma_R^{(3)},$$

где

$$f(\phi) = \frac{\phi}{1 - \phi} \sqrt{\gamma_{H_2O} \frac{\Sigma_a^{(3)}}{{}^0\Sigma_R^{(3)}}},$$

и вероятность избежать резонансного поглощения  $\phi$ .

**Четвертая группа ( $n=4$ ).** В реакторах ВВЭР основная доля деления ядер ( $\sim 85-90\%$ ) происходит под действием нейтронов четвертой группы. Поэтому параметры этой группы должны быть определены по возможности более точно. В настоящей книге, как уже об этом неоднократно упоминалось, мы пользуемся относительно простыми схемами расчета, однако имеющими достаточную точность и опирающимися на реперные данные, полученные с привлечением точных методов. Ядерные константы в области энергий тепловых нейтронов определяются с помощью методов, рассмотренных в гл. 8. Так, средние по зонам сечения поглощения и деления можно рассчитать, например, методом Хонка (см. п. 8.6.6), а отношения средних по зонам потоков — методом АБГ (см. п. 8.6.4). Найденное по такой схеме значение произведения  $\theta v_{\text{эф}}$  отличается от точного значения при обогащении топлива 3,6 % не более чем на 0,25 %; при меньших обогащениях это отличие еще меньше.

При расчете отношения потоков необходимо знать транспортное сечение воды, точный расчет которого представляет

определенные трудности, что объясняется влиянием химических связей на зависимость сечения от энергии. Достаточно точный результат получается при расчете  $\Sigma_{tr, H_2O}$  через длину диффузии  $L_{H_2O}$  и сечение поглощения  $\Sigma_{a, H_2O}$ , которое для воды в этой области энергий меняется по закону  $1/v$ . Аппроксимирующая формула имеет вид:

$$L_{H_2O} = \left( \frac{2,72}{\gamma_{H_2O}} \right) \left[ \frac{T}{293,15} \frac{1,0614}{1 + 0,0614 (T/293,15)^{0,5}} \right]^{0,5}, \quad (10.6.19)$$

где  $T$  — температура воды, К.

#### 10.6.5. ПОДГОТОВКА ОДНОГРУППОВЫХ (ДВУХГРУППОВЫХ) КОНСТАНТ ДЛЯ РАСЧЕТА РЕАКТОРА В ЦЕЛОМ (БЛОК 4)

Чтобы найти групповые константы, необходимо знать спектр нейтронов. Этот спектр рассчитывается вначале для каждой зоны реактора. Для решения задачи рассмотрим систему четырехгрупповых уравнений в диффузионном приближении (индекс зоны опущен):

$$\left. \begin{aligned} D^{(1)} \Delta \Phi^{(1)} - (\Sigma_a^{(1)} + \Sigma_R^{(1)}) \Phi^{(1)} + \frac{S}{k_{эф}} \chi^{(1)} &= 0; \\ D^{(2)} \Delta \Phi^{(2)} - (\Sigma_a^{(2)} + \Sigma_R^{(2)}) \Phi^{(2)} + \Sigma_R^{(1)} \Phi^{(1)} + \frac{S}{k_{эф}} \chi^{(2)} &= 0; \\ D^{(3)} \Delta \Phi^{(3)} - (\Sigma_a^{(3)} + \Sigma_R^{(3)}) \Phi^{(3)} + \Sigma_R^{(2)} \Phi^{(2)} &= 0; \\ D^{(4)} \Delta \Phi^{(4)} - \Sigma_a^{(4)} \Phi^{(4)} + \Sigma_R^{(3)} \Phi^{(3)} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (10.6.20)$$

где объемная скорость генерации нейтронов деления

$$S = \sum_{n=1}^4 \nu_f^{(n)} \Sigma_f^{(n)} \Phi^{(n)}. \quad (10.6.21)$$

Отметим, что входящие в систему (10.6.20) величины  $\Phi^{(n)}$  представляют собой групповые потоки нейтронов в гомогенизированной зоне реактора.

Для достаточно большой однородной области все потоки нейтронов удовлетворяют волновому уравнению (7.4.24):

$$\Delta \Phi^{(n)} = -B^2 \Phi^{(n)}.$$

Используя последнее соотношение и условие нормировки источников на единицу (7.2.10), систему дифференциальных уравнений (10.6.20) сведем к системе алгебраических:

$$\left. \begin{aligned} (D^{(1)} B^2 + \Sigma_a^{(1)} + \Sigma_R^{(1)}) \Phi^{(1)} &= \chi^{(1)} / k_{эф}; \\ (D^{(2)} B^2 + \Sigma_a^{(2)} + \Sigma_R^{(2)}) \Phi^{(2)} &= \frac{\chi^{(2)}}{k_{эф}} + \Sigma_R^{(1)} \Phi^{(1)}; \\ (D^{(3)} B^2 + \Sigma_a^{(3)} + \Sigma_R^{(3)}) \Phi^{(3)} &= \Sigma_R^{(2)} \Phi^{(2)}; \\ (D^{(4)} B^2 + \Sigma_a^{(4)}) \Phi^{(4)} &= \Sigma_R^{(3)} \Phi^{(3)}. \end{aligned} \right\} \quad (10.6.22)$$

Поскольку размеры зон обычно велики, то влияние утечки нейтронов на спектр относительно мало и в первом приближении его можно не учитывать, т. е. положить  $B^2 = 0$  (бесконечная среда). В этом случае  $k_{эф} = k_{\infty}$  и поток нейтронов в  $n$ -й группе определяется выражением (7.2.11).

**Подготовка одногрупповых констант.** Зная спектр нейтронов, можно найти необходимые константы для расчета реактора в целом. Такими константами для активной зоны являются:

коэффициенты размножения  $k_{\infty i}$ ;

коэффициенты диффузии  $\bar{D}_i$ ;

площади миграции  $\bar{M}_i^2$ .

Для отражателя необходимо знать коэффициент диффузии  $\bar{D}_{отр}$  и площадь миграции  $\bar{M}_{отр}^2$ .

Коэффициент размножения в  $l$ -й зоне определяется формулой (7.2.13)

$$k_{\infty l} = \sum_{n=1}^4 (\nu_f \Sigma_f)_l^{(n)} \Gamma_l^{(n)}.$$

Коэффициенты диффузии и площади миграции в активной зоне вычисляются по известным формулам:

$$\bar{D}_l = \frac{\sum_{n=1}^4 D_l^{(n)} \Phi_l^{(n)}}{\sum_{n=1}^4 \Phi_l^{(n)}}; \quad (10.6.23)$$

$$\bar{M}_l^2 = \frac{\bar{D}_l}{\Sigma_{al}} = \frac{\sum_{n=1}^4 D_l^{(n)} \Phi_l^{(n)} / \sum_{n=1}^4 \Phi_l^{(n)}}{\sum_{n=1}^4 \Sigma_{al}^{(n)} \Phi_l^{(n)} / \sum_{n=1}^4 \Phi_l^{(n)}}. \quad (10.6.24)$$



Коэффициент диффузии в отражателе  $\bar{D}_{отр}$  определяется выражением (7.4.37), площадь миграции

$$M_{отр}^2 = \bar{D}_{отр} / \Sigma_a^{отр} \quad (10.6.25)$$

( $\Sigma_a^{отр}$  — сечение поглощения тепловых нейтронов). Напомним, что отражатель представляет собой гомогенную смесь стали и воды. Поэтому все константы, относящиеся к отражателю, определяются через константы, относящиеся к стали и к воде, взвешенные с соответствующими объемами.

**Подготовка двухгрупповых констант.** Напомним, что при расчете реактора в двухгрупповом приближении выделяются две области энергий: замедления (от  $E_f$  до  $E_{гр}$ ) и тепловых нейтронов ( $E < E_{гр}$ ). В соответствии с этим усредняются и константы: первые три группы нейтронов объединяются в одну и им приписывается индекс «б», четвертая группа соответствует области энергий тепловых нейтронов (индекс «т»).

Для каждой  $l$ -й зоны необходимо знать следующие константы: коэффициенты диффузии  $D^b$  и  $D^t$ ; сечения поглощения  $\Sigma_a^b$  и  $\Sigma_a^t$ , сечение увода  $\Sigma_R^b$ ; произведения  $(\nu_f \Sigma_f)^b$  и  $(\nu_f \Sigma_f)^t$ ; вероятность избежать резонансного поглощения  $\phi$ . Последняя величина определяется по формуле (10.6.18), сечение увода

$$\Sigma_R^b = \Sigma_R^3 \Phi^3 / \sum_{n=1}^3 \Phi^{(n)}, \quad (10.6.26)$$

а значения  $D^b$  и  $\Sigma_a^b$  с весами потоков — по выражениям, аналогичным (10.6.23).

Коэффициенты размножения  $k_{\infty l}$  в каждой зоне рассчитываются, как и в первом случае, по формуле (7.2.13). Зная значения коэффициентов диффузии и сечений, можно найти возраст нейтронов (7.7.19)

$$\tau_p = D^b / (\Sigma_a^b + \Sigma_R^b)$$

и квадрат длины диффузии

$$L_p^2 = D^{(4)} / \Sigma_a^{(4)}.$$

Для отражателя определяются следующие величины: сечение увода

$$\Sigma_{R \text{ отр}} = \frac{\Sigma_{R \text{ отр}}^{(3)} \Delta u^{(3)}}{\sum_{n=1}^3 \Delta u^{(n)}}, \quad (10.6.27)$$

где  $\Delta u$  — разность латаргий [формула (10.6.27) справедлива в предположении равенства групповых потоков  $\Phi^{(n)}$  в первых трех группах];

коэффициенты диффузии быстрых

$$D_{отр}^b = \tau_{отр} \Sigma_{R \text{ отр}}$$

и тепловых нейтронов

$$D_{отр}^t = 1/3 \Sigma_{tr}^{(4)}.$$

#### 10.6.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО КОЭФФИЦИЕНТА РАЗМНОЖЕНИЯ (БЛОК 5)

Следующий этап расчета — определение эффективного коэффициента размножения, который в одногрупповом приближении ( $N=1$ ) находится из решения системы  $L+1$  дифференциальных уравнений:

для активной зоны

$$\Delta \Phi_l + \kappa_l^2 \Phi_l = 0,$$

где

$$\kappa_l^2 = \frac{k_{\infty l} / k_{эф} - 1}{M_l^2};$$

и отражателя

$$\Delta \Phi_{отр} - \Phi_{отр} / \bar{M}_{отр}^2 = 0$$

с граничными условиями вида (7.6.3) и (7.6.4).

В двухгрупповом приближении ( $N=2$ )  $k_{эф}$  можно найти из решения системы  $2(L+1)$  уравнений: в активной зоне

$$D_l^b \Delta \Phi_l^b - \Sigma_{Rl}^b \Phi_l^b + \frac{k_{\infty l}}{k_{эф} \Phi_l} \Sigma_{al}^t \Phi_l^t = 0;$$

$$D_l^t \Delta \Phi_l^t - \Sigma_{al}^t \Phi_l^t + \Phi_l \Sigma_{Rl}^b \Phi_l^b = 0$$

и в отражателе

$$D_{отр}^b \Delta \Phi_{отр}^b - \Sigma_{R \text{ отр}}^b \Phi_{отр}^b = 0;$$

$$D_{отр}^t \Delta \Phi_{отр}^t - \Sigma_{a \text{ отр}}^t \Phi_{отр}^t + \Sigma_{R \text{ отр}}^b \Phi_{отр}^b = 0$$

с граничными условиями из п. 7.7.1. Схема решения приведенных выше систем уравнений была рассмотрена в гл. 7.

#### 10.6.7. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ БОРНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ (БЛОК 6)

После того как определено начальное значение эффективного коэффициента размножения, проводится расчет органов СУЗ и необходимой концентрации жидкого поглотителя. В реакторах с относительно небольшим обогащением урана (до 3,5 %) практически весь начальный запас реактивности может быть скомпенсирован бором, введенным в воду (борное

регулирование). Стержни механической системы регулирования выполняют лишь функции, указанные в табл. 10.3.

Концентрация бора, обеспечивающая в неоднородном реакторе  $k_{\text{эф}}=1$ , приближенно определяется следующим образом. Будем считать, что в каждой зоне при добавлении в теплоноситель бора изменение размножающих свойств происходит только за счет изменения коэффициента использования тепловых нейтронов. Предположим, что отношения средних по зонам потоков в ячейке остаются неизменными. Тогда (ср. с п. 8.6.1)

$$\theta_B = \frac{1}{1+q+q_B} = \theta \frac{1+q}{1+q+q_B} = \theta \left( 1 - \frac{q_B}{1+q+q_B} \right) \approx \theta (1-q_B) = \theta - bN_B, \quad (10.6.28)$$

где  $q$  — относительное поглощение нейтронов во всех компонентах ячейки, кроме бора;  $q_B = V_1 \Phi_1 \Sigma_{\text{аб}} / (V_0 \Phi_0 \Sigma_{\text{а0}})$  — относительное поглощение в боре;  $b$  — коэффициент чувствительности  $\theta$  к ядерной плотности бора  $N_B$ , т. е.  $b = d\theta/dN_B$ . Тогда коэффициент размножения в  $l$ -й зоне  $k_{\infty l}^B$ , соответствующий ядерной плотности бора  $N_B$ , определяется выражением

$$k_{\infty l}^B = k_{\infty l}^0 \frac{1+q_l}{1+q_l+q_{B l}} \approx k_{\infty l}^0 - b_l' N_B. \quad (10.6.29)$$

Здесь  $k_{\infty l}^0$  — коэффициент размножения для  $l$ -й зоны без бора;  $b_l'$  — коэффициент чувствительности  $k_{\infty l}$  к ядерной плотности бора, т. е.  $b_l' = dk_{\infty l}/dN_B$ .

Задаваясь произвольным значением ядерной плотности бора, найдем коэффициент чувствительности  $b_l'$  для  $l$ -й зоны. Далее задача решается следующим образом. Для каждой зоны записывается уравнение реактора в однотрупповом приближении (см. п. 10.6.6). Предполагается, что  $M^2$  и  $k_{\infty l}/k_{\text{эф}}$  не зависят от концентрации бора. Последнее означает, что мы считаем неизменным распределение потока нейтронов по реактору. Такое предположение позволяет отношение  $k_{\infty l}/k_{\text{эф}}$  заменить  $k_{\infty l}^B$  при ядерной плотности бора, соответствующей  $k_{\text{эф}}=1$ . Искомую ядерную плотность бора  $N_B$  находят из решения определителя, порядок которого зависит от числа однородных зон  $L$ . Методика расчета эффективности выгорающих поглотителей и стержней управления изложена в гл. 9.

#### 10.6.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАМПАНИИ РЕАКТОРА (БЛОК 8)

В процессе выгорания топлива происходит перераспределение потока нейтронов по объему реактора, т. е. среднее значение потока нейтронов в  $l$ -й зоне  $\Phi_l$  изменяется во времени. При расчете выгорания рассмотрим изменение эффективного коэф-

фициента размножения  $\Delta k_{\text{эф}}^m$  за такой промежуток времени  $\Delta t_m$ , когда поток нейтронов меняется незначительно и его можно считать постоянным. При этом условии можно воспользоваться теорией возмущения (§ 9.4). Тогда

$$\Delta k_{\text{эф}}^m / k_{\text{эф}}^m = \left[ \sum_l (\Delta k_{\infty l}^m / k_{\infty l}^m) \bar{\Phi}_l^2 V_l \right] / \sum_l \bar{\Phi}_l^2 V_l. \quad (10.6.30)$$

Здесь  $k_{\text{эф}}^m$  — эффективный коэффициент размножения в момент времени  $t_m$ ;  $\Delta k_{\infty l}^m = k_{\infty l}^m - k_{\infty l}^{m+1}$  — изменение коэффициента размножения для  $l$ -й зоны за время  $\Delta t_m = t_{m+1} - t_m$ ;  $V_l$  — объем  $l$ -й зоны;  $\bar{\Phi}_l^2$  — среднее значение квадрата потока нейтронов в  $l$ -й зоне.

Обычно для определения кампании реактора достаточно рассмотреть два-три временных интервала. Рассмотрение проводится последовательно для  $m=0, 1, 2$  и т. д. Расчет  $\Delta k_{\text{эф}}^m = k_{\text{эф}}^m - k_{\text{эф}}^{m+1}$  сводится к нахождению значений коэффициентов размножений  $k_{\infty l}^{m+1}$ , соответствующих нуклидному составу топлива в момент времени  $t_{m+1}$ . Методика расчета нуклидного состава топлива изложена в § 9.3.

#### 10.6.9. ОЦЕНОЧНЫЙ РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА РАЗМНОЖЕНИЯ $k_{\infty}$

В заключение рассмотрим один из возможных оценочных расчетов коэффициента размножения  $k_{\infty}$  для случая, когда вклад в размножение резонансных нейтронов невелик и обусловлен преимущественно надтепловыми нейтронами (§ 7.2). Примем схему последовательного поглощения нейтронов на резонансах воспроизводящего ( $1 - \varphi_8^{\text{нт}}$ ) и делящегося ( $1 - \varphi_5^{\text{нт}}$ ) нуклидов, а также будем учитывать поглощение в оболочке твэла ( $1 - \varphi_{06}$ ). При этих условиях формула (7.2.19) преобразуется к следующему виду:

$$k_{\infty} = k_{\infty}^T + k_{\infty}^{\text{нт}}, \quad (10.6.31)$$

где

$$k_{\infty}^T = \mu^{\text{нт}} \varphi_5^{\text{нт}} \varphi_8^{\text{нт}} \varphi_{06}^{\text{нт}} \varphi_{\text{эф}}^{\text{нт}} \nu_{\text{эф}}^T; \quad (10.6.32)$$

$$k_{\infty}^{\text{нт}} = \mu^{\text{нт}} \varphi_8^{\text{нт}} (1 - \varphi_5^{\text{нт}}) \varphi_{06}^{\text{нт}} \nu_{\text{эф}}^{\text{нт}^5}. \quad (10.6.33)$$

По формуле (10.6.31) был рассчитан коэффициент размножения уран-водных решеток для холодного, горячего неотравленного и горячего отравленного состояний. Обогащение топлива изменялось от 1,6 до 4,4 %. В расчетах не учитывалась разница между значениями  $\mu^{\text{нт}}$ ,  $\varphi^{\text{нт}}$  и  $\mu^T$ ,  $\varphi^T$  соответственно. Поэтому коэффициент размножения на быстрых нейтронах  $\mu$  вычислялся по формуле (см. § 8.4)

$$\mu = 1 + \frac{\chi (v_f^8 \Sigma_{f0}^8 - \Sigma_{a0})}{\Sigma_0 / \bar{Q}_{\infty} - (\Sigma_{s0} + \chi v_f^8 \Sigma_{f0}^8)}, \quad (10.6.34)$$

а вероятность избежать резонансного поглощения в воспроизводящем нуклиде  $\phi_8^{nt}$  — через эффективный резонансный интеграл (8.5.34) по выражению (8.5.1). Величины  $\phi_5^{nt}$  и  $\phi_{06}^{nt}$  рассчитывались через соответствующие истинные интегралы поглощения  $I_{a\infty}$ , значения которых представлены в приложениях I и II. Величина  $v_{\phi}^{nt}$  для  $^{235}\text{U}$  принята равной 1,59. Отношение средних по зонам потоков тепловых нейтронов определялось по методу АБГ (см. п. 8.6.4), сечения усреднялись методом Хонка (см. п. 8.6.6).

Полученные расчетные значения  $k_{\infty} - 1$  сравнивались со значениями этой разности, рассчитанными по четырехгрупповой программе УНИРАСОС. Разница, как правило, не превышала 10 %. Это позволяет рекомендовать формулу (10.6.31) для оценочных расчетов коэффициента размножения  $k_{\infty}$  в уран-водных решетках.

## § 10.7. Тенденции развития реакторов ВВЭР

Энергетические реакторы с водой под давлением прошли в своем развитии несколько этапов. Введенные в эксплуатацию в конце 50-х — начале 60-х годов ВВЭР имели небольшую мощность [150—200 МВт (эл.)] (рис. 10.15) и, как видно из табл. 10.5, по своей конструкции и выбранным параметрам сильно отличались друг от друга. В то же время еще не был накоплен опыт эксплуатации, позволяющий судить о целесообразности принятия тех или иных инженерных решений. Поэтому это были реакторы-прототипы, а не серийные.

Отсутствие опыта эксплуатации, а также физического профилирования и борного регулирования приводило к большим коэффициентам запаса до кризиса теплообмена и неравномерностям энерговыделения по активной зоне. Компенсация избыточной реактивности осуществлялась органами СУЗ, которые сильно искажали нейтронное поле, увеличивая тем самым неравномерность энерговыделения. Поэтому средние значения энергонапряженности твэлов были далеки от максимально возможных. Отсутствие опыта эксплуатации и уровень развития технологии изготовления твэлов не позволяли также допускать в реакторе большие глубины выгорания. В реакторах первого по-

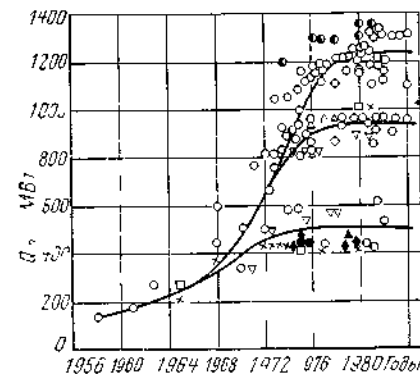


Рис. 10.15 Тенденции изменения мощности реакторов типа ВВЭР:  
х — СССР, о — США; □ — Италия; ▲ — Франция; ● — ФРГ; ▽ — Япония; ◆ — Болгария; ◆ — ГДР ▲ — ЧССР

коления глубина выгорания не превышала 10—12 МВт·сут/кг U.

В первых проектах ВВЭР КПД АЭС был сравнительно низким (~28 %), что определялось относительно низкими параметрами в первом (давление 10—12 МПа) и соответственно во втором (давление ~3 МПа) контурах. Выбор низкого рабочего давления теплоносителя в первом контуре ограничивался в основном достигнутым уровнем технологии производства, а также температурой оболочки твэла (недопустимость поверхностного кипения).

В дальнейшем основные показатели как реактора, так и АЭС улучшались (рис. 10.16). Увеличение давления в первом контуре до 15—16 МПа и уменьшение недогрева теплоносителя до температуры насыщения ( $\Delta t_s = 15 \div 25^\circ\text{C}$ ) позволили поднять давление пара во втором контуре до 5,5—6,5 МПа и, как следствие, увеличить  $\eta$  (КПД станции) до 32 %. Вследствие уменьшения  $\Delta t_s$  в сильно нагруженных кассетах на выходе из активной зоны имеет место кипение недогретой до температуры насыщения воды (поверхностное кипение), а в отдельных режимах даже объемное кипение. Изучение поведения твэлов в условиях поверхностного кипения подтвердило допустимость такого режима работы.

Отказ от «тяжелых» поглотителей типа крестов и нейтронных ловушек и переход на борное регулирование, как основной вид компенсации избыточной реактивности, и разветвленную систему мелких поглотителей либо перемещающихся по высоте активной зоны (кластеры), либо стационарных (выгорающие поглотители), а также применение физического профилирования позволили существенно уменьшить все виды неравномерности энерговыделения в реакторе и довести коэффициент неравномерности по объему активной зоны до 2,7—2,9.

Детальное изучение процессов, происходящих в реакторе, позволило уменьшить разницу между рабочими и предельно допустимыми значениями параметров. На первых этапах разработки реакторов коэффициент запаса до кризиса теплообмена  $k_3^*$  принимался по крайней мере равным 2,0. Необходимо отме-

\* Коэффициент запаса до кризиса  $k_3$  есть коэффициент, на который следует умножить мощность кассеты, чтобы с учетом всех видов неравномерности энерговыделения и факторов неопределенности основных параметров был достигнут кризис теплообмена, т. е.  $k_3 = N_{кр}/N_{макс}$ ,  $N_{кр}$  — критическая мощность кассеты;  $N_{макс}$  — максимальная мощность кассеты.

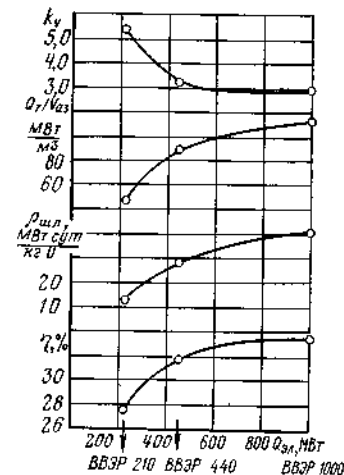


Рис. 10.16 Основные показатели отечественных АЭС с реакторами ВВЭР (кривые проведены по точкам)

Т а б л и ц а 10.5. Основные характеристики корпусных энергетических реакторов с водой под давлением (типа ВВЭР)

Характеристика	Название АЭС					
	«Янки Роуль», США	Нововоронежская (I блок), СССР	«Сан-Онофре», США	Нововоронежская (III блок), СССР	«Бардингтон», США	Нововоронежская (V блок), СССР
Мощность, МВт: тепловая	392	760	1425	1375	3085	3000
Электрическая	118	210	450	440	1000	1000
Электрическая мощность на одну петлю, МВт	29,5	35	150	110	250	250
Первоначальная загрузка урана (в пересчете на металлический уран), т	21	38	57	42	88	66
Среднее обогащение первой загрузки, %	2,0	1,6	2,2	2,5	2,8	2,5*—3,0
Максимальное проектное обогащение топлива в стационарном режиме перегрузок, %	3,4	2,0	3,8	3,3	3,3	3,3*—4,4
Средняя глубина выгорания в стационарном режиме работы, МВт сут/кг	7,8	13	20	28	30	26*—40
Средняя объемная энергонапряженность активной зоны, МВт/м <sup>3</sup>	52	46	72	83	93	111
Средняя массовая энергонапряженность топлива, кВт/кг	19	20	25	33	35	45

14\*

Температура воды на входе/выходе из реактора, °С	260/276	250/270	280/308	270/298	285/321	290/322
Подогрев воды в реакторе, °С	16	20	28	28	36	32
Давление в первом контуре, МПа	14	10	14,7	12,5	15,7	16
Средняя плотность теплового потока, МВт/м <sup>2</sup>	0,234	0,185	0,437	0,435	0,610	0,545
Максимальная плотность теплового потока, МВт/м <sup>2</sup>	1,22	1,25	1,46	1,47	1,75	1,58
Габариты корпуса высота × диаметр, м	7,8×3,2	11,1×3,8	11,3×4,1	11,8×3,84	12,9×4,4	10,85×4,29
Эквивалентный диаметр активной зоны, м	1,87	2,88	2,80	2,88	3,40	3,12
Высота активной зоны, м	2,27	2,50	3,05	2,50	3,65	3,55
Форма кассеты в плане	Квадратная	Шестиугольная	Квадратная	Шестиугольная	Квадратная	Шестиугольная
Размер кассеты «под ключ», мм	192	144	196	144	214	238
Число рабочих кассет	76	312	157	312	193	151
Число твзлов в кассете	304	90	180	126	204	317
Размеры оболочек твзлов (диаметр/толщина), мм	8,63/0,50	10,2/0,60	10,7/0,43	9,1/0,65	10,7/0,61	9,1/0,65

Примечание. Числа, помеченные \*, относятся к работе реактора в режиме двух перегрузок за кампанию.

419

## ВОДО-ВОДЯНЫЕ КИПАЮЩИЕ РЕАКТОРЫ

## § 11.1. Физические особенности

тить, что в расчетах запаса до критических тепловых нагрузок в реакторе большое значение имеет достоверность данных по  $q_{кр}$  в реальных условиях. Проведенные обширные эксперименты на реальных моделях, а также накопленный опыт эксплуатации позволили уменьшить значение  $k_s$  до 1,35—1,50 и тем самым заметно увеличить значение максимальной мощности кассеты.

В большинстве современных реакторов максимальное значение линейной плотности теплового потока  $q_{макс}$  составляет  $\sim 500$  Вт/см. При таком значении  $q_{макс}$  температура в центре твэла достигает 2300—2400 °С. Дальнейшее повышение линейной плотности теплового потока может привести к плавлению топлива в отдельных участках, что повлечет за собой резкое изменение его плотности по высоте и интенсивное выделение газообразных продуктов деления. Многими опытами показано, что твэлы могут длительное время работать с расплавленной центральной зоной при условии сохранения целостности керамического слоя, отделяющего расплавленную зону от циркониевой оболочки. Однако в настоящее время нет твердого мнения о возможности в реальных условиях допускать плавление топлива даже в отдельных твэлах.

Все перечисленные выше меры позволили повысить объемную мощность реактора от  $\sim 50$  до 110 МВт с 1 м<sup>3</sup> активной зоны и создать реакторы большой мощности, имеющие относительно небольшой корпус.

Современные реакторы с водой под давлением по мощности можно условно разделить на три группы (см. рис. 10.15): а) средней (500 МВт); б) повышенной (900 МВт); в) большой мощности (1200 МВт и выше). Мощность реактора влияет только на выбор числа циркуляционных петель, рабочих кассет и регулирующих стержней в активной зоне. Это позволяет полностью унифицировать технологическое оборудование АЭС и значительно сокращает расходы на ее проектирование и сооружение.

Необходимо отметить, что большую роль в увеличении мощности реактора сыграло также укрупнение основного технологического оборудования АЭС. Создание мощных парогенераторов, главных циркуляционных насосов, трубопроводов внутренним диаметром до 800—900 мм на давление до 16 МПа позволило даже уменьшить число петель первого контура по сравнению с реакторами первого поколения. Электрическая мощность, приходящаяся на одну петлю в современных реакторах, составляет 250—300 МВт. Поэтому в реакторах с электрической мощностью  $Q_{эл} = 500 \div 600$  МВт имеется, как правило, две петли, а в реакторах с  $Q_{эл} = 1000 \div 1300$  МВт — четыре.

В отличие от ВВЭР, в водо-водяных кипящих реакторах (ВК) теплоноситель прогревается до температуры насыщения уже на начальной, экономайзерной, части своего пути через активную зону; в остальной, большей части активной зоны происходит объемное кипение воды и на выход поступает пароводяная смесь с объемным паросодержанием до 75 %. Реакторы ВК (в англо-американской литературе BWR — Boiling Water Reactors) по конструкции, спектру нейтронов и материалам, используемым в активной зоне, мало отличаются от ВВЭР.

Возможны различные схемы АЭС с кипящими реакторами. В настоящее время практически все подобные АЭС работают по так называемому прямому циклу: пар из реактора, пройдя несколько ступеней сепарации, направляется непосредственно в турбину. Возможность создания таких АЭС и следует рассматривать как основное преимущество реакторов ВК по сравнению с ВВЭР. Отсутствие парогенератора существенно упрощает тепловую схему АЭС и уменьшает капитальные затраты. Основным недостатком АЭС, работающих по прямому циклу, — повышение уровня излучения в турбине и в основном технологическом оборудовании, что осложняет их эксплуатацию и ремонт.

Водо-водяные кипящие реакторы могут работать либо на естественной, либо на принудительной циркуляции теплоносителя. Наибольшее распространение в настоящее время получили вторые. В Советском Союзе в 1965 г. был пущен в опытно-промышленную эксплуатацию кипящий реактор на естественной циркуляции (ВК-50).

В табл. 11.1 приведены данные по кипящему реактору и реактору с водой под давлением электрической мощностью 1000 МВт каждый. Видно, что АЭС с реакторами этих двух типов имеют практически одинаковые значения КПД. Однако при этом давление в корпусе ВВЭР примерно в 2 раза выше, чем в корпусе реактора ВК. Более тесная решетка и несколько меньший диаметр твэлов позволяют при одном и том же значении максимальной и линейной плотности теплового потока  $q_{макс}$  получить в ВВЭР объемную энергонапряженность  $q_v$  примерно в 2 раза большую. Максимальная поверхностная плотность теплового потока на 20—30 % ниже в кипящих реакторах, что в основном объясняется меньшим давлением и наличием пара в этих реакторах.

Реакторы ВК, как и ВВЭР, имеют тесную решетку и поэтому им присущи в той или иной мере все физические особен-

Таблица 11.1. Сравнение основных параметров современных кипящих реакторов и водо-водяных энергетических реакторов электрической мощностью 1000 МВт (по американским данным)

Параметр	BWR	PWR
Тепловая мощность, МВт	3290	3100
Давление в реакторе, МПа	7,2	15,8
Параметры пара перед турбиной:		
давление, МПа	6,6	6,0
температура, °C	282	274
Водо-урановое отношение	2,5	1,8
Наружный диаметр корпуса реактора, м	6,7	4,8
Эквивалентный диаметр активной зоны, м	4,75	3,4
Высота активной зоны, м	3,6	3,6
Масса корпуса реактора, отн. ед.	1	0,6—0,7
Диаметр топливной таблетки, мм	12,1	9,3
Топливо	UO <sub>2</sub>	UO <sub>2</sub>
Обогащение топлива подпитки, %	2,5	3,5
Средняя глубина выгорания, МВт·сут/кг U	22	32
Средняя массовая энергонапряженность топлива, кВт/кг	22	35
Средняя объемная энергонапряженность активной зоны, МВт/м <sup>3</sup>	51	93
Максимальная линейная плотность твэла, Вт/см	600	595
Максимальная плотность теплового потока, МВт/м <sup>2</sup>	1,35	1,75
Коэффициент запаса до кризиса теплообмена	1,9	1,8
Коэффициент неравномерности по объему активной зоны	2,6—2,7	2,7—2,8
Стоимость установленного киловатта, долл./кВт (эл.)	290	320

ности реакторов с водой под давлением (см. § 10.1). Однако существуют эффекты, свойственные реакторам с кипением и играющие заметную роль только в этих реакторах.

В современных кипящих реакторах среднее по объему активной зоны истинное объемное паросодержание  $\phi_*$  составляет 30—40 %. Появление пара в активной зоне приводит к тому, что из нее вытесняется значительное количество замедлителя. Поскольку при работе реакторов ВВЭР и ВК отношение чисел атомов Н и U должно быть примерно одинаково, то оптимальное отношение количества ядер водорода и урана в холодном реакторе ВК больше, чем в реакторе без кипения. Типичное значение отношения объемов воды и топлива в реакторах ВК составляет около 2,5.

В кипящих реакторах, где теплоноситель одновременно является и замедлителем, условия диффузии, замедления и размножения нейтронов существенно меняются по ходу теплоносителя. Вследствие этого наиболее важной с точки зрения нейтронной физики особенностью реакторов ВК следует считать

сильную зависимость формы аксиальной компоненты нейтронного потока от мощности, обусловленную значительным изменением по высоте плотности замедлителя. Вода в активную зону обычно поступает недогретой до температуры насыщения всего лишь на 10—15 °C, и кипение начинается близко от входа в активную зону (рис. 11.1, кривая 2). Замещение воды паром приводит к уменьшению замедляющей способности пароводяной смеси ( $\xi \Sigma_s^{см}$ ), а, следовательно, и плотности замедления  $j$ . Поскольку изменение потока тепловых нейтронов  $\Phi_T$  практически полностью обусловлено изменением величины  $j$ , то максимальное значение  $\Phi_T$  достигается в нижней части активной зоны (рис. 11.1, кривая 1), а не в центре, как это имеет место в реакторах без кипения. Далее, по мере увеличения количества пара плотность замедления  $j$  (а, следовательно, и поток нейтронов  $\Phi_T$ ) уменьшается, что приводит к значительному снижению скорости генерации пара. Тесная связь между нейтронно-физическими и теплофизическими параметрами существенно усложняет проведение расчетов кипящих реакторов.

Значительное изменение нейтронно-физических свойств по высоте реактора вызывает существенную неравномерность энерговыделения в аксиальном направлении: коэффициент неравномерности  $K_z$  в кипящих реакторах без применения специальных мер по выравниванию оказывается значительно выше ( $K_z > 2,0$ ), чем в реакторах без кипения ( $K_z \approx 1,5$ ). В то же время распределение потока тепловых нейтронов по радиусу реактора несколько улучшается: более нагруженным центральным кассетам соответствует большее паросодержание и, следовательно, меньший поток тепловых нейтронов, что приводит к некоторому выравниванию энерговыделения (коэффициент неравномерности  $K_r$  уменьшается на 10—15 %).

Существенная аксиальная неравномерность потока нейтронов вызывает появление также особых, присущих в наибольшей степени кипящему реактору, эффектов:

1) увеличение скорости накопления плутония в областях с высоким паросодержанием. Этому способствует более жесткий спектр нейтронов и уменьшение вероятности избежать резонансного поглощения вследствие уменьшения количества замедлителя. По мере выгорания основного делящегося нуклида накапливающийся плутоний принимает все большее участие в реакции деления;

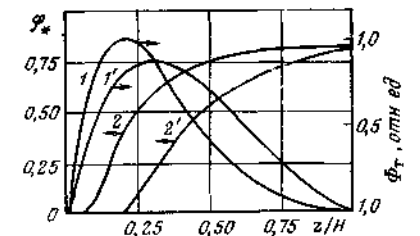


Рис. 11.1. Распределение потока тепловых нейтронов  $\Phi_T$  и истинного объемного паросодержания  $\phi_*$  по высоте кипящего реактора в начале (1 и 2) и в конце (1' и 2') кампании

2) уплощение в процессе работы реактора распределения потока нейтронов по высоте реактора. Это уплощение приводит к уменьшению эффекта отравления (при постоянной мощности) благодаря уменьшению максимального потока тепловых нейтронов (рис. 11.1, кривые  $I$  и  $I'$ ) и среднего по объему реактора паросодержания (это видно из сравнения кривых 2 и 2', рис. 11.1), в результате чего при постоянных мощности и паросодержании на выходе уменьшается паровой эффект реактивности.

Некоторые из этих эффектов имеют место и в реакторах с косинусоидальным распределением потока нейтронов по высоте. Однако в этом случае они проявляются весьма слабо. В кипящих реакторах с невыравненным по высоте потоком нейтронов ( $K_{\infty} \geq 2$ ) все эффекты достаточно значительны и приводят к некоторому увеличению кампании реактора.

Одной из существенных особенностей реакторов ВК является зависимость реактивности от количества пара в реакторе. Для выяснения этой зависимости используем понятие парового коэффициента реактивности  $\partial\rho/\partial\varphi_*$  (см. п. 9.2.4). Устойчивость работы реактора в первую очередь определяется знаком этого коэффициента. При положительных значениях парового коэффициента реактивности работа кипящего реактора была бы неустойчивой, что и определяет выбор рабочего интервала значений  $\omega = V_1/V_0$ .

Напомним, от чего зависит значение  $\partial\rho/\partial\varphi_*$ . Уменьшение (или увеличение) паросодержания в активной зоне приводит к изменению практически всех параметров, определяющих размножающие свойства среды. Главную роль здесь играют вероятность избежать резонансного поглощения  $\varphi$  и коэффициент использования тепловых нейтронов  $\theta$ . При увеличении паросодержания плотность замедлителя уменьшается, в результате чего  $\theta$  увеличивается, а  $\varphi$  уменьшается (п. 9.2.3), причем в области малых значений водо-уранового отношения решающим оказывается изменение  $\varphi$ , в области больших — изменение  $\theta$ .

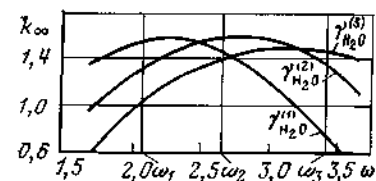


Рис 11.2 Зависимость коэффициента размножения  $k_\infty$  от водо-уранового отношения  $\omega$  при различных плотностях замедлителя ( $\gamma_{H_2O}^{(1)} > \gamma_{H_2O}^{(2)} > \gamma_{H_2O}^{(3)}$ )

Зависимость коэффициента размножения  $k_\infty$  от  $\omega$  при различных плотностях замедлителя представлена на рис. 11.2. В относительно тесных решетках (при  $\omega_1$ ) уменьшение плотности воды приводит к уменьшению коэффициента размножения  $k_\infty$ , а в относительно разреженных — наоборот. Поскольку зависимость  $k_{\infty\varphi}$  от  $\omega$  имеет практически тот же характер, что и  $k_\infty = f(\omega)$  (учет утечки нейтронов лишь несколько сдвигает

максимум в область меньших значений  $\omega$ ), то при малых  $\omega$   $\partial\rho/\partial\varphi_* < 0$ , а при больших —  $\partial\rho/\partial\varphi_* > 0$ .

Возможные неустойчивости кипящего реактора различаются как по причинам, их вызывающим, так и по характеру протекания. Одна из важнейших — так называемая резонансная неустойчивость. Она возникает в основном вследствие того, что перенос тепла от твэла к теплоносителю происходит не мгновенно, а в течение некоторого конечного промежутка времени, зависящего от теплофизических свойств материалов активной зоны и скорости теплоносителя. Поэтому между моментом изменения нейтронного потока и моментом вызванного им изменения плотности замедлителя, воздействующей на реактивность (паровой коэффициент реактивности), существует запаздывание, которое при определенных условиях в конечном счете и приводит к возникновению незатухающих колебаний.

## § 11.2. Конструкционные особенности

Образующаяся в реакторе пароводяная смесь поступает либо в сборную камеру (в реакторе с принудительной циркуляцией), либо в тяговый участок (в реакторе с естественной циркуляцией). В дальнейшем пар отделяется от воды (сепарируется), после чего пар направляется в турбину, а вода — либо в контур принудительной циркуляции, либо в опускной участок, где смешивается с питательной водой и поступает на вход активной зоны. Необходимо отметить, что сепарационные устройства, обычно ограниченных габаритов (они, как правило, расположены в верхней части корпуса реактора), должны обеспечить влажность пара на выходе из реактора не больше 0,1 %. Такое жесткое требование вызывается главным образом необходимостью снижения уровня радиоактивного излучения в контуре АЭС.

Давление теплоносителя в кипящих реакторах ( $\sim 7$  МПа) существенно ниже, чем в реакторах без кипения. При росте давления насыщенного пара реактора выше 7 МПа КПД АЭС увеличивается, однако все более замедленно (рис. 11.3); в то же время снижаются критические тепловые нагрузки (рис. 11.4) и растет стоимость контура.

В итоге целесообразными оказываются значения давления  $\sim 7$  МПа.

В кипящих реакторах (в отличие от реакторов ВВЭР) компенсация избыточной реактивности производится только с помощью механической системы и выгорающего поглотителя, расположенного в поглощающих элементах (пэлах). Доля объема активной зоны, предназначенной для компенсирующих и регулирующих стержней, составляет здесь около 15 % (против  $\sim 7$  % в ВВЭР). Это приводит к относительному уменьшению теплопередающей поверхности твэлов и увеличению локальных

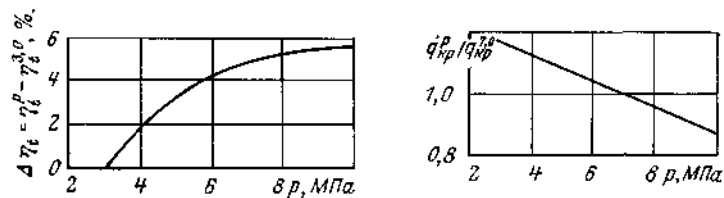


Рис. 11.3. Зависимость прироста КПД от начального давления в реакторе ( $\eta_i^{3.0}$  — КПД при давлении  $p = 3,0$  МПа;  $\eta_i^p$  — КПД при давлении  $p$ )

Рис. 11.4. Относительное изменение критической плотности теплового потока в зависимости от давления ( $q_{kp}^{7.0}$  — значение критической плотности теплового потока при давлении  $p = 7,0$  МПа;  $q_{kp}^p$  — то же при давлении  $p$ )

коэффициентов неравномерности, т. е. к уменьшению среднего по активной зоне объемного энерговыделения.

Борное регулирование из-за хорошей растворимости бора и его соединений в паре, а следовательно, и выноса из реактора бора не может применяться при нормальной эксплуатации реактора. Бор вводится в теплоноситель только в аварийных ситуациях и при перегрузках топлива. Отсутствие борного регулирования для компенсации медленных изменений реактивности не позволяет иметь в реакторах ВК большие начальные избыточные реактивности. Поэтому топливо подпитки имеет обогащение несколько ниже ( $\sim 2,5\%$ ), чем в реакторах ВВЭР (4—5 %).

В американских кипящих реакторах компенсация избыточной реактивности в большинстве случаев осуществляется межкассетными поглотителями, выполненными в виде креста. В проектах советских кипящих реакторов в качестве возможного варианта рассматриваются как межкассетные поглотители, так и поглотители типа «нейтронной ловушки», описанные в гл. 10. Приводы компенсирующих и регулирующих органов в большинстве случаев расположены снизу. При вводе стержней снизу значительно повышается их эффективность, поскольку максимум потока тепловых нейтронов смещен в нижнюю часть активной зоны (см. рис. 11.1). Кроме того, такая конструкция ввода более удобна при перегрузках топлива и освобождает верхнюю часть корпуса реактора от приводов СУЗ, позволяя тем самым организовать здесь сепарацию пара.

В кипящий реактор в начальный период его работы, как и в реакторах ВВЭР, загружается топливо различного обогащения (как правило, от 1,5 до 2,5 %). В дальнейшем используется только топливо максимального обогащения (подпитка). Реактор перегружается с периодом около одного года. Свежее топливо (как и в реакторах типа ВВЭР) загружается по периферии активной зоны, выгоревшее — извлекается из центра. Кампания топлива составляет три года.

### § 11.3. Возможные способы уменьшения неравномерности энерговыделения по объему активной зоны

Вначале рассмотрим возможные способы уменьшения неравномерностей энерговыделения по высоте активной зоны. Существует несколько способов решения данной задачи — физических, конструктивных и эксплуатационных. Из физических обычно используется неравномерное распределение по высоте выгорающего поглотителя либо делящегося нуклида. Из конструктивных способов отметим следующие:

- а) введение регулирующих стержней снизу и расположение их в области максимальной плотности тепловых нейтронов;
- б) изменение соотношения топливо — замедлитель в пользу последнего в верхней части активной зоны, где велико паросодержание.

Наиболее простой из эксплуатационных способов — переворачивание кассет во время очередной перегрузки топлива.

Одним из перспективных методов профилирования энерговыделения в кипящих реакторах является профилирование поглощением. Метод состоит в том, что в области наибольших значений потока тепловых нейтронов располагается выгорающий поглотитель. При этом ухудшаются размножающие свойства среды, что приводит к перераспределению плотности нейтронов и энерговыделения: максимум энерговыделения смещается вверх и уменьшается по абсолютному значению. Естественно, что при этом аксиальный коэффициент неравномерности уменьшается. Выбирая необходимое число поглощающих стержней с профилированным по высоте расположением поглотителя и распределяя их соответствующим образом по активной зоне, можно существенно уменьшить аксиальную неравномерность энерговыделения в кипящем реакторе. Обычно в качестве поглощающего материала используется природный бор в циркониевой матрице.

Профилировать энерговыделение можно также, устанавливая в кассетах некоторое количество укороченных твэлов. В этом случае при большем значении водо-уранового отношения в верхней части рабочей кассеты улучшаются размножающие свойства, а значит, уменьшается неравномерность энерговыделения. При таком способе необходимо добиваться более равномерного разрежения решетки по высоте, чтобы уменьшить по возможности всплески потока нейтронов вблизи границы резкого изменения свойств среды. В качестве недостатков способа профилирования разрежением можно указать следующие: уменьшаются топливная загрузка активной зоны и поверхность теплоотдачи; разрежение решетки приводит к уменьшению коэффициента воспроизводства, а следовательно, и к более быстрому уменьшению реактивности во времени; использование твэлов различной длины увеличивает стоимость их производства и исключает воз-



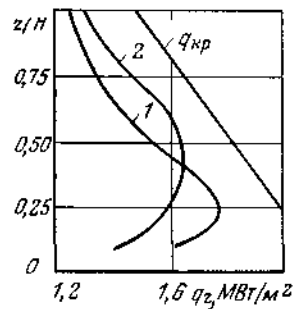


Рис. 11.5 Изменения критической плотности теплового потока  $q_{кр}$  и плотности энерговыделения  $q_z$  по высоте реактора для невыравненного (1) и выравненного (2) потока нейтронов

возможность переворачивания кассет при частичных перегрузках.

Таким образом, первый способ профилирования (поглощением) позволяет более эффективно, нежели второй (изменением поверхности твэлов), осуществить выравнивание энерговыделения. Поскольку критическая плотность теплового потока снижается с ростом паросодержания, то уменьшать неравномерность энерговыделения по высоте имеет смысл лишь до некоторого предела. В результате увеличения плотности теплового потока в верхней части активной зоны вследствие выравнивания может уменьшиться запас до кризиса теплообмена  $K_3$  (кривая 2 на рис. 11.5) по сравнению с невыравненной активной зоной (кривая 1). Оптимальное значение  $K_3$ , до которого можно уплотнять распределение энерговыделе-

ния, зависит от ряда факторов, таких как паросодержание на выходе, удельная мощность, массовый расход и т. п.; в среднем эта величина должна быть не менее 1,5—1,7.

В кипящих реакторах с невыравненным распределением энерговыделения коэффициент неравномерности по радиусу  $K_r$  несколько ниже, чем в реакторах ВВЭР (см. § 11.1). Выбор специального закона извлечения поглощающих стержней СУЗ, при котором большую часть кампании реактора они находятся в центральной части активной зоны, и применение схемы движения кассет по радиусу активной зоны по тому же закону, что и в ВВЭР (движение от периферии к центру с рассеянием), позволяют получить значение  $K_r \approx 1,15 \div 1,25$ . Остальные коэффициенты неравномерности в кипящих реакторах и способы их уменьшения остаются практически такими же, как и рассмотренные в § 10.4.

В целом можно отметить, что в современных реакторах ВК и ВВЭР значения  $K_V$  примерно одинаковы (см. табл. 11.1)

#### § 11.4. Физический расчет

Физический расчет кипящего реактора отличается от расчета ВВЭР. Это объясняется следующим. Как уже отмечалось, образование пара в активной зоне кипящего реактора вызывает значительные изменения коэффициента размножения  $k_\infty$  и площади миграции по высоте. Эти величины меняются настолько существенно, что материальный параметр  $\kappa^2$ , как правило, для верхней части активной зоны становится отрицательным.

В условиях тесной взаимосвязи размножающих свойств и паросодержания (плотности замедлителя) задача отыскания эффективного коэффициента размножения и распределения энерговыделения по высоте реактора становится настолько сложной, что ее детальное решение даже в малогрупповом приближении возможно только с помощью ЭВМ. Задачу о критических размерах — определение  $k_{эф}$  и распределение потока тепловых нейтронов по высоте при заданных размерах реактора — можно решить, используя приближенные и достаточно простые методы. Рассмотрим один из них, пригодный для оценочных расчетов.

Будем считать, что рассматривается реактор без отражателя и справедливо однокрупное приближение. Тогда объемное энерговыделение  $q$ , пропорциональное потоку нейтронов, есть решение уравнения (см. п. 7.4.3)

$$\Delta q(r, z) + \kappa^2(r, z) q(r, z) = 0, \quad (11.4.1)$$

где

$$\kappa^2(r, z) = \frac{k_\infty(r, z)/k_{эф} - 1}{M^2(r, z)} \quad (11.4.2)$$

— материальный параметр (7.4.38).

Предположим, что расход теплоносителя  $G$  спрофилирован по радиусу так, что

$$q(r)/G(r) = \text{const} \quad (11.4.3)$$

(такое профилирование обычно имеет место в реакторах с принудительной циркуляцией). При этих условиях переменные  $r$  и  $z$  в уравнении (11.4.1) разделяются, т. е.  $q(r, z) = q_r q_z$ , и

$$\Delta q_r + \kappa_r^2 q_r = 0; \quad (11.4.4)$$

$$\Delta q_z + \kappa_z^2 q_z = 0. \quad (11.4.5)$$

Значение  $\kappa_r^2 = B_r^2$  здесь заранее известно, если заданы радиус и эффективная добавка  $\delta_r$ , а

$$\kappa_z^2 = \kappa^2 - B_r^2. \quad (11.4.6)$$

Таким образом, чтобы найти распределения материального параметра  $\kappa^2(r, z)$  и энерговыделения по высоте  $q_z$ , надо знать зависимость  $\kappa_z^2$  от  $z$ . Предположим, что высотная часть материального параметра линейно зависит от удельной энтальпии теплоносителя  $h$ , т. е.

$$\kappa_z^2 = a - bh, \quad (11.4.7)$$

где  $a$  и  $b$  — коэффициенты, которые следует определять для каждого реактора. Как показали точные расчеты, такая зависимость является достаточно хорошим приближением к реальности (рис. 11.6).

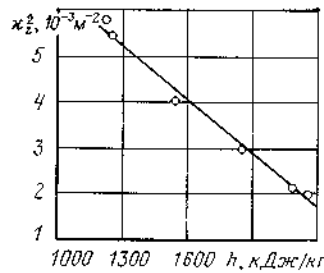


Рис. 11.6. Зависимость аксальной составляющей материального параметра  $\kappa_z^2$  от удельной энтальпии теплоносителя  $h$  (прямая проведена через расчетные точки)

В уравнении (11.4.5) от независимой переменной  $z$  перейдем к новой переменной  $h$ . Для этого воспользуемся уравнением теплового баланса

$$\frac{dh}{dz} = q(r, z)/G(r) \quad (11.4.8)$$

и используем предположение (11.4.3) о профилировании расхода теплоносителя. Выберем нормировку таким образом, чтобы

$$dh/dz = q_z; \quad (11.4.9)$$

тогда

$$\frac{d}{dz} = \frac{dh}{dz} \frac{d}{dh} = q_z \frac{d}{dh},$$

и уравнение (11.4.5) принимает вид

$$\frac{d^2}{dh^2} \cdot \frac{q_z^2(h)}{2} + \kappa_z^2(h) = 0. \quad (11.4.10)$$

После двукратного интегрирования имеем:

$$\frac{q_z^2(h)}{2} = \frac{h - h_{\text{вх}}}{h_{\text{вых}} - h_{\text{вх}}} \int_{h_{\text{вх}}}^{h_{\text{вых}}} dh' \int_{h_{\text{вх}}}^{h'} \kappa_z^2(h'') dh'' - \int_{h_{\text{вх}}}^h dh' \int_{h_{\text{вх}}}^{h'} \kappa_z^2(h'') dh'', \quad (11.4.11)$$

где  $h_{\text{вх}}$  и  $h_{\text{вых}}$  — значения удельной энтальпии на входе и выходе из активной зоны соответственно. Используя зависимость (11.4.7), получаем:

$$q_z(h) = \sqrt{\left[ \frac{b}{3} (h - h_{\text{вх}}) (h - h_{\text{вых}}) \right] \left[ h - \left( \frac{3a}{b} - h_{\text{вх}} - h_{\text{вых}} \right) \right]}. \quad (11.4.12)$$

Для расчета  $q_z(h)$  необходимо знать коэффициенты  $a$  и  $b$ . Их можно определить, если известны значения  $\kappa_z^2$  при любых двух значениях  $z$ . Обычно известны параметры теплоносителя при  $z=0$  и  $z=H_3$  ( $H_3$  — экстраполированная высота активной зоны), поэтому удобно использовать  $\kappa_{z \text{ вх}}^2$  и  $\kappa_{z \text{ вых}}^2$ . Тогда

$$a = \left( \frac{h_{\text{вых}} + h_{\text{вх}}}{h_{\text{вых}} - h_{\text{вх}}} \right) \left( \frac{k_{\infty}^{\text{вх}}/k_{\text{эф}} - 1}{M_{\text{вх}}^2} \right) - \left( \frac{h_{\text{вх}}}{h_{\text{вых}} - h_{\text{вх}}} \right) \times \\ \times \left[ \frac{k_{\infty}^{\text{вых}}/k_{\text{эф}} - 1}{M_{\text{вых}}^2} + \frac{k_{\infty}^{\text{вх}}/k_{\text{эф}} - 1}{M_{\text{вх}}^2} \right] - B_r^2; \quad (11.4.13)$$

$$b = \left( \frac{k_{\infty}^{\text{вх}}/k_{\text{эф}} - 1}{M_{\text{вх}}^2} \right) \left( \frac{1}{h_{\text{вых}} - h_{\text{вх}}} \right) - \left( \frac{k_{\infty}^{\text{вых}}/k_{\text{эф}} - 1}{M_{\text{вых}}^2} \right) \left( \frac{1}{h_{\text{вых}} - h_{\text{вх}}} \right). \quad (11.4.14)$$

Значения  $k_{\infty}$  и  $M^2$  на входе в активную зону и на выходе из нее вычисляются по формулам, рассмотренным в § 10.6.

Значение эффективного коэффициента размножения определяется следующим образом. Уравнение (11.4.9) можно переписать так:

$$H_3 = \int_{h_{\text{вх}}}^{h_{\text{вых}}} \frac{dh'}{q_z(h')} = \\ = \int_{h_{\text{вх}}}^{h_{\text{вых}}} \frac{dh'}{\sqrt{\frac{b}{3} (h' - h_{\text{вх}}) (h' - h_{\text{вых}}) \left[ h' - \left( \frac{3a}{b} - h_{\text{вх}} - h_{\text{вых}} \right) \right]}}. \quad (11.4.15)$$

После некоторых преобразований последний интеграл сводится к эллиптическому:

$$H_3 = \frac{2}{\sqrt{\frac{\psi b}{3}}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}. \quad (11.4.16)$$

Здесь

$$\psi = \frac{3a}{b} - 2h_{\text{вх}} - h_{\text{вых}};$$

$$k^2 = \frac{h_{\text{вых}} - h_{\text{вх}}}{\frac{3a}{b} - 2h_{\text{вх}} - h_{\text{вых}}}.$$

В уравнении (11.4.16) неизвестен лишь эффективный коэффициент размножения, и его можно решить либо методом последовательных приближений, либо графически.

После отыскания  $k_{\text{эф}}$  перейдем к вычислению зависимости энерговыделения  $q_r$  от энтальпии  $h$ . Чтобы найти  $q_z = f(z)$ , используем соотношение (11.4.9), связывающее энтальпию с координатой  $z$ :

$$z(h) = \int_{h_{\text{вх}}}^h \frac{dh'}{q_z(h')} = \\ = \int_{h_{\text{вх}}}^h \frac{dh'}{\sqrt{\left( \frac{b}{3} \right) (h' - h_{\text{вх}}) (h' - h_{\text{вых}}) \left[ h' - \left( \frac{3a}{b} - h_{\text{вх}} - h_{\text{вых}} \right) \right]}}. \quad (11.4.17)$$

Интеграл в (11.4.17) с помощью подстановки Эйлера

$$t^2 = (h' - h_{\text{вх}})/(h_{\text{вых}} - h_{\text{вх}})$$

сводится к эллиптическому интегралу первого рода  $F(\varphi, \theta)$ . Окончательно имеем:

$$z(h) = \frac{2D}{\sqrt{p-c}} \int_0^{\varphi} \frac{d\alpha}{\sqrt{1-m^2 \sin^2 \alpha}} = \frac{2D}{\sqrt{p-c}} F(\varphi, \theta), \quad (11.4.18)$$

где

$$D = \sqrt{\frac{3}{b}}; \quad p = \frac{3a}{b} - h_{\text{вх}} - h_{\text{вых}}; \quad \alpha = \arcsin t;$$

$$m = \sqrt{(d-c)/(p-c)};$$

$$\varphi = \arcsin \sqrt{(h - h_{\text{вх}})/(h_{\text{вых}} - h_{\text{вх}})}; \quad \theta = \arcsin m.$$

$$c = h_{\text{вх}}; \quad d = h_{\text{вых}}.$$

Зная зависимости  $q_z = f_1(h)$  и  $z = f_2(h)$ , можно найти искомое распределение энерговыделения (соответственно и потока тепловых нейтронов) по высоте реактора  $q_z(z)$ .

Для учета влияния отражателя поступим следующим образом. Заменим реальный реактор реактором без отражателя высотой  $H + \delta_0 + \delta_1$ , т. е. действие нижнего торцевого отражателя учтем введением эффективной добавки  $\delta_0$ , верхнего —  $\delta_1$ . В таком реакторе  $h'_{\text{вх}} < h_{\text{вх}}$  и  $h'_{\text{вых}} > h_{\text{вых}}$  (значения  $h_{\text{вх}}$  и  $h_{\text{вых}}$  относятся к реактору высотой  $H$ ). Будем считать, что распределение энерговыделения описывается соотношением (11.4.12), в котором величины  $h_{\text{вх}}$ ,  $h_{\text{вых}}$ ,  $a$ ,  $b$  снабжены штрихом, причем  $h'_{\text{вх}}$  и  $h'_{\text{вых}}$  — некие фиктивные значения энтальпии, определяемые приближенно следующим образом:

$$h'_{\text{вх}} = h_{\text{вх}} - \frac{\int_0^{\delta_0} q_z(z) dz}{\int_0^H q_z(z) dz} \overline{\Delta h}; \quad (11.4.19)$$

$$h'_{\text{вых}} = h_{\text{вых}} + \frac{H - \delta_1}{H} \frac{\int_0^H q_z(z) dz}{\int_0^H q_z(z) dz} \overline{\Delta h}; \quad (11.4.20)$$

$q_z(z)$  — распределение энерговыделения по высоте реактора, полученное при решении задачи без учета отражателя;  $\overline{\Delta h}$  — среднее изменение удельной энтальпии по активной зоне;  $a'$  и  $b'$  — величины, определяемые по формулам (11.4.13) и (11.4.14) с заменой  $h_{\text{вх}}$  на  $h'_{\text{вх}}$  и  $h_{\text{вых}}$  на  $h'_{\text{вых}}$ .

Таким образом, расчет проводится в два этапа. На первом вычисляется распределение энерговыделения без учета отражателя, на втором вводится поправка на отражатель. Эффективная добавка  $\delta$  может быть определена по следующей аппроксимирующей формуле:

$$\delta = 4,3 \left( 1,4 + 0,4 \frac{V_0}{V_1} \right) \frac{1}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}}. \quad (11.4.21)$$

После того как найдено распределение энерговыделения  $q_z(z)$ , проводится гидродинамический расчет реактора, из которого определяются распределение количества пара и перепад давления  $\Delta p$  по высоте активной зоны.

Кампания реактора рассчитывается по методике, аналогичной той, которая изложена в п. 10.6.8, а органы СУЗ — по методике, изложенной в п. 9.5.3.

## § 11.5. Тенденции развития кипящих реакторов

Современные кипящие реакторы существенно отличаются от реакторов первого поколения, созданных в середине 60-х годов. Как видно из табл. 11.2, эти различия касаются не только мощности реактора. Реакторы первого поколения имели низкое объемное энерговыделение и низкую энергонапряженность топлива, что обуславливалось большими коэффициентами неравномерности по объему активной зоны и большим запасом до кризиса теплообмена. Отсутствие опыта эксплуатации не позволяло иметь в активной зоне большое количество пара. Объемное паросодержание на выходе из реактора не превышало 30—35 %. Избыточная реактивность компенсировалась только с помощью стержней СУЗ, поэтому обогащение топлива выбиралось небольшим (~1,5 %). Соответственно глубина выгорания составляла 10—12 МВт·сут/кг U.

Накопленный опыт эксплуатации кипящих реакторов показал, что они устойчивы и надежны в эксплуатации даже при относительно высоких паросодержаниях в активной зоне. Загрязнения, вызванные переносом радиоактивных веществ по тракту теплоносителя, в основном определяются короткоживущими нуклидами и могут быть уменьшены соответствующим выбором материалов, водного режима и схемы сепарации.

Быстрое развитие кипящих реакторов привело к значительному улучшению основных показателей современных реакторов по сравнению с реакторами, сооружавшимися 10—15 лет назад (табл. 11.2). Совершенствование кипящих реакторов осуществлялось по следующим основным направлениям: создание высокoeffективных внутрикорпусных сепараторов; увеличение объемного энерговыделения, и, как следствие этого, повышение мощности реактора; увеличение глубины выгорания топлива. Созданные высокoeffективные сепараторы грубой и тонкой

Таблица 11.2. Параметры кипящих реакторов (по данным США)

Параметры	Год ввода АЭС в эксплуатацию		
	1960 г.	1970 г.	В настоящее время
Электрическая мощность реактора, МВт	180	800	1100—1300
Наличие парогенератора	Есть	Нет	Нет
Вид сепарации	Вне корпуса реактора	Внутри корпуса реактора	
Мощность, приходящаяся на одну петлю, МВт	45	400	550—600
Средняя массовая энергонапряженность топлива, кВт/кг	11,5	14	22
Средняя объемная энергонапряженность активной зоны, МВт/м <sup>3</sup>	29	40	52
Коэффициент неравномерности по объему активной зоны	3,6	3,0	2,6
Коэффициент запаса до кризиса теплообмена	3,2	2,5	1,9
Средняя глубина выгорания топлива, МВт·сут/кг U	11	19	22
Среднее объемное паросодержание на выходе из активной зоны, %	30—35	40—45	60—70
Обогащение топлива подпитки, %	1,5	2,1	2,4
Наличие выгорающих поглотителей	Нет	Есть	Есть
Температура питательной воды, °C	135—145	165—175	190—210

очистки пара от влаги позволили организовать сепарацию пара внутри корпуса реактора и отказаться от внешних громоздких барабан-сепараторов, что привело к упрощению технологической схемы АЭС и снижению капитальных затрат.

Организация профилирования энерговыделения по объему активной зоны, применение относительно мелких поглотителей, накопление экспериментальных данных по критическим тепловым нагрузкам, полученных в условиях, максимально приближенных к реальным, а также длительный опыт эксплуатации реакторов ВК позволили (как и в случаях реакторов ВВЭР) уменьшить коэффициенты неравномерности и запаса до кризиса теплообмена и соответственно увеличить объемное энерговыделение до 50—55 МВт на 1 м<sup>3</sup> активной зоны. Длительный опыт эксплуатации реакторов ВК позволил увеличить паросодержание на выходе из активной зоны  $\phi_{\text{вых}}$ . В современных реакторах  $\phi_{\text{вых}}$  составляет 60—70 %. Можно предполагать, что дальнейшее повышение паросодержания возможно, например, в том случае, если на твэлах будут установлены специальные устройства, отбрасывающие жидкость из ядра потока теплоносителя на тепловыделяющую поверхность, что приведет к увеличению значений критических тепловых нагрузок.

Увеличение обогащения топлива, применение режима частичных перегрузок по схеме «движение топлива от периферии

к центру» и использование выгорающих поглотителей позволило увеличить глубину выгорания до (20—28) МВт·сут/кг U без введения в активную зону дополнительных органов СУЗ.

В настоящее время проектируются и строятся кипящие реакторы с принудительной циркуляцией электрической мощностью от 500 до 1300 МВт. Реакторы различаются между собой диаметром корпуса, числом тепловыделяющих кассет и органов СУЗ. Такие параметры, как давление теплоносителя, высота активной зоны, максимальный тепловой поток, коэффициент неравномерности по объему активной зоны остаются постоянными для реактора любой мощности. Унификация деталей и узлов кипящего реактора сокращает расходы на проектирование и строительство АЭС. Таким образом, удельные капиталовложения в сооружение АЭС имеют тенденцию к снижению благодаря: повышению единичной мощности реактора до 1300 МВт и более;

накоплению опыта проектирования, строительства и эксплуатации реактора;

стандартизации активной зоны, твэлов, а также реакторного оборудования.

Можно предполагать, что в дальнейшем развитие реакторов ВК пойдет по пути совершенствования топливного цикла, увеличения мощности реактора и глубины выгорания топлива.

## Глава 12

### КАНАЛЬНЫЕ ГРАФИТОВЫЕ РЕАКТОРЫ (РБМК) \*

#### § 12.1. Введение

Вклад реакторов с графитовым и тяжеловодным замедлителями в установленную мощность всех АЭС мира составляет ~15 %. В большинстве случаев — это каналные одноконтурные реакторы, охлаждаемые обычной кипящей водой. Первый графитовый каналный реактор с водяным теплоносителем для большой энергетики (РБМК — реактор большой мощности кипящий) электрической мощностью 1000 МВт (РБМК-1000) был введен в строй на Ленинградской АЭС им. В. И. Ленина в 1973 г. В настоящее время на этой АЭС работают уже четыре реактора; реакторы РБМК пущены в эксплуатацию и строятся на Курской, Чернобыльской, Смоленской, Игналинской и других АЭС.

Канальная конструкция исключает необходимость создания несущих высокое давление корпусов, что позволяет, во-первых,

\* В этой главе широко используются материалы В. С. Романенко.

снять ограничения на размеры реактора, накладываемые возможностями изготовления и транспортировки этих корпусов, и тем самым ограничения на мощность реакторов и, во-вторых, подключить к созданию реакторов заводы, не приспособленные к производству огромных сосудов высокого давления. Определенные достоинства канальных систем связаны также с возможностью организовать практически непрерывную перегрузку топлива.

Выбор легкой воды для охлаждения твэлов объясним тем, что с  $H_2O$  в качестве теплоносителя для больших энергетических реакторов на тепловых нейтронах никакой другой теплоноситель конкурировать пока не может. Опыт Великобритании по эксплуатации графитовых реакторов с углекислым газом ( $CO_2$ ) в качестве теплоносителя оказался неудачным из-за коррозии поверхностей нагрева и несущих конструкций; сама по себе газообразная двуокись углерода не вызывает коррозии сталей, но существующий перепад давлений между теплоносителем и пароводяной средой способствует проникновению одной среды в другую через ничтожные неплотности, которые всегда могут образовываться в процессе длительной эксплуатации. Высокотемпературные графитовые реакторы с гелиевым теплоносителем еще не вышли из стадии промышленного эксперимента; высококипящие органические жидкости обладают неудовлетворительными теплофизическими свойствами и склонны к радиационно-термическому разложению; тяжелая вода в системе охлаждения дорога и требует беспроточных контуров.

Разумеется, высказанные здесь соображения носят сугубо качественный характер и выбор того или иного типа реактора для АЭС диктуется, в первую очередь, экономикой и, во вторую, техническими традициями и возможностями. Окончательное суждение о преимуществах и недостатках каждого типа реакторов составить не просто — иногда для этого требуется постройка и длительная эксплуатация целой серии реакторов. В качестве примера можно привести программу развития атомной энергетики Великобритании. Длительное время англичане связывали развитие атомной энергетики с графитовыми реакторами с  $CO_2$ -теплоносителем. Однако значительные трудности, возникшие в процессе эксплуатации, заставили отказаться от дальнейшего строительства таких реакторов и перейти на использование реакторов других типов (PWR).

Канальные реакторы имеют сложную решетку твэлов (см. § 8.1), по спектру нейтронов относятся к реакторам на тепловых нейтронах, обладают большими значениями отношений объемов замедлителя и топлива ( $V_c/V_0 = 30 \div 35$ ) и, следовательно, сравнительно небольшой энергонапряженностью единицы объема активной зоны. В качестве топлива используется слабообогащенный уран ( $\sim 2\%$ ); коэффициент воспроизводства составляет примерно 0,6.

## § 12.2. Физические особенности

Графит — технологичный, хорошо освоенный, температурно-радиационностойкий материал, относится к так называемым тяжелым замедлителям. В каждом акте рассеяния в графите нейтрон теряет незначительную долю своей энергии (средняя логарифмическая потеря энергии на одно столкновение  $\xi_s \approx 2/3$ ), и поэтому полное число столкновений, необходимое для уменьшения энергии нейтрона до тепловой, велико (см. табл. 5.1), а сечение рассеяния практически постоянно во всей существенной для замедления области энергий. В таких средах процесс замедления хорошо описывается теорией возраста (гл. 6). Малые значения  $\xi_s$  и  $\Sigma_s$  приводят к тому, что замедляющая способность графита  $(\xi \Sigma_s)_c$  примерно в 20 раз меньше, чем воды  $(\xi \Sigma_s)_{H_2O}$ . Вследствие этого для замедления нейтронов необходимо на единицу объема урана иметь объем графита на порядок больший, чем в водяных системах. Соответственно технологические каналы в графитовых реакторах расположены далеко друг от друга (шаг решетки каналов обычно равен 25—30 см при  $\lambda_s$  в графите  $\sim 3$  см) и вероятность прямого (без столкновений) пролета нейтронов между каналами очень мала.

Из-за очень малого сечения поглощения большие объемы графита, необходимые для замедления, не приводят к неприемлемо большому поглощению тепловых нейтронов. Оптимальное по размножающим свойствам отношение  $\Sigma_{a1} V_1 / (\Sigma_{a0} V_0)$  даже несколько ниже, чем в легководных решетках.

Для решеток с большим объемом замедлителя типична значительная гетерогенность для тепловых нейтронов: отношение средних потоков  $\bar{\Phi}_1 / \bar{\Phi}_0 \approx 1,5$  вместо  $\sim 1,15$  для водо-водяных решеток. Использование в реакторах урана с малым обогащением и замедлителя, весьма слабо поглощающего нейтроны, приводит к тому, что среднее по ячейке значение параметра  $\langle \Sigma_a / \xi \Sigma_s \rangle$  обычно не превышает 0,1.

В связи с этим практически все поглощение нейтронов происходит после их замедления до тепловых энергий, когда устанавливается спектр нейтронов, близкий к спектру Максвелла. В топливе этот спектр несколько больше отличается от максвелловского (см. п. 8.6.6), поскольку здесь в основном происходит поглощение нейтронов.

При проектировании энергетического реактора его мощность обычно выбирается заранее, а значит, может быть заранее оценена площадь теплопередающей поверхности твэлов. Эту площадь желательно иметь при не очень большом числе каналов, чтобы уменьшить объем конструкционных материалов, размещаемых в активной зоне, а также количество водяных и пароводяных коммуникаций и тем самым повысить надежность работы АЭС и уменьшить металлоемкость реактора. Поэтому

в канале обычно расположено довольно большое количество твэлов (18, 36 и более). Такую решетку мы назвали сложной (см. § 8.1).

Внутри канала твэлы расположены весьма близко друг к другу: отношение объемов воды и урана составляет  $\sim 1$ . Тесное расположение твэлов заставляет учитывать те эффекты, которые в большей степени имеют место в уран-водных решетках (см. § 10.1). Сюда относятся эффекты в надпороговой (влияние на  $\mu$ ) и резонансной (влияние на  $\phi$ ) областях энергий. Эти эффекты проявляются при рассмотрении взаимодействия отдельных твэлов в канале, а затем — отдельных гомогенизированных каналов в однородной решетке. Поскольку расстояние между каналами, как правило, велико по сравнению с характерной длиной пробега в замедлителе ( $\lambda_{s\ tr\ 1}$ ), то перекрестный эффект между каналами проявляется в значительно меньшей степени, чем между отдельными твэлами. Коэффициент размножения на быстрых нейтронах  $\mu$  в канальных графитовых реакторах ниже, чем в ВВЭР ( $\mu_{РБМК} \leq 1,02$ ), тогда как вероятность избежать резонансного поглощения  $\phi$  выше и в горячем состоянии равна примерно 0,86—0,88.

В канальных кипящих реакторах (в отличие от корпусных, гл. 11) коэффициент размножения несущественно меняется по высоте реактора: кипение вызывает лишь незначительное отличие распределения потока тепловых нейтронов по высоте от косинусоидального. В первом приближении это отличие можно не учитывать и проводить нейтронно-физический расчет отдельно от теплофизического.

Пространственное разделение теплоносителя и замедлителя позволяет выбирать их рабочие параметры независимо друг от друга и делать удобными с конструкционной, технологической и других точек зрения. Так, в современных графитовых реакторах с водяным теплоносителем температура воды в активной зоне около  $280^\circ\text{C}$ , в то время как температура графита достигает  $700^\circ\text{C}$ . Поэтому температура нейтронного газа изменяется по зонам ячейки в довольно широких пределах.

Графитовые решетки характеризуются относительно большими значениями возраста нейтронов  $\tau_p$  (мала замедляющая способность графита) и квадрата длины диффузии тепловых нейтронов (велико значение  $L^2$  в чистом замедлителе). Возраст  $\tau_p$  сравнительно слабо зависит от состава активной зоны. Однако кипение в активной зоне все же приводит к изменению замедляющей способности ячейки на 20—30 %. Площадь миграции  $M_p^2$  в отличие от легководных решеток определяется не только замедлением, но и диффузией нейтронов и составляет 500—600  $\text{см}^2$ .

Утечка нейтронов мало (обычно не превышает 1,0—1,5 %), поскольку размеры реактора велики даже в единицах  $M$  и  $R^2/M^2 \gg 1$ .

В больших реакторах с непрерывной перегрузкой топлива коэффициент неравномерности энерговыделения по радиусу  $K_r$  обычно не превышает 1,15—1,20. Такое выравнивание энерговыделения по радиусу активной зоны может быть достигнуто или выбором соответствующего темпа перегрузки топлива, при котором содержание продуктов деления в периферийной зоне меньше, чем в центральной, или определенным размещением стержней СУЗ в реакторе. Второй способ менее экономичен из-за непроизводительного захвата нейтронов стержнями. Выбор того или иного способа выравнивания в основном зависит от конструктивных особенностей реактора и обогащения топлива.

Безопасная и устойчивая работа реактора РБМК во многом определяется паровым  $\alpha_\phi$  и температурными коэффициентами реактивности топлива  $\alpha_t$  и замедлителя  $\alpha_s$ . Для реактора кипящего типа удобно ввести динамический мощный коэффициент реактивности  $\alpha_Q$ , который включает в себя эффекты изменения реактивности, связанные с изменением паросодержания  $\alpha_\phi$  и температуры топлива  $\alpha_t$ . Реактор канального типа с кипящей водой может обладать положительным мощным коэффициентом реактивности  $\alpha_Q$ , который приводит к пространственно-временной нестабильности и значительным перекосам распределения энерговыделения: форма поля в объеме активной зоны самопроизвольно изменяется с течением времени.

Расчетное изменение отдельных коэффициентов реактивности  $\alpha_\phi$ ,  $\alpha_t$  и  $\alpha_s$ , а также суммарного мощного  $\alpha_Q$  в зависимости от выгорания топлива для реактора РБМК представлено на рис. 12.1. Поскольку температурный коэффициент реактивности топлива  $\alpha_t < 0$ , то  $\alpha_Q$  меняется в соответствии с изменением  $\alpha_\phi$ : в начале кампании он имеет максимальное отрицательное значение, далее уменьшается по абсолютному значению, проходит через нуль и становится положительным. Значение и знак  $\alpha_\phi$  находятся в чрезвычайно сложной зависимости от многих факторов. Так, улучшение размножающих свойств среды увеличивает вероятность появления положительного парового коэффициента реактивности. Определяющим здесь оказывается поглощение тепловых нейтронов в воде (изменение  $\theta$ ). Чтобы снизить влияние этого эффекта, необходимо уменьшить масштаб изменения  $\theta$  за счет увеличения доли поглощения в топливе. Возможны различные способы: переход с окисного топлива на топливо повышенной плотности, применение урана с большим обогащением или установка в активной зоне дополнительных

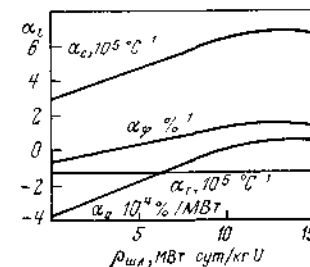


Рис. 12.1 Изменение коэффициентов реактивности по мере выгорания топлива (реактор РБМК)

поглотителей (ДП). Наиболее оперативный способ предотвращения роста парового коэффициента реактивности выше допустимого уровня по мере работы реактора — установка в зоне некоторого количества ДП. При этом, естественно, уменьшается средняя глубина выгорания выгружаемого топлива. Более эффективный способ, улучшающий динамические характеристики реактора, — увеличение обогащения топлива подпитки, что и имеет место в настоящее время.

Уменьшение вероятности избежать резонансного поглощения — один из стабилизирующих факторов при расчете устойчивости распределения энерговыделения. Это достигается повышением доли замедления в воде путем перехода на меньший шаг решетки каналов. Поскольку уменьшение шага решетки связано с чисто конструктивными трудностями, то тот же эффект может быть достигнут за счет уменьшения эффективной плотности графита.

В реакторах с выравненной активной зоной, высоким потоком тепловых нейтронов и положительным температурным коэффициентом реактивности замедлителя (в данном случае графита) относительно велика опасность возникновения ксеноновых колебаний (см. п. 9.3.3), представляющих собой изменение во времени формы распределения потока нейтронов по объему активной зоны. Вместе с тем для канальных кипящих реакторов проблема устойчивости распределения энерговыделения возникает в связи не только с ксеноновыми колебаниями, но также и с гидродинамической нестабильностью большого числа параллельно работающих испарительных каналов и возможностью положительного парового коэффициента реактивности  $\alpha_p$ , о чем упоминалось выше.

Перегрузка топлива на работающем реакторе, положительный температурный эффект реактивности замедлителя и меньший, чем в ВВЭР, отрицательный температурный эффект реактивности теплоносителя позволяют не иметь больших запасов реактивности, как это имеет место в других типах реакторов, например с водой в качестве замедлителя.

### § 12.3. Конструкционные особенности

Канальные реакторы имеют ряд достоинств, делающих их конкурентоспособными с другими типами реакторов. Кроме того, канальная конструкция реактора позволяет надеяться на экономически выгодную и надежную реализацию ядерного перегрева пара. В Советском Союзе имеется промышленный эксперимент по ядерному перегреву пара (эксплуатация реакторов Белоярской АЭС им. И. В. Курчатова), возможно, этот опыт будет использован в дальнейшем при создании реакторов РБМК с ядерным перегревом пара.

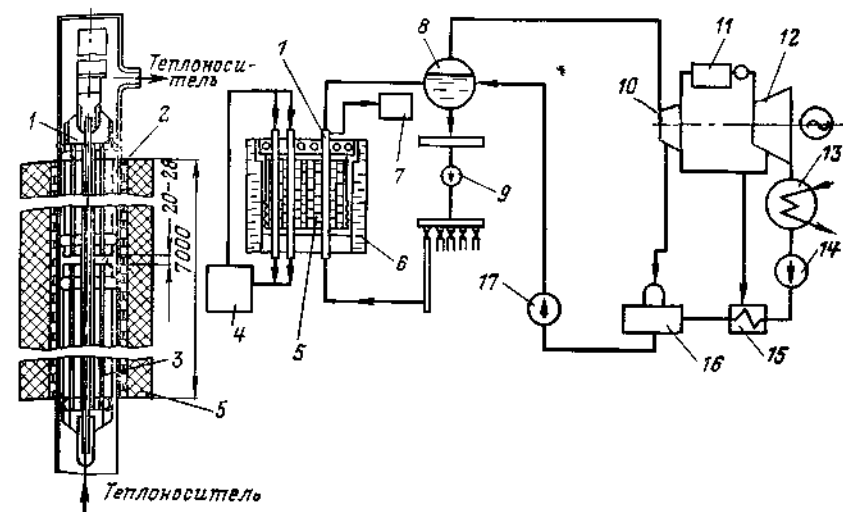


Рис. 12.2. Принципиальная схема блока АЭС с реактором РБМК:

1 — технологический канал; 2 — верхняя тепловыделяющая сборка (ТВС), 3 — нижняя ТВС, 4 — система охлаждения каналов СУЗ и отражателя; 5 — графитовая кладка; 6 — реактор; 7 — система контроля целостности технологических каналов; 8 — барабан-сепаратор; 9 — главный циркуляционный насос; 10 — цилиндр высокого давления; 11 — сепаратор и промежуточный пароперегреватель; 12 — цилиндр низкого давления; 13 — конденсатор турбины; 14 — конденсатный насос; 15 — подогреватели низкого давления; 16 — деаэрактор; 17 — питательный насос

Из недостатков канальных реакторов отметим следующие: относительно малая энергонапряженность активной зоны, сложность поканальной системы подвода и отвода теплоносителя, непроизводительный захват нейтронов стенками каналов.

Выше уже упоминалось, что в нашей стране широко развернуто строительство реакторов РБМК. Рассмотрим реактор РБМК-1000. Принципиальная схема реактора и АЭС в целом представлена на рис. 12.2. Тепло, выделяющееся в активной зоне, отводится путем многократной принудительной циркуляции (МПЦ) воды, которая нагревается до кипения и частично испаряется. Количество пара на выходе из канала составляет в среднем по массе ~14 %. Пароводяная смесь отводится в барабан-сепаратор. Далее отсепарированный насыщенный пар при давлении 7 МПа поступает в турбину, а его конденсат возвращается обратно в виде питательной воды и смешивается с водой контура МПЦ.

Реактор размещен в бетонной шахте размером 21,6×21,6×25,5 м и состоит из набора вертикальных каналов с топливом и теплоносителем, вставленных в цилиндрические отверстия в графитовых колоннах квадратного сечением 250×250 мм и в верхней и нижней защитных плитах металлоконструкций каландрового типа. Каналы опираются на верхнюю плиту, а она в свою очередь — на кольцевой бак боковой водяной защиты.

Загрузка урана в канал определяется условиями получения максимальной глубины выгорания при выбранном обогащении топлива. Было установлено, что для обогащения 1,8% оптимальной по глубине выгорания является загрузка  $UO_2$  массой



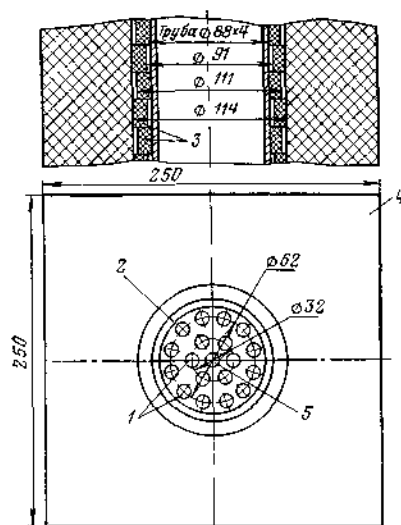


Рис 123 Установка технологического канала в графитовой кладке:

1 — твэлы (18 штук); 2 — труба канала из сплава  $Zr+2,5\% Nb$ ; 3 — наружное и внутреннее графитовые кольца; 4 — графит; 5 — полый стержень для размещения детекторов (на верхнем чертеже внутренность канала условно не показана)

равно 1,25. Зазор между твэлами поддерживается дистанционирующими решетками, расположенными с шагом 300 мм. В активной зоне диаметром 11,8 и высотой 7 м размещено 1693 технологических канала и 179 каналов СУЗ. Активная зона реактора окружена графитовым отражателем. Толщина бокового отражателя  $\sim 1$  м.

В графитовой кладке выделяется  $\sim 5-7\%$  тепла, которое отводится к теплоносителю. Для улучшения теплопередачи от графитовой кладки к теплоносителю на центральную часть технологического канала, находящуюся в активной зоне, надеваются разрезные графитовые втулки высотой 20 мм двух типов: одна втулка с натягом по трубе канала, другая — с натягом в отверстии графитовых блоков (рис. 12.3). В целях снижения термического сопротивления и предотвращения окисления графита полость кладки заполнена медленно циркулирующей смесью гелия и азота, которая одновременно служит и для контроля целостности каналов по изменению свойств газа.

В реакторах РБМК организована квазинепрерывная перегрузка топлива на работающем реакторе без снижения мощности. В стационарном режиме работы в активной зоне присут-

примерно 0,13 т на канал. Оптимальное число твэлов в каждом канале и их внешний диаметр равны 18 и 13,6 мм соответственно. Таким образом, диаметр твэла РБМК примерно в 1,5 раза больше диаметра твэла ВВЭР (9,1 мм). При этом температура в центре сердечника не превышает  $1800^\circ C$ , и имеется запас по увеличению мощности РБМК. Этот запас в ближайшее время будет реализован при строительстве реактора большей мощности (РБМК-1500).

В верхней головке канала посредством штанги подвешена кассета с двумя тепловыделяющими сборками (ТВС) длиной 3,5 м каждая. Твэл представляет собой трубку диаметром  $13,6 \times 0,9$  мм из циркониевого сплава, заполненную таблетками из двуокиси урана. Диаметр топливной таблетки 11,6 мм. Минимальное расстояние между твэлами 2,5 мм, между твэлами и стенкой канала 1,4 мм; водо-урановое отношение

ствуют технологические каналы с выгоранием от нуля до проектного значения и ДП. Количество последних зависит от обогащения топлива. Таким образом, решетка активной зоны — сложная. Такую решетку будем называть полирешеткой. Условно и в ней можно выделить элементы периодичности — ячейки полирешетки. Технологические каналы ячеек полирешетки данного типа перегружаются по одинаковой программе с определенным темпом и последовательностью. Поэтому в каждой ячейке присутствуют идентичные по свойствам группы каналов с выгоранием от нуля до конечного значения. Количество стержней СУЗ и ДП в каждой ячейке полирешетки зависит от ее месторасположения: чем дальше от центра, тем меньше поглощающих стержней. В периферийной зоне вблизи отражателя они вообще отсутствуют. Такое размещение стержней СУЗ и ДП позволяет выравнивать распределение энерговыделения по радиусу.

СУЗ реактора основана на перемещении твердых стержней-поглотителей в специально выделенных каналах ( $\sim 180$  штук), охлаждаемых водой автономного контура. Стержни перемещаются с помощью индивидуальных сервоприводов, установленных сверху на каналах СУЗ. Стержни СУЗ по своему назначению разбиты на следующие группы:  $\sim 80$  стержней ручного регулирования,  $\sim 20$  стержней аварийной защиты,  $\sim 36$  стержней перекompенсации (эти стержни обычно расположены выше активной зоны и вводятся в реактор только в случае необходимости снизить избыточную реактивность),  $\sim 12$  стержней автоматического регулирования,  $\sim 20$  укороченных стержней-поглотителей для уменьшения аксиальных перекосов распределения энерговыделения. Стержни СУЗ диаметром 70 мм изготовлены из карбида бора. Поглощающими элементами ДП являются кольца из бористой (2 % массовых бора) и нержавеющей стали, которые надеваются на несущую трубу и помещаются в канал вместо ТВС.

В реакторе РБМК предусмотрены также следующие основные системы контроля: физического контроля распределения энерговыделения по радиусу и высоте; пускового контроля; контроля расхода воды по всем каналам специальными шариковыми расходомерами, герметичности оболочек твэлов и целостности труб каналов.

В заключение кратко остановимся на коэффициентах неравномерности энерговыделения (см. § 10.4). Коэффициент неравномерности распределения мощности по каналам  $K_q$  (10.4.1) можно представить в виде произведения

$$K_q = K_r K_E K_{\text{полг}}, \quad (12.3.1)$$

где  $K_E$  — коэффициент неравномерности, равный отношению мощности свежего канала к средней мощности каналов данного типа в постоянном поле нейтронов;  $K_{\text{полг}}$  — коэффициент нерав-



номерности, учитывающий максимальные перекосы мощности каналов, обусловленные гетерогенной структурой активной зоны

Значение  $K_r$  в больших реакторах с выравненной активной зоной составляет примерно 1,15—1,20. Значение  $K_E$  определяется главным образом принятой схемой перегрузки топлива и обогащением топлива подпитки, в среднем можно принять  $K_E = 1,20$ . Присутствие в активной зоне реактора (особенно в период пуска) относительно большого количества стержней СУЗ и ДП искажает распределение потока нейтронов как по реактору в целом, так и по ячейке. Величина  $K_{\text{полн}}$  в первую очередь зависит от того, в каком режиме работает реактор (в пусковом, переходном или стационарном), а также от режима перегрузки и обогащения топлива. В стационарном режиме работы реактора  $K_{\text{полн}} \approx 1,15$ . Чтобы получить значение полного коэффициента неравномерности по объему (без учета  $K_{\text{мет}}$  и  $K_{\text{мощ}}$ ), необходимо учесть макронеравномерность, связанную с конечной высотой реактора  $K_z$ , и микронеравномерность в распределении потока нейтронов по каналу  $K_k$ . Наиболее нагруженными оказываются твэлы, расположенные во внешнем ряду ТВС. Коэффициенты  $K_z$  и  $K_k$  можно принять равными соответственно 1,5 и 1,1. Тогда получим, что оценочное значение полного коэффициента неравномерности по объему.

$$K_V = K_r K_E K_{\text{полн}} K_k K_z = 1,12 \cdot 1,20 \cdot 1,15 \cdot 1,1 \cdot 1,5 = 2,55. \quad (12.3.2)$$

Это значение близко к значению  $K_V$  для водо-водяных реакторов (см. § 10.4). Необходимо также отметить, что значение  $K_V$  может существенно меняться в процессе работы реактора вследствие изменения количества стержней СУЗ и ДП и перехода от одного режима перегрузки к другому.

## § 12.4. Физический расчет

Активная зона уран-графитового реактора представляет собой полирешетку каналов, отличающихся размножающими и поглощающими свойствами. Присутствие в реакторе технологических каналов, а также ДП и органов СУЗ приводит к локальным неоднородностям свойств среды по радиусу активной зоны и, как следствие этого, к перетечкам нейтронов между каналами. Отметим, что свойства среды по высоте также неоднородны в связи с изменением плотности воды и наличием пара. Поскольку свойства замедлителя по высоте не изменяются, то в дальнейшем при расчетах рассматривается канал с усредненными по высоте температурой и плотностью теплоносителя.

В связи с изложенным выше физический расчет реактора включает в себя расчеты ячейки размножающего (технологического) и неразмножающего (нерабочего) каналов, полирешетки и реактора в целом. В остальном структурная схема расчета канального графитового реактора принципиально ничем не от-

личается от структурной схемы расчета ВВЭР, приведенной в гл. 10.

Рассмотрим расчет ячейки технологического канала. В канальных водоохлаждаемых реакторах среднее по ячейке значение параметра  $\alpha = \Sigma_a / (\xi \Sigma_s) < 0,1$  (§ 12.1). В реакторах с таким значением  $\alpha$  основное поглощение нейтронов сосредоточено в области энергий тепловых нейтронов и надтепловое поглощение можно рассматривать как поправку к тепловому. В этой ситуации удобно пользоваться методом Весткотта (см. § 8.8). Для определения скорости поглощения тепловых нейтронов необходимо знать спектр нейтронов, который формируется в сложной среде с двумя существенно разными замедлителями, обладающими к тому же разной температурой. Расчет осложняется также тем, что внутри твэла параметр  $\Sigma_a / (\xi \Sigma_s)$  намного выше среднего по ячейке, и поэтому в топливе спектр тепловых нейтронов, как обычно, заметно отличается от спектра Максвелла (см. п. 8.6.6). В таких условиях для расчета спектра нейтронов необходимо учитывать пространственные эффекты термализации, что весьма сложно и громоздко. В приводимом ниже приближенном расчете эти эффекты учитываются грубо; предполагается, что в каждой зоне ячейки устанавливается спектр Максвелла со своей характерной температурой.

Итак, вернемся к методу Весткотта. Формула для расчета коэффициента размножения имеет вид (8.8.35)

$$k_{\infty} = \mu \Phi_8 \frac{\bar{v}_j^5 R_j^5}{\sum_i R_{aj} V_j / V_0} = \mu \Phi_8 \eta^*,$$

где

$$\eta^* = \frac{\bar{v}_j^5 R_j^5}{\sum_i R_{aj} V_j / V_0}; \quad (12.4.1)$$

$j$  — компонент ячейки.

Коэффициент размножения на быстрых нейтронах  $\mu$  без учета перекрестного эффекта между каналами определяется по формуле (8.4.14). Однако расчеты показывают, что в области энергий быстрых нейтронов даже для реактора РБМК, где расстояния между каналами велики по сравнению с длиной свободного пробега до рассеяния, необходимо учитывать возможность перекрестного эффекта между ними. В этом случае

$$\mu = 1 + \frac{v_j^8 - \Sigma_{a0} / \Sigma_{f0}^8}{\bar{v}_j^5} \delta_0^{28} T_{00} \bar{Q}_{00},$$

$$\bar{Q}_{00} = \bar{I}_0 \Sigma_{x0} / (\bar{I}_0 \Sigma_{x0} + \alpha \gamma_k) \quad (12.4.2)$$

(индекс «0» относится к каналу в целом).

Вероятность избежать резонансного поглощения в воспроизводящем нуклиде  $\varphi_8$  рассчитывается по обычному выражению (8.5.1). Поскольку теплоноситель также вносит вклад в замедление нейтронов, то формула принимает вид

$$\varphi_8 = \exp \left[ - \frac{N_8 V_0 I_a^8 \varphi}{(\xi \Sigma_s)_{\text{тн}} V_{\text{тн}} + (\xi \Sigma_s)_{\text{зам}} V_{\text{зам}}/m} \right]. \quad (12.4.3)$$

Здесь  $V_{\text{тн}}$  — объем теплоносителя, приходящийся на один твэл;  $m$  — число твэлов в канале;  $V_{\text{зам}}$  — объем замедлителя, отнесенный к одному каналу;

$$I_a^8 \varphi = \left[ 4,45 + 26,6 \sqrt{\frac{F \gamma_K}{M}} \right] K(T). \quad (12.4.4)$$

Приближенный расчет  $\gamma_K$  приведен в п. 8.2.4, температурной поправки  $K(T) = [1 + \beta(\sqrt{T} - \sqrt{300})]$  — в п. 8.5.4. Напомним, что при расчете  $\varphi_8$  по данной схеме не учитывается вклад от сечения поглощения  $^{238}\text{U}$ , изменяющегося по закону  $1/v$ . Скорости поглощения (деления)  $R_a(R_f)$  в тепловой и надтепловой областях нейтронного спектра определяются через параметры  $g$  и  $s$ , зависящие от температуры нейтронного газа и коэффициент жесткости спектра  $\alpha$  (§ 8.8):

$$R_{af} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} N_f \sqrt{\frac{T_0}{T_{nf}}} \times \\ \times \sigma_{af}^0 \left\{ \frac{\bar{\Phi}_f}{\bar{\Phi}_K} g_a(T_{nf}) + \alpha [g_a(T_{nf}) b + s_f(T_{nf})] \right\}. \quad (12.4.5)$$

Здесь  $b = 1,0229$ ;

$$\frac{\bar{\Phi}_f}{\bar{\Phi}_K} = \frac{(V_{\text{топл}} + V_{\text{об}} + V_{\text{тн}}) \bar{\Phi}_f}{(V_{\text{топл}} \bar{\Phi}_{\text{топл}} + V_{\text{об}} \bar{\Phi}_{\text{об}} + V_{\text{тн}} \bar{\Phi}_{\text{тн}})}; \quad (12.4.6)$$

$V_{\text{топл}}$ ,  $V_{\text{об}}$ ,  $V_{\text{тн}}$  — объемы топлива, оболочки твэла, теплоносителя в микроячейке соответственно;  $\bar{\Phi}_j$  — средний поток тепловых нейтронов в зоне  $j$  ( $j$  принимает индексы «топл», «об», «тн», «зам»). Напомним, что в зону замедлителя обычно включается также труба технологического канала и каландровая труба (в тяжеловодных реакторах).

Методика расчета отношения средних потоков в сложных решетках рассмотрена в п. 8.6.5. Отношение потоков в микроячейке  $\bar{\Phi}_{\text{зам}}/\bar{\Phi}_K$  рассчитывается следующим образом. Сначала вычисляется  $\theta_K$  с учетом источников нейтронов внутри канала [формула (8.6.66)], а затем по найденному значению  $\theta_K$  — величина  $\bar{\Phi}_{\text{зам}}/\bar{\Phi}_K$ .

Температура нейтронного газа в различных зонах ячейки реактора РБМК определяется по следующим аппроксимирующим формулам:

а) в замедлителе

$$T_{\text{н зам}} = \bar{T}_{\text{зам}} \left[ 1 + 1,2 \frac{\sum_{\text{яч}} V_j \Sigma_{af}^0}{\sum_{\text{яч}} V_j (\xi \Sigma_s)_j} \sqrt{\frac{293,6}{\bar{T}_{\text{зам}}}} \right]; \quad (12.4.7)$$

б) в теплоносителе

$$T_{\text{н тн}} = T_{\text{н зам}} + 330 \frac{\sum_{\text{яч}} V_j \Sigma_{af}^0}{\sum_{\text{яч}} V_j (\xi \Sigma_s)_j} \sqrt{\frac{293,6}{T_{\text{н зам}}}} + \\ + 2 \frac{\sum_{\text{к}} V_i (\xi \Sigma_s)_i}{\sum_{\text{яч}} V_j (\xi \Sigma_s)_j} (\bar{T}_{\text{тн}} - \bar{T}_{\text{зам}}); \quad (12.4.8)$$

в) в топливе

$$T_{\text{н топл}} = T_{\text{н тн}} + 93 \frac{\sum_{\text{к}} V_i \Sigma_{af}^0}{\sum_{\text{к}} V_i} \frac{d_K}{2} \sqrt{\frac{293,6}{T_{\text{н зам}}}} \quad (12.4.9)$$

( $d_K$  — диаметр канала;  $\bar{T}_{\text{тн}}$ ,  $\bar{T}_{\text{зам}}$  — средние по зоне температуры теплоносителя и замедлителя соответственно). Формулы, как правило, дают хорошее совпадение температур нейтронного газа (отличие не превышает 20—30 К) со значениями  $T_{\text{нз}}$ , рассчитанными по программе ВРМ, созданной в ИАЭ им. И. В. Курчатова. Температура нейтронного газа в оболочке твэла  $T_{\text{н об}}$  определяется как среднее арифметическое значений  $T_{\text{н топл}}$  и  $T_{\text{н тн}}$ .

Возраст нейтронов  $\tau$  и квадрат длины диффузии  $L^2_p$  в сложной решетке вычисляются по формулам, приведенным в § 8.9. Квадрат длины диффузии нейтронов в графите  $L^2_c$  в зависимости от температуры  $T$  можно найти по простой аппроксимирующей формуле

$$L_c^2(T) = L_c^2(T_0) \left( \frac{T}{T_0} \right)^m. \quad (12.4.10)$$

Показатель степени  $m = 0,48$  в силу того, что транспортное сечение графита  $\Sigma_{tr}$  несколько увеличивается с ростом температуры, а сечение поглощения  $\Sigma_a$  строго следует закону  $1/v$ . Напомним, что при  $T_0 = 293,6$  К и  $\gamma_c = 1,65$  г/см<sup>3</sup>  $L_c^2 = 52,5$  см<sup>2</sup> (см. табл. 4.2).

Расчет ячейки с неразмножающимися каналами, куда условно отнесены каналы со стержнями СУЗ и ДП, приводится в прило-

жении V. Остальные расчеты (определение  $k_{эф}$ , глубины выгорания топлива, эффективности стержней СУЗ, теплофизических параметров) проводятся в той же последовательности, что и для ВВЭР (см. гл. 10).

### § 12.5. Тенденции развития реакторов РБМК

С момента пуска первого блока канального реактора большой мощности на Ленинградской АЭС прошло около 10 лет. Поэтому пока еще трудно наметить тенденции развития реакторов данного типа и правильнее говорить о возможных направлениях усовершенствования канальных реакторов большой мощности. Основные характеристики существующих и планируемых к строительству канальных уран-графитовых реакторов большой мощности представлены в табл. 12.1. Из-за отсутствия опыта строительства и эксплуатации реакторов РБМК основные физические и теплотехнические параметры первого реактора (РБМК-1000) были выбраны с большим запасом. На первой стадии развития основное внимание уделялось обеспечению надежной и безопасной эксплуатации АЭС.

Накопленный опыт эксплуатации АЭС показал не только высокую надежность и безопасность работы реактора, но позволил сделать некоторые выводы. Было установлено, что имеются определенные резервы увеличения мощности реактора за счет увеличения температур графитовой кладки и топлива, поскольку они оказались ниже расчетно-допустимых, и критической мощности канала. Последнее было достигнуто с помощью установки в верхней части канала интенсификаторов теплообмена

Таблица 12.1. Основные характеристики канальных уран-графитовых реакторов большой мощности

Характеристика	РБМК-1000	РБМК-1500 (в стадии строительства)
Мощность, МВт	1000	1500
электрическая	3200	4800
тепловая	31,3	31,3
КПД, %	192	189
Начальная загрузка топлива, т	2,0	2,0
Обогащение топлива в стационарном режиме перегрузок, %	22	22
Средняя глубина выгорания в стационарном режиме, МВт·сут/кг U	4,2	6,3
Средняя объемная энергонапряженность активной зоны, МВт/м <sup>3</sup>	13,6 × 0,9	13,6 × 0,9
Размеры оболочек твэлов (диаметр × толщина), мм	Zr + 1 % Nb	Zr + 1 % Nb
Материал оболочек твэлов	6,5/280	6,5/280
Давление/температура пара перед турбиной, МПа/°C		

Обширные теоретические и экспериментальные исследования показали, что критическая мощность канала РБМК с интенсификаторами теплообмена может быть увеличена в 1,5 раза. Это позволяет повысить мощность РБМК до 1500 МВт, сохранив по существу размеры реактора мощностью 1000 МВт.

Увеличение обогащения топлива с 1,8 до 2,0 %, а также осуществление некоторых других инженерных решений позволило повысить глубину выгорания топлива на 20—30 % (относительных).

Указанные мероприятия по форсированию мощности и повышению глубины выгорания топлива приведут к значительному улучшению экономических показателей АЭС с реакторами РБМК-1500.

Один из возможных вариантов улучшения экономических показателей связан с использованием в канальных реакторах топлива, обладающего более высокой плотностью, чем окись урана. В этом случае снижается вероятность деформации распределения энерговыделения, улучшается баланс нейтронов, а вследствие этого уменьшается годовое потребление урана. При замене двуокиси урана металлическим ураном мощность каналов в течение кампании изменяется в меньшей степени, поскольку мало меняется общее количество делящихся изотопов урана и плутония (напомним, что коэффициент воспроизводства в графитовых реакторах равен примерно 0,6). Естественно, что при этом уменьшается коэффициент, зависящий от наличия в активной зоне каналов с различной глубиной выгорания. Это дает возможность повысить среднюю мощность технологического канала в полирешетке, сохранив неизменной мощность наиболее напряженного канала.

Отметим, что переход на металлический уран в принципе возможен и для других типов реакторов, в частности ВВЭР. Однако в реакторах, где в качестве топлива используется металлический уран, достигнутая глубина выгорания пока еще существенно ниже, чем в ВВЭР. Поэтому такой переход будет более экономичен в реакторах РБМК по сравнению с ВВЭР (напомним, что средняя глубина выгорания в легководных реакторах примерно в 2 раза выше, чем в РБМК).

Одной из главных проблем ядерной энергетики уже в настоящее время является проблема увеличения единичной мощности блока АЭС. Возникает задача разработки такой конструкции, которая позволяла бы сооружать реакторы из унифицированных и стандартных блоков. В связи с этим дальнейшим развитием РБМК будет являться секционно-блочный реактор. Предполагается выполнить его в форме прямоугольного параллелепипеда, состоящего из отдельных секций. Применение однотипных секций позволит сооружать реактор практически любой мощности с использованием одинаковых компоновочных решений как для реактора, так и для АЭС в целом. Каждая

секция должна включать в себя необходимое оборудование, органы управления и контроля и состоять из отдельных транспортных блоков.

Также необходимо отметить, что в секционно-блочном реакторе удобно организовать ядерный перегрев пара. Введение ядерного перегрева позволит улучшить экономические показатели АЭС с реактором такого типа.

## § 12.6. Тяжеловодные каналные реакторы

Графитовые и тяжеловодные каналные реакторы, несмотря на большое разнообразие конструктивных решений, обладают рядом общих физических особенностей, что позволяет отнести их к одному типу реакторов и проводить нейтронно-физический расчет по единой методике. Тяжеловодные реакторы обладают значительными нейтронно-физическими и некоторыми технологическими преимуществами по сравнению с графитовыми. Использование тяжелой воды в качестве замедлителя позволяет экономнее расходовать ядерное топливо. Ежегодный расход природного урана, приходящийся на 1 МВт выработанной электрической энергии, из трех представленных типов реакторов мощностью 1000 МВт (эл.) каждый наименьший у тяжеловодного реактора:

Легководный ВВЭР-1000 . . . . .	200
Уран-графитовый каналный РБМК-1000 . . . . .	180
Тяжеловодный каналный . . . . .	150

В этом основное преимущество таких реакторов. Однако большие удельные капитальные затраты, обусловленные большими размерами реактора, и эксплуатационные расходы, связанные с высокой стоимостью тяжелой воды и необходимостью восполнения ее утечек, не позволяют пока строить тяжеловодные реакторы в больших масштабах. Поэтому реакторы с  $D_2O$ -замедлителем получили распространение в основном только в тех странах, где производство тяжелой воды является традиционной отраслью промышленности. В первую очередь сюда можно отнести Канаду. В последнее время тяжеловодные реакторы построены и строятся в Японии, Италии. В большинстве из построенных и строящихся реакторов в качестве теплоносителя используется некипящая тяжелая вода. Лишь на нескольких станциях твэлы охлаждаются кипящей водой.

В табл. 12.2 приводятся основные характеристики современных тяжеловодных каналных реакторов с кипящим легководным теплоносителем. По своей замедляющей способности тяжелая вода стоит на втором месте после легкой (табл. 5.2). Вследствие этого оптимальное по размножающим свойствам отношение ядер замедлителя и топлива здесь меньше, чем в графитовых реакторах,  $V_{D_2O}/V_0 = 11 \div 13$  (с учетом неизбежной примеси

Таблица 12.2. Основные характеристики современных тяжеловодных каналных реакторов, охлаждаемых кипящей водой

Характеристика	АЭС				
	Уинфрит (Великобритания)	Дженгилли (Канада)	Черене (Италия)	Фукусима (Япония)	Проект станции (США — Канада)
Электрическая мощность, МВт	100	250	500	165	1000
Объемная энергонапряженность, МВт/м <sup>3</sup>	10,9	7,1	8,4	13,5	9,1
Обогащение топлива подпитки, %	1,8—2,2	0,714	0,714	0,714	0,714
Диаметр, мм:					
канала	140	108	115		108
твэла	15,9	19,8	20,6	16,5	19,8
топливной таблетки	14,5	18,5	19,5	14,4	18,8
Число твэлов в канале	36	18	18	28	18
Объем теплоносителя	1,0	0,51	0,45	0,50	0,50
Объем топлива					
Объем замедлителя	8,1	13,5	11,3	11,5	11,9
Объем топлива					
Шаг решетки каналов, мм	260	279	265	240	262
Масса урана, т	21,8	65	125	35	243
Масса $D_2O$ , т	33	220	320	136	450
Средняя глубина выгорания, МВт·сут/кг U	21	7	9	7	8
Среднее массовое паросодержание на выходе из активной зоны, %	11,3	16,5	30	—	30
Средняя температура замедлителя, °C	75	75	80	68	76
Давление теплоносителя, МПа	6,7	6,0	3,5	6,9	6,0
Средняя плотность теплового потока, МВт/м <sup>2</sup>	0,483	0,488	0,52	—	0,50
Максимальная плотность теплового потока, МВт/м <sup>2</sup>	1,23	1,0	0,94	—	1,0

$H_2O$  в  $D_2O$  в количестве 0,25 %) по сравнению с  $V_C/V_0 = 25 \div 30$ . Макроскопическое сечение поглощения нейтронов тяжелой водой примерно в 10 раз меньше, чем  $\Sigma_a$  графита. Это позволяет использовать в качестве топлива слабообогащенный или даже природный уран. Сочетание хорошей замедляющей способности и малого сечения поглощения приводит к тому, что в тяжеловодных реакторах коэффициент воспроизводства выше, чем в графитовых ( $K_{B,D_2O} \approx 0,85$ ). Крупные энергетические реакторы с  $D_2O$ -замедлителем являются наилучшими реакторами-конверторами на тепловых нейтронах при использовании уран-плутониевого топливного цикла и приближаются к реакторам-размножителям на ториевом цикле.

В тяжеловодных реакторах на природном уране стараются по возможности уменьшить количество легкой воды в активной зоне, поскольку  $H_2O$  имеет относительно большое сечение погло-

щения. Этого уменьшения можно достичь как за счет применения тесной решетки твэлов в канале (минимальное расстояние между твэлами уменьшается до 1 мм, водо-урановое отношение при этом составляет 0,6—0,8), так и за счет увеличения среднего паросодержания на выходе (табл. 12.2).

Для большинства тяжеловодных реакторов давление теплоносителя принято равным 6—7 МПа, т. е. таким же, как и в графитовых реакторах. Температура тяжелой воды существенно отличается от температуры графита. Если графит в реакторе находится при температуре 500—700 °С, то температура D<sub>2</sub>O в последних проектах не превышает 100 °С. Это позволяет выбрать давление тяжелой воды близким к атмосферному, что существенно упрощает конструкцию бака, в котором находится замедлитель, а также уменьшает потери D<sub>2</sub>O. Применение «холодного» замедлителя значительно усложняет конструкцию технологического канала. Для уменьшения утечки тепла от теплоносителя к «холодному» замедлителю канал снаружи приходится окружать каландровой трубой. В образовавшемся зазоре, который обычно равен 5—7 мм, циркулирует инертный газ с малой теплопроводностью (например, азот).

Для большинства тяжеловодных реакторов на природном уране диаметр твэлов составляет 18—20 мм, в реакторах с использованием слабообогащенного урана диаметр твэла уменьшается до 14—15 мм.

В тяжеловодных реакторах на естественном уране глубина выгорания доходит до 9 МВт·сут/кг U, а при обогащении 1,4 % — до 20 МВт·сут/кг U. Тем самым в этих реакторах не соблюдается простое соотношение между глубиной выгорания и обогащением, о котором говорилось в § 10.5.

Компенсация избыточной реактивности и регулирование мощности реактора при нормальной эксплуатации осуществляется либо с помощью различного рода твердых поглотителей, либо уровнем D<sub>2</sub>O в каландровом баке, во время аварийных ситуаций — впрыском раствора борной кислоты и одновременным сливом замедлителя из бака реактора.

Физический расчет тяжеловодного реактора можно проводить по той же схеме, что и реактора РБМК. Приведем приближенные формулы для расчета  $T_n$  в различных зонах ячейки тяжеловодного реактора с легководным теплоносителем (некоторое отличие в определении температур нейтронного газа в различных зонах тяжеловодного реактора от графитового состоит в том, что температура замедлителя ниже температуры теплоносителя, а не выше, как в РБМК):

а) в замедлителе

$$T_{n \text{ зам}} = \bar{T}_{\text{зам}} \left[ 1 + 1,3 \frac{\sum_{\text{яч}} V_i \Sigma_{ai}^0}{\sum_{\text{яч}} V_i (\xi \Sigma_s)_i} \sqrt{\frac{293,6}{\bar{T}_{\text{зам}}}} \right]; \quad (12.6.1)$$

в) в теплоносителе

$$T_{n \text{ тн}} = \bar{T}_{\text{тн}} \left[ 1 + 1,1 \frac{\sum_{\text{к}} V_i \Sigma_{ai}^0}{\sum_{\text{яч}} V_i (\xi \Sigma_s)_i} \sqrt{\frac{293,6}{\bar{T}_{\text{тн}}}} \right]; \quad (12.6.2)$$

в) в топливе

$$T_{n \text{ топл}} = T_{n \text{ зам}} + \frac{\sum_{\text{к}} V_i (\xi \Sigma_s)_i}{\sum_{\text{яч}} V_i (\xi \Sigma_s)_i} (T_{n \text{ тн}} - T_{n \text{ зам}}) + \\ + 93 \frac{\sum_{\text{к}} V_i \Sigma_{ai}^0 d_{\text{к}}^2}{\sum_{\text{к}} V_i^2} \sqrt{\frac{293,6}{T_{n \text{ зам}}}} \quad (12.6.3)$$

[обозначения те же, что и в формулах (12.4.7) — (12.4.9)].

Температура нейтронного газа в оболочке твэла находится так же, как и в случае реактора РБМК.

Нейтронно-физические свойства D<sub>2</sub>O и H<sub>2</sub>O существенно различаются, поэтому при проведении расчетов необходимо учитывать примесь легкой воды в тяжелой, которая в основном сказывается на поглощающих свойствах замедлителя. Формула для расчета сечения поглощения  $\Sigma_{a \text{ D}_2\text{O}}$  в зависимости от объемной доли молекул H<sub>2</sub>O в D<sub>2</sub>O ( $\omega$ ) при различных температурах среды имеет вид:

$$\Sigma_{a \text{ D}_2\text{O}}(T) = (0,393 + 220\omega) 10^{-4} \sqrt{\frac{T_0}{T}} \gamma_{\text{D}_2\text{O}}(T) / \gamma_{\text{D}_2\text{O}}(T_0). \quad (12.6.4)$$

Транспортное сечение тяжелой воды можно найти по формуле

$$\Sigma_{tr \text{ D}_2\text{O}}(T) = \gamma_{\text{D}_2\text{O}}(T) \left[ \frac{(1 - \omega) 0,354}{0,69 + 0,31 \sqrt{\left(\frac{T}{T_0}\right)}} + \frac{\omega 1,96}{0,06 + 0,94 \sqrt{\frac{T}{T_0}}} \right]. \quad (12.6.5)$$

Зависимость плотности D<sub>2</sub>O от температуры описывается следующим соотношением:

$$\gamma_{\text{D}_2\text{O}}(T) = 1,1048 + 2,0374 \cdot 10^{-4} \cdot T - 9,8367 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 + 5,1097 \times \\ \times 10^{-8} \cdot T^3 - 1,6844 \cdot 10^{-10} \cdot T^4 + 2,0429 \cdot 10^{-13} \cdot T^5. \quad (12.6.6)$$

В остальном при расчете тяжеловодных реакторов можно пользоваться теми же формулами, что и при расчете канальных графитовых реакторов.

## § 13.1. Основные особенности

Работы по созданию реакторов на быстрых нейтронах (БР в отечественной литературе, FR—Fast Reactor — в английской и американской) начались вскоре после появления первого реактора на тепловых нейтронах, когда стало ясно, что на основе БР можно осуществить расширенное воспроизводство делящихся материалов (см. п. 9.3.6). Сейчас разработки БР и реакторов на тепловых нейтронах находятся на различных этапах. Если современное поколение энергетических, например водо-водяных, реакторов представлено серийными устройствами, которые находятся в стадии конструкторской доводки, то реакторы на быстрых нейтронах — пока лишь демонстрационные энергетические реакторы.

Такое положение объясняется несколькими причинами. Здесь и различие в технических проблемах, которые потребовалось решить в периоды освоения реакторов этих типов, и технико-экономические соображения, вытекающие из программы развития ядерной энергетики в целом.

В настоящее время освоен вариант реактора с натриевым теплоносителем (БН). И хотя опыт эксплуатации первых таких реакторов показал, что они еще не доведены до состояния технической и экономической зрелости, ясно, что принципиально задача решена, и на основе БН можно реализовать расширенное воспроизводство делящихся материалов с требуемыми темпами. Это не означает, естественно, что исключается другое, лучшее с той или иной точки зрения, решение. Поэтому параллельно ведутся разработки реакторов с другими теплоносителями. В частности, надежды возлагаются на реакторы с гелиевым охлаждением (БГР), — некоторые специалисты считают, что именно такие реакторы займут ведущее положение среди БР в будущем. Исследуются также возможности создания БР с перегретым водяным паром в качестве теплоносителя (БПР), четирахлоридом азота и др.

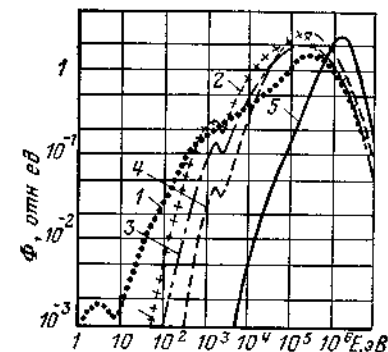
В любом случае исследователи сталкиваются с целым рядом проблем. Важнейшие среди них — проблемы безопасности и устойчивости работы реакторов, например теплоотвод при аварийной остановке в условиях расплавления топлива и т. д.

## 13.1.1. СПЕКТР НЕЙТРОНОВ

Из определения БР (см. § 21) следует, что в таком реакторе должны быть предприняты все возможные меры для того, чтобы спектр нейтронов слабо отличался от спектра нейтронов деления. В реакторе по возможности отсутствуют легкие ядра (нет

Рис. 13.1 Типичные спектры нейтронов в БР мощностью 1000 МВт (эл):

1 — окисное топливо, теплоноситель — пар; 2 — окисное топливо, теплоноситель — натрий; 3 — карбидное топливо, теплоноситель — натрий; 4 — металлическое топливо, теплоноситель — натрий; 5 — спектр нейтронов деления



замедлителя). Незначительное замедление нейтронов происходит в основном вследствие упругих столкновений с ядрами теплоносителя, конструкционных материалов, топлива и неупругого рассеяния на тяжелых ядрах топлива. Поэтому спектры нейтронов в реакторах разных составов примерно одинаковы при больших энергиях и несколько различны в области замедления нейтронов. Такая закономерность объясняется тем, что смещение максимума спектра нейтронов в реакторе по отношению к спектру нейтронов деления обусловлено в основном неупругим рассеянием, а спектр при энергиях  $\leq 10^5$  эВ — упругим, макроскопическое сечение которого более чувствительно (по сравнению с сечением неупругого рассеяния) к тем изменениям в составе реакторов, которые встречаются на практике. На рис. 13.1 приведены спектры нейтронов, типичные для энергетических БР; там же для сравнения дан спектр нейтронов деления 5. Видно, что все спектры практически не содержат тепловых нейтронов, а доли резонансных нейтронов в них малы. Однако сразу же отметим, что различие в спектрах следует считать существенным, если речь идет о сравнении реакторов по воспроизводству в них делящихся материалов.

## 13.1.2. ВОСПРОИЗВОДСТВО ДЕЛЯЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ

Как показано в п. 9.3.6, осуществление уранового и ториевого топливных циклов в расширенном воспроизводстве позволяет использовать в реакторах практически полностью природные уран и торий (кроме потерь при переработке). Для БР в качестве делящегося материала предполагается, как правило, использовать плутоний из-за явного преимущества этого материала по сравнению с другими по воспроизводству (§ 9.3.6), а в качестве воспроизводящего материала — соответственно уран природный или обедненный. Вопрос о целесообразности использования на первом этапе развития БР уранового топлива будет рассмотрен в дальнейшем.

Высокие значения коэффициента воспроизводства (КВ значительно больше единицы) следует рассматривать как одну из наиболее важных особенностей реакторов на быстрых нейтронах. Именно по воспроизводству делящихся материалов и оце-

ниваются обычно перспективы (целесообразность) развития (создания) различных БР. Такой подход к оценке объясняется достаточно просто.

Известно, что АЭС конкурентоспособны с электростанциями на органическом топливе благодаря малой топливной составляющей расчетных затрат. Однако истощение запасов дешевых урановых руд, ожидаемое в начале следующего века, приведет к возрастанию стоимости ядерного топлива в несколько раз и существенному ухудшению экономических показателей АЭС с реакторами на тепловых нейтронах. И тогда положение можно поправить только широким внедрением в энергетику реакторов на быстрых нейтронах, причем только таких, в которых можно вырабатывать новое топливо со скоростью, достаточной для развития энергетики с требуемыми темпами.

Поэтому одной из наиболее универсальных технико-экономических характеристик, используемой для прогнозирования развития БР, служит  $T_2$  — время удвоения количества делящегося материала в системе реакторов на быстрых нейтронах. Ради простоты назовем  $T_2$  временем удвоения. Рассмотрим кратко основные способы уменьшения  $T_2$ . Расчетные формулы для этой величины будут получены в дальнейшем. Сейчас лишь отметим, что в первом приближении

$$T_2 \sim \frac{T_{a.з} + T_n}{T_{a.з} q_0 (KB - 1)},$$

где  $T_{a.з}$  — кампания топлива;  $T_n$  — время выдержки, переработки топлива и изготовления твэлов;  $q_0$  — энергонапряженность делящегося материала, находящегося в реакторе. Видно, что значение  $T_2$  тем меньше, чем больше  $KB - 1$  и  $q_0 T_{a.з} / (T_{a.з} + T_n)$  — энергонапряженность делящегося материала, находящегося в топливном цикле. Последняя величина зависит как от энергонапряженности делящегося материала в реакторе, так и от отношения между кампанией топлива и временем пребывания его во внешних по отношению к реактору звеньях топливного цикла.

Таким образом, стремление получить минимальное значение  $T_2$  приводит к необходимости выбора компромиссного решения при проектировании БР, так как увеличение  $q_0$  и  $T_{a.з}$  достигается ценой смягчения спектра нейтронов, а следовательно, уменьшения  $KB$ . Действительно, для улучшения теплоотвода необходимо увеличивать долю теплоносителя в активной зоне, а для получения большей глубины выгорания — уменьшать эффективную плотность топлива. В то же время значение  $KB$  определяется в основном числом нейтронов, образующихся в среднем при поглощении одного нейтрона ядром делящегося материала, загруженного в реактор, и долей делений ядер сырьевого материала [см. (9.3.6)]. И та, и другая величина уменьшается довольно резко при смягчении спектра нейтронов.

В итоге оптимальным по воспроизводству делящихся материалов оказывается вариант реактора с КВ, отличным от максимального значения, причем это отличие зависит от состава и других характеристик реактора. Поэтому значения коэффициента воспроизводства для энергетических реакторов лежат в относительно широком интервале (1,2—1,5), и в любом случае они заметно меньше, чем в экспериментальных реакторах малой мощности с металлическим плутониевым топливом. В последних  $KB > 2$ . Если учесть еще и тот факт, что экономичность электростанции в конечном итоге характеризуется себестоимостью отпущаемой электроэнергии, то станет ясно, что определение состава и ряда других параметров реактора на быстрых нейтронах — чрезвычайно важная и сложная задача (в том числе и техническая).

### 13.1.3. СЕЧЕНИЯ В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИЙ БЫСТРЫХ НЕЙТРОНОВ

Сечения взаимодействия быстрых и тепловых нейтронов с ядрами существенно различны. Этим обусловлены некоторые особенности БР. Основная из них — высокая концентрация делящихся ядер в активной зоне — объясняется следующим:

1) сечения поглощения для делящихся ядер в рассматриваемой области энергий лишь незначительно больше, чем для пороговых, в то время как для тепловых нейтронов они различаются на порядки величин (см., например, табл. 2.2 и 2.7);

2) сечения поглощения для делящихся ядер близки к сечениям рассеяния для всех ядер (в области энергий тепловых нейтронов первые намного больше вторых).

Поэтому требования критичности БР и, что особенно важно, жесткости спектра нейтронов выполняются лишь при концентрациях делящихся нуклидов в активной зоне значительно больших, чем в реакторах на тепловых нейтронах (примерно 0,5 кг на 1 л активной зоны в реакторе БН-600 по сравнению с 0,075 для ВВЭР-1000). Так как значения объемной доли топлива в активных зонах БР и ВВЭР соизмеримы, то в реакторах на быстрых нейтронах приходится использовать топливо с содержанием  $^{239}\text{Pu}$  более 10 % (табл. 13.1).

В области энергий быстрых нейтронов отношение сечения радиационного захвата для любого ядра к сечению деления для делящегося ядра заметно меньше, чем в области энергий тепловых нейтронов. Поэтому при выборе конструкционных материалов для БР нейтронно-физические ограничения не столь важны, как для реакторов на тепловых нейтронах. По этой же причине в реакторах на быстрых нейтронах менее существенны эффекты отравления и шлакования (§ 9.3), а накопление высших изотопов плутония относительно меньше, чем в реакторах на тепловых нейтронах. Более того,  $^{240}\text{Pu}$  делится лучше, чем  $^{238}\text{U}$  (см. рис. 2.7). Поэтому его накопление в БР не только не приводит



Таблица 13.1. Сравнение характеристик реакторов БН и ВВЭР-1000

Параметр	БН-350	БН-600	ВВЭР-1000
Мощность, МВт: тепловая электрическая	1000 350 (из них 200 на опреснение)	1470 600	3000 1000
Теплоноситель	Натрий	Натрий	Вода
Давление теплоносителя на входе в реактор, МПа	1	1	16,3
Температура теплоносителя, °C: на входе в реактор на выходе из реактора	300 500	380 550	289 323
Топливо	PuO <sub>2</sub> -UO <sub>2</sub>	PuO <sub>2</sub> -UO <sub>2</sub>	UO <sub>2</sub>
Диаметр твэла, мм	6,1	6,9	9,1
Оболочка твэла	Нержавеющая сталь	Нержавею- щая сталь	Сплав цир- кония с ниобием
Высота активной зоны, м	1,06	0,75	3,6
Уплощение активной зоны	0,67	0,36	1,15
Объем активной зоны, л	2080	2500	27 300
Объемная доля в активной зоне: топлива	0,46	0,45	0,29
теплоносителя	0,32	0,33	0,54
Объемная тепловая нагрузка актив- ной зоны, кВт/л	430	530	110
Масса загруженного топлива, т	7,3	8,5	75
Содержание делящегося нуклида, %	23	18	3
Глубина выгорания топлива, МВт·сут/кг (U + Pu)	50	100	40
Коэффициент воспроизводства в ак- тивной зоне	0,9	0,9	0,5
Коэффициент воспроизводства	1,4	1,4	0,5

к падению реактивности, но и положительно влияет на накопление делящихся материалов.

Отметим еще две важные особенности БР, обусловленные малостью полных сечений в области энергии быстрых нейтронов (§ 2.2). Первая из них — незначительное различие значений потока нейтронов в отдельных зонах элементарной ячейки ( $\lambda \gg \bar{l}$ ). Даже поглощение нейтронов рабочими органами СУЗ относительно мало. В связи с этим можно с достаточной для многих задач степенью точности считать реакторы на быстрых нейтронах однородными (см. § 2.1), что значительно упрощает сложные физические расчеты.

Вторая особенность — относительно большая утечка нейтронов из активной зоны (20—40 %). Кроме малости сечений она обусловлена значительно меньшими, чем в реакторе на тепловых нейтронах такой же мощности, размерами активной зоны

БР (табл. 13.1). Нейтроны, уходящие из активной зоны реактора на быстрых нейтронах, используются для воспроизводства делящихся материалов в зоне воспроизводства (экране), содержащей значительные количества (~60 % по объему) природного (обедненного) урана или тория. Во избежание ложного представления о роли экрана отметим сразу же, что воспроизводство делящегося материала в БР происходит также (и даже с большей скоростью, чем в экране) и в активной зоне. Поэтому и принято вводить в рассмотрение понятия коэффициентов воспроизводства в активной зоне (КВА) и в экране (КВЭ), причем так, чтобы  $КВ = КВА + КВЭ$ . О значениях этих величин можно судить по данным табл. 13.1.

#### 13.1.4. ГЛУБИНА ВЫГОРАНИЯ ТОПЛИВА

Для обеспечения экономичности и достаточных темпов наращивания мощности системы реакторов на быстрых нейтронах (получения соответствующего значения  $T_2$ ) требуется энергонапряженность делящегося материала примерно такая же, как и в реакторах на тепловых нейтронах (около 1 МВт/кг). Ее удается достичь только при потоке нейтронов, примерно на два порядка большем [ $10^{16}$  нейтр/(см<sup>2</sup>·с)], чем в реакторах на тепловых нейтронах [ $\Phi_T \approx 3 \cdot 10^{13}$  нейтр/(см<sup>2</sup>·с)], поскольку в БР сечение деления именно во столько раз меньше (плотности нейтронов в таких реакторах соизмеримы).

Кроме того, значение  $T_2$  зависит, как отмечалось ранее, от энергонапряженности делящегося материала, включенного в топливный цикл, —  $q_0 T_{a.z.} / (T_{a.z.} + T_n)$ .

Все это означает, что в реакторах на быстрых нейтронах особенно важно получить большую глубину выгорания топлива  $\rho_{шл}$  (см. п. 9.3.4). Реальные значения  $\rho_{шл} = 50 \div 100$  МВт·сут/кг (U+Pu), что существенно превышает значения  $\rho_{шл}$  в реакторах на тепловых нейтронах (см., например, табл. 13.1). Естественно, что такое различие следует расценивать как важное достоинство БР.

Таким образом, выбор материалов топлива и оболочки твэла для рассматриваемых реакторов — более сложная задача, чем аналогичная для реакторов на тепловых нейтронах, так как здесь речь идет о создании твэла, работоспособного при существенно больших значениях глубины выгорания топлива и интегральных потоков нейтронов и  $\gamma$ -квантов.

В процессе конструирования реактора важно помнить о том, что указанное выше значение  $\rho_{шл}$  достигается за значительно меньший срок, чем соответствующее значение в реакторах на тепловых нейтронах, потому что различие в концентрации делящегося материала больше, чем в глубине выгорания топлива (см. табл. 13.1). Поэтому появляется необходимость более частых перегрузок топлива.



### 13.1.5. ОБЪЕМНАЯ ТЕПЛОВАЯ НАГРУЗКА

Требование высокой энергонапряженности делящегося материала при большой его концентрации в активной зоне приводит к необходимости больших объемных тепловых нагрузок  $q_v$  (до 1 МВт с 1 л активной зоны), значительно больших, чем в реакторах на тепловых нейтронах (см. табл. 13.1). Получение таких значений  $q_v$  — одна из важнейших (и сложнейших) технических задач. Ее решают следующим образом. Во-первых, развивают поверхность твэлов, уменьшая их диаметр примерно до 6 мм (см. табл. 13.1). Во-вторых, подбирают теплоноситель с хорошими теплофизическими свойствами (в то же время слабо замедляющий нейтроны).

Большие значения объемной тепловой нагрузки — конечно же, важное достоинство БР, но одновременно и причина повышенной опасности аварий с потерей теплоносителя. Не случайно поэтому обеспечение безопасности БР в подобного рода ситуациях — сложнейшая проблема, которую следует решать в процессе проектирования реактора. Так как большие значения  $q_v$  приводят к большому остаточному энерговыделению, то возникает необходимость длительного съема тепла после остановки реактора. Ясно, что эту особенность также следует учитывать при конструировании реактора на быстрых нейтронах.

### 13.1.6. ЗАПАС РЕАКТИВНОСТИ

Загрузки топлива в реакторах на быстрых нейтронах близки к критическим из-за малого изменения реактивности, вызванного выгоранием топлива в процессе работы реактора (1—3 %), и малого полного температурного эффекта реактивности (1—3 %). Такое положение возможно благодаря целому ряду факторов.

С одной стороны, в БР, как отмечалось выше, мал эффект шлакования, пренебрежимо мал эффект отравления, а накопление  $^{240}\text{Pu}$  не вызывает падения реактивности. С другой, вследствие высокого значения коэффициента воспроизводства в активной зоне выгорание делящихся ядер, загруженных в реактор, в значительной мере компенсируется накоплением новых. Поэтому выгорание топлива и приводит лишь к малому изменению реактивности. Таким образом, в БР, в отличие от реакторов на тепловых нейтронах, нет необходимости иметь большой запас реактивности в начале кампании реактора.

### 13.1.7. ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Температурный эффект реактивности БР определяется в основном эффектом Доплера, плотностными эффектами теплоносителя и топлива, а также температурной деформацией топлива и элементов конструкции.

Т а б л и ц а 13.2. Составляющие температурного коэффициента реактивности БР,  $10^{-6}^{\circ}\text{C}^{-1}$

Эффект	«Энрико Ферми»	БН-1000
<b>Активная зона</b>		
Эффект Доплера	−2,5 (800 К)	−6,0 (1500 К)
Расширение натрия	−4,4	+1,4
Расширение топлива:		
продольное	−5,8	−1,5
радиальное (с учетом вытеснения натрия)	−0,4	+1,6
Расширение элементов конструкции	−12,8	−8,8
<b>Экран</b>		
Изменение плотности стали и натрия	−6,9	−2,1
Расширение воспроизводящего материала	−0,4	−0,1
Расширение элементов конструкции	−1,3	—

Температурный коэффициент реактивности  $\alpha_t$  реакторов на быстрых нейтронах отрицателен и составляет  $\sim 10^{-5}^{\circ}\text{C}^{-1}$ . Для иллюстрации в табл. 13.2 даны значения отдельных составляющих  $\alpha_t$  двух реакторов на быстрых нейтронах с натриевым теплоносителем: экспериментального с металлическим топливом «Энрико Ферми» и проектируемого энергетического мощностью 1000 МВт (эл.) с окисным топливом.

Знание отдельных составляющих  $\alpha_t$  крайне необходимо для решения проблем безопасности БР, поэтому рассмотрим происхождение, значения и роль температурных эффектов более подробно. Самым важным следует считать эффект Доплера, потому что именно он вносит основной вклад в динамический мощностной эффект реактивности (см. п. 9.2.4). Доплеровское уширение наиболее существенно для неперекрывающихся (разрешенных) резонансов, расположенных в области малых энергий (см. § 2.3). Однако нейтронов с такими энергиями в БР почти нет. При больших значениях энергии сечения не зависят от температуры. Поэтому основную роль обычно играет область слабо перекрывающихся резонансов (0,1—10 кэВ).

Значение доплеровского коэффициента реактивности практически полностью определяется спектром нейтронов в реакторе. А так как спектр нейтронов чувствителен к составу БР (см. рис. 13.1), то этот коэффициент зависит от вида и объемных долей топлива, теплоносителя и конструкционного материала, а также от соотношения концентраций делящегося и воспроизводящего материалов.

Понятно, что смягчение спектра нейтронов (переход от первого реактора ко второму в табл. 13.2) приводит к увеличению абсолютного значения доплеровского коэффициента реактивности. Соответственно изменяется и эффект Доплера. Например,

в БПР его абсолютные значения лежат примерно в интервале  $\Delta k_{эф} = 0,01 \div 0,02$ , в БН —  $0,004 \div 0,008$ , в БГР — там же, где и для предыдущих реакторов при отсутствии в них теплоносителей (0,002 ÷ 0,004).

Плотностной эффект реактивности по теплоносителю практически во всех энергетических БР положителен. Его значение существенно зависит от вида теплоносителя; например, потеря всего теплоносителя в БПР приводит к увеличению реактивности на 0,01—0,03, в БН — на 0,01—0,02, в БГР — на 0,005. Наиболее сложна природа эффекта в БН. Уменьшение плотности натрия сопровождается изменением реактивности по нескольким причинам. Во-первых, увеличивается утечка нейтронов из реактора (отрицательный вклад в коэффициент реактивности). Во-вторых, уменьшается поглощение нейтронов натрием (незначительный положительный эффект). В-третьих, происходит ужесточение спектра нейтронов. При этом увеличиваются  $v_{эф}$  и роль деления  $^{238}\text{U}$ , уменьшаются  $\sigma_c$  (все — положительные эффекты), но также уменьшается  $\sigma_f$  (отрицательный эффект). Соотношение между отдельными слагаемыми зависит в основном от размеров реактора, с увеличением которых уменьшается роль утечки нейтронов и увеличивается роль спектральных эффектов. При этом температурный коэффициент реактивности по натрию может менять знак (см. табл. 13.2).

В реакторах на быстрых нейтронах, в отличие от реакторов других типов, важную роль играет температурное расширение топлива и конструкционных материалов. Эффекты, возникающие в связи с расширением этих компонентов, многочисленны и в совокупности образуют достаточно сложную картину изменения как размеров, так и структуры реактора. Здесь есть и увеличение размеров активной зоны (продольное и радиальное), и вытеснение теплоносителя расширяющимися твэлами, и изгиб твэлов, т. е. все то, что учитывается геометрическим коэффициентом реактивности (см. п. 9.2.1). Существенно также неравномерное по объему (и, что особенно важно, по высоте) изменение плотности топлива (плотностной коэффициент реактивности).

В первом приближении все эффекты удобно свести в две группы в зависимости от вклада их в температурный коэффициент реактивности. Первая из них включает все, влияющее на геометрический параметр реактора (см. п. 7.4.3) — положительный вклад в  $\alpha_t$ ; вторая — на усредненную (эффективную) плотность топлива — отрицательный вклад в  $\alpha_t$ . Как правило, преобладающую роль играет вторая группа.

В заключение отметим, что температурное расширение топлива (и даже элементов конструкции) может оказывать заметное влияние на динамический коэффициент реактивности, поскольку оно воздействует на реактивность практически мгновенно.

### § 13.2. Особенности конструкции

Все современные энергетические реакторы на быстрых нейтронах охлаждаются натрием. Поэтому целесообразно рассмотреть один из таких реакторов, например БН-600. Особенности конструкции реактора БН-600 нельзя изучать в отрыве от принципиальной особенности технологической схемы АЭС (рис. 13.2) — наличия трех основных контуров циркуляции: первого (реакторного) и второго (промежуточного) с натриевым теплоносителем, третьего (паросилового) с водой и паром. Обоснование трехконтурной схемы (вместо наиболее распространенной двухконтурной) в общих чертах очевидно (см., например, п. 13.2.2) — необходимо исключить контакт натрия первого контура с водой во избежание следующих неприятностей:

- 1) воспламенения (взрыва) радиоактивного натрия;
- 2) опасного скачка реактивности при попадании воды из контура высокого давления (более 10 МПа) в контур низкого давления (менее 1 МПа);
- 3) загрязнения основного оборудования АЭС радиоактивными элементами, образовавшимися в реакторе;
- 4) увеличения коррозионной активности натрия.

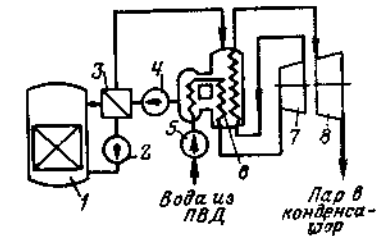
Ясно, что промежуточный контур необходим лишь потому, что невозможно (по крайней мере, при современном уровне развития техники) создать надежный теплообменник, в котором был бы исключен контакт натрия с водой.

С появлением промежуточного контура конструкторы предложили идею интегральной (баковой) компоновки реакторной установки (оборудования первого контура), реализованную в реакторе БН-600 (рис. 13.3). Напорная камера с активной зоной, зоной воспроизводства, хранилищем кассет и нейтронной защитой, а также внутрибаковая биологическая защита, промежуточные теплообменники, насосы первого контура, трубопроводы и металлоконструкции расположены в общем баке — корпусе реактора. Корпус реактора, предназначенный для удержания давления натрия в герметичном пространстве, представляет собой бак цилиндрической формы с эллиптическим днищем и конической верхней частью. Цилиндрическая часть корпуса соединена с днищем с помощью сварки через переходное опорное кольцо. Опорный пояс, установленный на кольце, предназначен для крепления всего основного оборудования реакторной установки. Нагрузка через кольцо передается на катковые опоры, которые закреплены на фундаментной опоре.

В верхней части корпуса реактора имеются отверстия для установки в цилиндрические обечайки теплообменников и насосов, а также двух пово-

Рис. 13.2. Схема блока Белоярской АЭС с реактором БН-600:

1 — реактор; 2 — натриевый насос первого контура; 3 — промежуточный теплообменник; 4 — натриевый насос промежуточного контура; 5 — питательный насос; 6 — парогенератор и промежуточный пароперегреватель; 7 — ЦВД турбины; 8 — ЦСД турбины



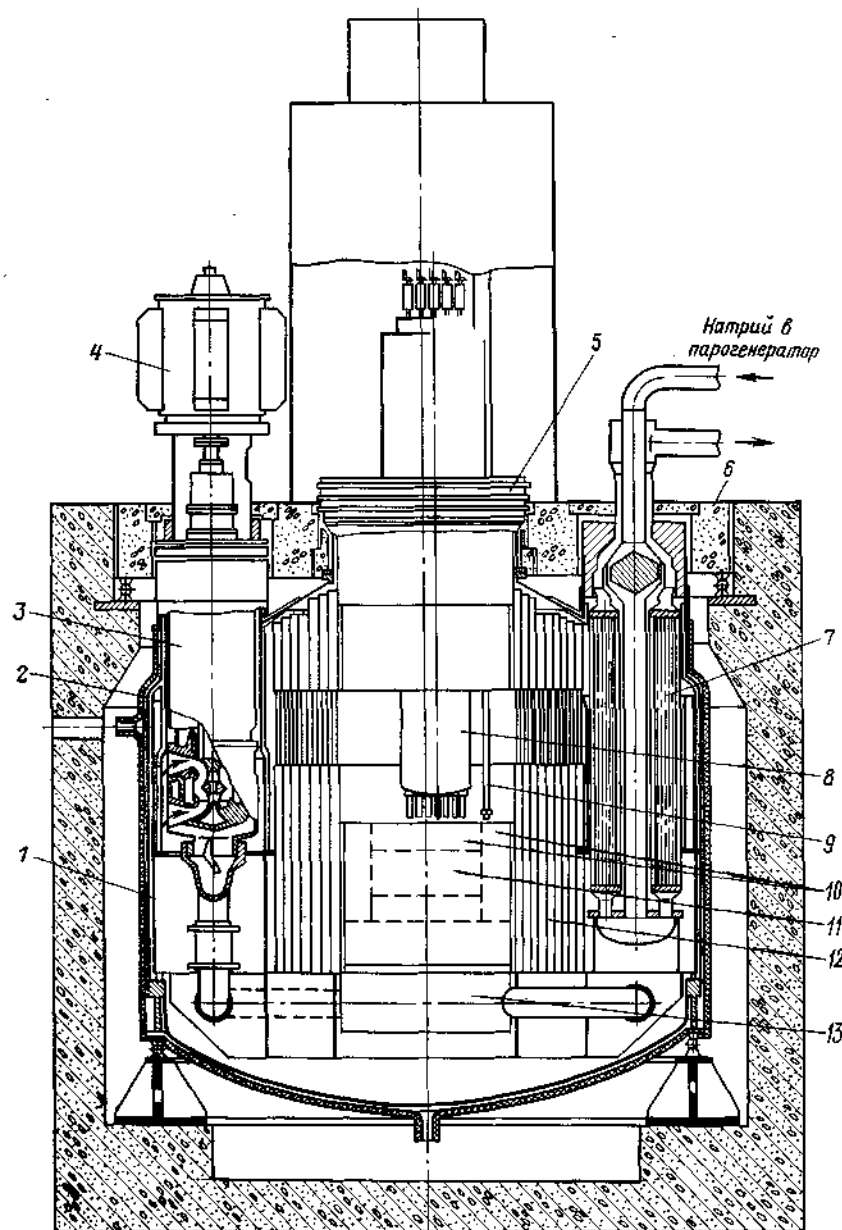


Рис. 13.3. Компонка реакторной установки БН-600:

1 — опорный пояс; 2 — корпус реактора; 3 — натриевый насос первого контура; 4 — электродвигатель; 5 — поворотные пробки; 6 — верхняя неподвижная защита; 7 — промежуточный теплообменник; 8 — центральная колонна с механизмами СУЗ; 9 — механизм перегрузки; 10 — зона воспроизводства; 11 — активная зона; 12 — внутрибаковая биологическая защита; 13 — напорная камера

ротных пробок, меньшая из которых расположена эксцентрично по отношению к большей. Такое расположение позволяет при взаимном вращении пробок обеспечить перегрузку кассет с помощью двух механизмов перегрузки, размещенных на малой пробке. На ней же установлена центральная колонна с механизмами СУЗ. Во время работы реактора зазоры в пробках уплотнены легкоплавкими сплавами.

Охлаждение реактора осуществляется теплоносителем первого контура, циркулирующим по трем петлям. Каждая из них включает в себя два теплообменника и циркуляционный насос с напорными трубопроводами. Из насоса по двум напорным трубам натрий при давлении  $\sim 1$  МПа и температуре  $380^\circ\text{C}$  подается в напорную камеру, где распределяется в соответствии с энерговыделением по кассетам активной зоны и зоны воспроизводства. Часть теплоносителя идет на охлаждение корпуса реактора, хранилища кассет и нейтронной защиты. Нагретый в реакторе до  $550^\circ\text{C}$  натрий при давлении  $\sim 0,1$  МПа поступает в шесть теплообменников через кольцевую проход в биологической защите, окружающей центральную часть реактора. В теплообменниках натрий первого контура проходит по межтрубному пространству сверху вниз и отдает тепло натрию второго контура. Затем он попадает в три сливные камеры, каждая из которых объединяет слив из двух теплообменников и соединена с всасывающей линией одного из трех насосов. Пространство над уровнем натрия в баке реактора и в насосах для предотвращения контакта натрия с воздухом заполнено аргоном.

Отметим, что направление движения теплоносителя и расположение теплообменников выбраны таким образом, чтобы обеспечить охлаждение реактора путем естественной циркуляции при аварийной остановке насосов. Возможность такого охлаждения — одно из существенных преимуществ натрия по сравнению с другими теплоносителями. Применение натрия облегчает также, что чрезвычайно важно для безопасности реактора, решение проблемы охлаждения активной зоны при потере теплоносителя (расплавлении топлива). Кроме того, движение натрия снизу вверх позволяет упростить конструкцию уплотнений поворотных пробок, так как в этом случае инертный газ находится при сравнительно малом давлении (0,14 МПа).

Бак реактора заключен в страховочный кожух. Пространство между ними служит страховочной полостью на случай разгерметизации бака, а также используется для разогрева корпуса реактора перед заполнением его натрием. Во время работы страховочная полость заполнена аргоном. Реактор в сборе размещается в бетонной шахте, верхняя часть которой перекрыта защитой, расположенной вне бака и опирающейся на роликовые опоры. Для локализации возможных выбросов газа из реактора при его разгерметизации предусматривается герметичный металлический защитный козпак.

Активная зона и зона воспроизводства реактора БН-600 набираются из шестигранных кассет размером «под ключ» 96 мм, хвостовики которых вставляются в отверстия напорного коллектора с шагом 98 мм.

Важнейшая особенность реакторов на быстрых нейтронах — существенное уплощение активных зон; эквивалентный диаметр активной зоны реактора БН-600 равен 2050, высота 750 мм. Уплощение при неизменных мощности и объеме активной зоны приводит к уменьшению подогрева теплоносителя, а следовательно, температуры твэлов, в том числе самого напряженного. Этот факт можно полезно использовать, либо уменьшая долю теплоносителя, либо увеличивая удельную мощность. В любом случае получится выигрыш во времени удвоения. Зависимость  $T_2$  от уплощения имеет минимум для заданной мощности. С ростом мощности реактора оптимальное уплощение также увеличивается. Отметим, что уплощение активной зоны способствует

выравниванию распределения энерговыделения по высоте. В реакторе БН-600 коэффициент неравномерности  $K_z \approx 1,2$ .

В реакторах на быстрых нейтронах, как и в других энергетических реакторах (см., например, § 10.2) применяется выравнивание распределения энерговыделения по радиусу активной зоны созданием двух зон (центральной и периферийной), различающихся содержанием в топливе делящихся ядер. Такое выравнивание, так же как и уплощение (и в основном по тем же причинам), позволяет уменьшить время удвоения. В реакторе БН-600 центральная зона содержит 235 кассет (вместе с рабочими органами СУЗ), периферийная 162. Коэффициент неравномерности  $K_r \approx 1,3$ .

Предполагается, что реактор БН-600 будет работать как в режиме конверсии — первая урановая загрузка с обогащением 21 % в зоне плато и 33 % в периферийной зоне, так и в режиме воспроизводства — плутониевая загрузка с содержанием  $^{239}\text{Pu}$  соответственно 15,8 и 21,4 %.

Из общего числа кассет активной зоны (397) 18 компенсирующих, 2 со стержнями автоматического регулирования, 6 со стержнями аварийной защиты и 1 с нейтронным источником. Каждая рабочая кассета активной зоны содержит 127 ТВЭЛов диаметром 6,9 мм, расположенных с шагом 8,05 мм. Топливные таблетки имеют плотность 10—10,6 г/см<sup>3</sup>. Так как в БР глубина выгорания топлива (до 10 % тяжелых ядер) значительно больше, чем в реакторах на тепловых нейтронах, то эффективная (средняя по сечению ТВЭЛА) плотность топлива здесь более низкая. Пористость, необходимая для компенсации распухания топлива, обеспечивается зазором между сердечником и оболочкой, осевым отверстием в таблетках (предусматривается не всегда, но обязательно есть при большой глубине выгорания) и распределенной пористостью в них. В ТВЭЛАх реактора БН-600 эффективная плотность топлива 8,25 г/см<sup>3</sup>. Оболочки ТВЭЛов толщиной 0,4 мм изготавливаются из нержавеющей стали. Дистанционирование ТВЭЛов осуществляется с помощью проволоки, навитой на оболочки и приваренной к заглушкам ТВЭЛов.

Торцевые экраны (верхний и нижний) высотой 400 мм выполнены в тех же чехлах кассет, что и активная зона, и такие же по конструкции. Отличие состоит лишь в том, что в экранах используется двуокись урана плотностью 9,5 г/см<sup>3</sup>. Внизу под торцевым экраном в ТВЭЛе предусмотрена газовая полость высотой 850 мм, предназначенная для сбора газообразных продуктов деления и соответственно снижения давления в ТВЭЛе. Боковая зона воспроизводства состоит из внутреннего (162 кассеты) и внешнего (231 кассета) экранов. Такое условное разделение зоны воспроизводства на две части объясняется существенным различием в потоках нейтронов и соответственно во времени пребывания кассет в реакторе (2,4 года для внутреннего экрана и 7,3 года для внешнего). По конструкции кассеты экранов одинаковы. В каждой из них расположено по 37 стержней диаметром 14,2 мм с толщиной оболочки 0,4 мм, заполненных двуокисью урана плотностью 9,5 г/см<sup>3</sup>. Высота бокового экрана 1520 мм, эквивалентный внешний диаметр 3020 мм.

Средняя длительность пребывания кассет в активной зоне составляет примерно 450 сут, время работы между перегрузками — 150 сут. Перемещение топлива осуществляется на остановленном реакторе дистанционно с помощью двух механизмов перегрузки через хранилище кассет, расположенное в корпусе реактора. В систему перегрузки входят также два элеватора (загрузки и выгрузки), перегрузочный бокс с механизмом передачи кассет, обеспечивающие дальнейшую транспортировку кассет в передаточный барабан отработанных кассет и обратно из барабана свежих кассет. Выгорев-

шие кассеты из барабана передаются на отмывку и последующее длительное хранение в бассейне выдержки.

В заключение отметим, что рассмотренная конструкция БР — лишь один из множества возможных (существующих) вариантов. Принципиальное различие конструкций связано как с компоновкой оборудования (кроме интегральной реализована и петлевая, например в реакторе БН-350), так и с выполнением отдельных элементов конструкции. Например, в некоторых проектах реакторов на быстрых нейтронах с гелиевым охлаждением предусматривается интегральная компоновка в корпусе из предварительно напряженного железобетона.

### § 13.3. Физический расчет реактора

#### 13.3.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСОБЕННОСТИ ФИЗИЧЕСКОГО РАСЧЕТА

Задачи нейтронно-физического расчета, подход к выбору расчетных моделей и методов расчета, а также роль и место физического расчета в выборе оптимального варианта в принципе одинаковы для всех реакторов. Они описаны в пп. 10.6.1 и 10.6.2. Поэтому здесь рассмотрим лишь те особенности, которые присущи физическому расчету БР. Разумеется, кроме перечисленных в данном параграфе, существуют и другие — второстепенные особенности. Их мы также рассмотрим в ходе дальнейшего изложения.

Первая из принципиальных особенностей — некоторое видоизменение задач расчета — обусловлена тем, что в БР изменения реактивности (эффективного коэффициента размножения) вследствие различных эффектов (температурных, мощностного, выгорания топлива) малы (см. п. 13.1.6). Поэтому удобно, и мы так поступим, рассматривать критический реактор при решении задачи о критических размерах, а изменения  $k_{\text{эф}}$ , вызванные указанными эффектами, рассчитывать с помощью теории возмущений (см. § 9.4), применение которой именно в таких случаях достаточно эффективно.

В задаче о критических размерах определяется критическая масса (концентрация делящихся ядер). Кроме того, одна из основных задач физического расчета — определение КВ, поскольку внедрение БР в ядерную энергетику неразрывно связано с воспроизводством топлива.

Вторая особенность относится к спектру нейтронов в реакторе. Интегральные характеристики, определяющие поведение любого реактора, чувствительны практически только к той части спектра нейтронов, в которой сосредоточено основное поглощение (генерация) нейтронов. Поэтому в реакторах на тепловых нейтронах можно ограничиться точным расчетом спектра нейтронов лишь в узком энергетическом интервале (тепловые

и в меньшей степени надтепловые нейтроны), а спектр в остальной области энергий описывать весьма приближенно.

В реакторах на быстрых нейтронах нельзя выделить какую-либо относительно небольшую область энергий с тем, чтобы ей уделить больше внимания, чем другим; необходимо тщательно рассматривать весь спектр нейтронов. Особенно важно, в отличие от реакторов на тепловых нейтронах, что спектр нейтронов в БР более чувствителен к составу и геометрии реактора (см. рис. 13.1), причем в основном в области относительно низких энергий (до  $10^5$  эВ), где решающую роль в формировании спектра играет упругое рассеяние, а изменения происходят как в расположении, так и в форме спектра. Если еще учесть многообразие возможных видов взаимодействия нейтронов больших энергий с ядрами и законов изменения с энергией парциальных сечений, то станет ясно, что точный расчет должен проводиться с использованием многогруппового метода. Опыт показывает, что при этом следует использовать не менее 20—30 энергетических групп.

Приближенные расчеты можно проводить и с меньшим числом групп (например 9 или 4), но тогда с определенной системой констант можно решать только узкий класс задач. Это объясняется тем, что разумные малогрупповые системы констант могут быть получены либо «подгонкой», либо из многогрупповых усреднением по конкретному спектру нейтронов.

Третья особенность физического расчета БР непосредственно следует из упоминавшейся в п. 13.1.3 физической особенности — реакторы на быстрых нейтронах практически гомогенны. Опыт показал, что большая часть расчетов, кроме нескольких специальных, имеет приемлемую точность, если реактор считается гомогенным. Эта особенность чрезвычайно важна, так как позволяет проводить гомогенизацию ячейки (этап физического расчета довольно сложный и обязательный применительно к реакторам на тепловых нейтронах) только в целях введения поправки, учитывающей малый эффект гетерогенности БР.

И, наконец, последняя из принципиальных особенностей — способ решения задачи о критических размерах. Непосредственное решение этой задачи в многогрупповом приближении для реальной трехмерной геометрии практически невозможно, а для двумерной геометрии — чрезвычайно затруднено даже при использовании ЭВМ. Поэтому ее обычно решают, используя предположение о разделении энергетической  $E$  и пространственной  $r$  переменных. В итоге сначала рассматривается задача о спектре нейтронов в различных зонах реактора, затем получается малогрупповая (чаще всего одно- или двухгрупповая) система констант, а собственное число задачи определяется уже решением системы уравнений для двух- или одномерной геометрии в соответствующем малогрупповом приближении (см., например, п. 10.6.3).

Отметим, что этот так называемый «метод редактирования» довольно общий. Иногда он используется и при расчетах ячеек. Последовательность действий при этом следующая:

- 1) грубое рассмотрение, например в диффузионном приближении, пространственной задачи и детальное — спектральной;
- 2) определение малогрупповых сечений с использованием детального спектра в зонах ячейки;
- 3) детальное решение пространственной задачи в малогрупповом приближении.

Однако если для энергетических реакторов на тепловых нейтронах предположение о разделении энергетической и пространственной переменных относительно точное, то применительно к БР оно довольно грубое. Это объясняется тем, что в БР значительное влияние на спектр нейтронов в каждой зоне реактора оказывает утечка (перетечка) нейтронов через границы зоны из-за того, что пространственное смещение «среднего» нейтрона спектра БР соизмеримо с размерами зоны. В реакторах на тепловых нейтронах роль такого возмущения собственного спектра зоны относительно мала, так как длина диффузии заметно меньше типичных размеров зон, т. е. возмущение имеет место только в небольшой области зоны вблизи ее границ.

Таким образом, прямое применение в БР разделения переменных приводит к большой погрешности в собственном числе задачи. Более точный результат можно получить с помощью вариационного метода расчета, который позволяет значительно уменьшить погрешность, возникающую из-за разделения переменных. Прежде чем перейти к выяснению сути этого метода, рассмотрим структурную схему физического расчета БР, поскольку это нетрудно сделать после того, как стали известны особенности расчета.

Рассмотрение проведем, используя рис. 10.13. Как и в случае ВВЭР, в блоке 1 выбираются число зон реактора и методы решения задач на различных этапах расчета. Обычно рассматривается двухзонный цилиндрический реактор с торцевыми и боковым отражателями (экранами). На отдельных этапах расчета используются более простые модели.

Далее (блок 2) готовятся многогрупповые константы для отдельных компонентов зон, причем ядерные плотности для делящихся материалов задаются произвольно или с учетом физических соображений. Поскольку гомогенизация ячейки не проводится, то в блоке 3 определяются константы для гомогенных сред (с учетом объемных долей отдельных компонентов).

Решение задачи о критических размерах ВВЭР представлено в блоках 4 и 5. Так как применительно к БР эта задача несколько видоизменяется — рассматриваются уравнения, полученные с помощью вариационного принципа, и решение находится методом последовательных приближений, то целесообразно отвести задаче один блок 4. На этом этапе расчета можно

рассматривать различные состояния реактора, а можно, что мы и сделаем, ограничиться только рабочим состоянием.

Расчет коэффициента воспроизводства проведем в рамках освобожденного блока 5. Остальная часть структурной схемы остается неизменной, за исключением того, что в блок 8 добавим оценку эффектов выгорания топлива, температурных и мощностного (с помощью теории возмущений).

### 13.3.2. ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД

В рамках простейшего одногруппового приближения на примере задачи на собственное значение выясним возможности и суть одного из вариационных методов, а также технику его использования. Рассмотрим цилиндрический двухзонный реактор с торцевыми и боковыми экранами (аналог нашей расчетной модели). Квазикритическое уравнение для потока нейтронов  $\Phi$  (7.5.7) и соответствующее граничное условие запишем в виде (индекс зоны для простоты опущен):

$$D\Delta\Phi(r) - \Sigma_a\Phi(r) + \Lambda\nu_f\Sigma_f\Phi(r) = 0; \quad (13.3.1)$$

$$\Phi(R_s) = 0, \quad (13.3.2)$$

где  $D$ ,  $\Sigma_a$ ,  $\nu_f\Sigma_f$  — величины, постоянные в пределах зоны (черта над  $D$  ради простоты опущена);  $\Lambda \equiv 1/k_{\text{эф}}$  — собственное значение;  $R_s$  — экстраполированная граница реактора.

Вначале выясним, как лучше рассчитывать собственное значение. Проще всего это сделать непосредственно из уравнения (13.3.1), проинтегрировав его предварительно в пределах объема реактора  $V$ . Тогда

$$\Lambda = \frac{\int_V [\Sigma_a\Phi(r) - D\Delta\Phi(r)] dr}{\int_V \nu_f\Sigma_f\Phi(r) dr}. \quad (13.3.3)$$

Полученная формула — точная, если используется точная функция  $\Phi$ . Однако часто требуется рассчитать  $\Lambda$ , имея лишь приближенную, не удовлетворяющую уравнению (13.3.1) функцию потока нейтронов. И тогда оказывается, что простейшая формула (13.3.3) — далеко не лучшая. Действительно, пусть мы проводим расчет, имея приближенную функцию  $\tilde{\Phi}$  (в вариационном методе ее называют пробной функцией), отличающуюся от точной  $\Phi$  на некоторую величину  $\delta\tilde{\Phi}$  (вариацию  $\tilde{\Phi}$ ), т. е.

$$\Phi = \tilde{\Phi} + \delta\tilde{\Phi}, \quad (13.3.4)$$

причем  $\tilde{\Phi}$  удовлетворяет граничному условию (13.3.2). В результате получаем приближенное значение  $\tilde{\Lambda}$ , такое что

$$\Lambda = \tilde{\Lambda} + \Delta\tilde{\Lambda}, \quad (13.3.5)$$

где  $\Lambda$  — точное собственное значение,  $\Delta\tilde{\Lambda}$  — приращение  $\tilde{\Lambda}$ , соответствующее вариации  $\delta\tilde{\Phi}$ , т. е. обусловленное неточностью значения потока нейтронов. Если используется формула (13.3.3), то

$$\tilde{\Lambda} = \frac{\int_V [\Sigma_a\tilde{\Phi}(r) - D\Delta\tilde{\Phi}(r)] dr}{\int_V \nu_f\Sigma_f\tilde{\Phi}(r) dr}. \quad (13.3.6)$$

Подставляя сюда выражения (13.3.4) и (13.3.5), нетрудно показать, что

$$\Delta\tilde{\Lambda} = \frac{\int_V [\Sigma_a\delta\tilde{\Phi}(r) - D\Delta\delta\tilde{\Phi}(r) - \Lambda\nu_f\Sigma_f\delta\tilde{\Phi}(r)] dr}{\int_V \nu_f\Sigma_f\tilde{\Phi}(r) dr}.$$

Значение  $\tilde{\Lambda}$  можно попытаться определить и другим способом. Заменим точные  $\Phi(r)$  и  $\Lambda$  в уравнении (13.3.1) приближенными, затем умножим уравнение на  $\tilde{\Phi}(r)$  и результат проинтегрируем по  $V$ . В итоге получим формулу

$$\tilde{\Lambda} = \frac{\int_V \tilde{\Phi}(r) [\Sigma_a\tilde{\Phi}(r) - D\Delta\tilde{\Phi}(r)] dr}{\int_V \tilde{\Phi}(r) \nu_f\Sigma_f\tilde{\Phi}(r) dr}, \quad (13.3.7)$$

которая также абсолютно точна, если вместо  $\tilde{\Phi}$  используется точная функция  $\Phi$ . Легко показать, что теперь

$$\Delta\tilde{\Lambda} = \frac{\int_V \delta\tilde{\Phi}(r) [D\Delta\delta\tilde{\Phi}(r) - \Sigma_a\delta\tilde{\Phi}(r) + \Lambda\nu_f\Sigma_f\delta\tilde{\Phi}(r)] dr}{\int_V \tilde{\Phi}(r) \nu_f\Sigma_f\tilde{\Phi}(r) dr}. \quad (13.3.8)$$

Для получения этого выражения привлекались формула Грина (9.4.9) и граничные условия (13.3.2).

Таким образом, используя относительно грубое приближение для потока нейтронов, по формуле (13.3.7) можно достаточно точно ( $\Delta\tilde{\Lambda} \sim \delta\tilde{\Phi}\delta\tilde{\Phi}$ ), и уж, по крайней мере, существенно точнее, чем по формуле (13.3.6) ( $\Delta\tilde{\Lambda} \sim \delta\tilde{\Phi}$ ), рассчитать собственное значение. Правда, в числителе полученного выражения есть слагаемое, содержащее  $\Delta\delta\tilde{\Phi}(r)$ , малость которого, вообще говоря, не следует из малости  $\delta\tilde{\Phi}(r)$ . Тем не менее обычно бывает так, что если  $\tilde{\Phi}$  выбрано относительно удачно, то расчет по формуле (13.3.7) — точный. В этом и заключается одно из достоинств вариационного метода.

Возвратимся теперь к нашей задаче. Известно, что в рассматриваемом реакторе переменные  $r$  и  $z$  не разделяются. Помня об этом, мы все же попытаемся определить собственное значение, считая что

$$\tilde{\Phi}(r) = \Phi(r) \Phi(z), \quad (13.3.9)$$

другими словами, сознательно используем неверное предположение, а следовательно, заведомо получаем  $\tilde{\Lambda}$  вместо  $\Lambda$ .

Подставим пробную функцию (13.3.9) в формулу (13.3.7):

$$\tilde{\Lambda} = \frac{\int_V \int_V \Phi(r) \Phi(z) [\Sigma_a\Phi(r) \Phi(z) - D\Phi(z) \Delta_r\Phi(r) - D\Phi(r) \Delta_z\Phi(z)] r dr dz}{\int_V \int_V \nu_f\Sigma_f\Phi^2(r) \Phi^2(z) r dr dz}. \quad (13.3.10)$$

Последующие действия легко уяснить, если рассматривать  $\tilde{\Lambda}$  как функцию переменных  $r$ ,  $z$ ,  $\Phi(z)$ ,  $\Phi(r)$ ,  $\Phi'(r)$ ,  $\Phi''(r)$ ,  $\Phi''(z)$  и записать формулу для  $\Delta\tilde{\Lambda}$ , аналогичную (13.3.8). Из

вариационного исчисления известно, что приращение  $\Delta\tilde{\Lambda}$  должно содержать в себе первую вариацию  $\delta\tilde{\Lambda}$  функции  $\tilde{\Lambda}$ , вызванную вариациями  $\delta\Phi(r)$  и  $\delta\Phi(z)$ , т. е. слагаемые первой степени от числителя. В то же время из (13.3.8) видно, что в нашем случае таких слагаемых нет. Отсюда следует равенство нулю  $\delta\tilde{\Lambda}$ .

Так как  $\tilde{\Lambda}$  (13.3.10) равно отношению двух интегралов  $I_1$  и  $I_2$ , то

$$\delta\tilde{\Lambda} = \delta\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = \frac{\delta I_1 - \tilde{\Lambda}\delta I_2}{I_2} = \frac{\int_V (\delta F_1 - \tilde{\Lambda}\delta F_2) dr dz}{\int_V F_2 dr dz} = \frac{\int_V \delta F_3 dr dz}{\int_V F_2 dr dz} = 0, \quad (13.3.11)$$

где  $F_1$  и  $F_2$  — подынтегральные функции  $I_1$  и  $I_2$  соответственно;  $F_3 = F_1 - \tilde{\Lambda}F_2$ . Поэтому определим первую вариацию  $\delta F_3$  и приравняем нулю коэффициенты при  $\delta\Phi(r)$  и  $\delta\Phi(z)$ . В результате получим так называемые уравнения Эйлера:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F_3}{\partial \Phi(r)} - \frac{d}{dr} \left[ \frac{\partial F_3}{\partial \Phi'(r)} \right] + \frac{d^2}{dr^2} \left[ \frac{\partial F_3}{\partial \Phi''(r)} \right] &= 0; \\ \frac{\partial F_3}{\partial \Phi(z)} + \frac{d^2}{dz^2} \left[ \frac{\partial F_3}{\partial \Phi''(z)} \right] &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (13.3.12)$$

которым должны соответственно удовлетворять функции  $\Phi(r)$  и  $\Phi(z)$ .

Легко убедиться в том, что для рассматриваемой задачи эти уравнения совпадают и имеют вид

$$D_l \Phi_l(z) \Delta_r \Phi_l(r) + D_r \Phi_l(r) \Delta_z \Phi_l(z) - \Sigma_{al} \Phi_l(z) \Phi_l(r) + \tilde{\Lambda} \nu_{fl} \Sigma_{fl} \Phi_l(z) \Phi_l(r) = 0,$$

где  $l$  — индекс зоны реактора. Отсюда

$$D_l \Delta_r \Phi_l(r) - D_l \kappa_{zl}^2 \Phi_l(r) - \Sigma_{al} \Phi_l(r) + \tilde{\Lambda} \nu_{fl} \Sigma_{fl} \Phi_l(r) = 0 \quad (13.3.13)$$

и

$$D_l \Delta_z \Phi_l(z) - D_l \kappa_{rl}^2 \Phi_l(z) - \Sigma_{al} \Phi_l(z) + \tilde{\Lambda} \nu_{fl} \Sigma_{fl} \Phi_l(z) = 0, \quad (13.3.14)$$

где

$$\kappa_{zl}^2 = -\Delta_z \Phi_l(z) / \Phi_l(z); \quad (13.3.15)$$

$$\kappa_{rl}^2 = -\Delta_r \Phi_l(r) / \Phi_l(r); \quad (13.3.16)$$

$$\kappa_{rl}^2 + \kappa_{zl}^2 = \kappa_l^2 = (\tilde{\Lambda} \nu_{fl} \Sigma_{fl} - \Sigma_{al}) / D_l. \quad (13.3.17)$$

Таким образом, мы получили обычные одномерные уравнения, содержащие по одному дополнительному слагаемому:  $D_l \kappa_{zl}^2 \Phi_l(r)$  в (13.3.13) и  $D_l \kappa_{rl}^2 \Phi_l(z)$  в (13.3.14). Каждое из них соответствует утечке нейтронов в направлении, перпендикулярном рассматриваемому.

Итак, для определения собственного значения следует решить уравнения (13.3.13) и (13.3.14), что можно сделать методом последовательных приближений. Для этого надо задаться первоначальными приближенными значениями  $\tilde{\Lambda}(k_{эф})$  и, например,  $\Phi(z)$  затем определить  $\kappa_z^2$  и решить уравнение (13.3.14). Обычно удобно в качестве первого приближения задаваться значением  $\kappa_z^2$ , равным аксиальной части геометрического параметра реактора  $B_z^2$ . Полученная функция  $\Phi(r)$  используется для определения нового значения  $\Phi(z)$  и т. д. По окончании этих итераций вычисляется новое значение  $k_{эф}$ , и процесс продолжается до сходимости с требуемой точностью. Естественно, что при этом желательно использовать какой-либо из возможных способов ускорения сходимости итераций.

Таким образом, решение задачи с применением вариационного метода начинается с выбора способа определения (представления) искомой величины, при котором приращение результата — величина второго порядка малости, если вариации пробных функций малы. Затем подбирается вид пробных функций и, в случае необходимости, из условия равенства нулю первой вариации искомой величины, вызванной вариациями пробных функций, получаются уравнения для этих функций.

Понятно, что при таком подходе к решению задачи, вообще говоря, относительно точно рассчитывается единственная величина (в нашем примере — собственное значение  $\tilde{\Lambda}$ ). Другие величины, в том числе и пробные функции, могут быть весьма приближенными, причем ничего нельзя сказать об их погрешностях. И только в однорупповом приближении из нескольких пробных функций можно выбрать лучшую, а следовательно, достаточно точно рассчитать любую из интересующих нас величин, если только вид пробной функции не определен заранее (заведомо), как это было в рассмотренном выше примере.

И в заключение несколько слов об особенности техники использования вариационного метода при решении задачи на собственное значение в многогрупповом приближении. Попытка рассчитать  $\tilde{\Lambda}$  в этом случае описанным выше способом [см., например, формулу (13.3.7)] будет безуспешной, так как не удастся получить  $\tilde{\Lambda}$  с приращением столь же высокого порядка малости (13.3.8). Положение будет аналогичным тому, с которым нам пришлось столкнуться при рассмотрении теории возмущений в двухгрупповом приближении (см. п. 9.4.2). Как и тогда, необходимо использовать понятие сопряженной функции (ценности нейтронов) и ввести в рассмотрение сопряженные



уравнения (уравнения для ценности нейтронов). При таком подходе к решению задачи в многогрупповом приближении вариационный метод можно применить с таким же успехом, как и в одnogрупповом приближении, но с той разницей, что теперь нельзя оценить качество подбора пробных функций.

### 13.3.3. РАСЧЕТ КРИТИЧЕСКОЙ МАССЫ

Перейдем к рассмотрению основных этапов физического расчета БР. Из них наиболее важный и интересный для нас — решение задачи о критических размерах, которое мы проводим, как указывалось выше, с помощью вариационного метода. Отметим сразу же, что достоинства вариационного метода при решении задачи в многогрупповом приближении менее очевидны, чем в одnogрупповом, а процесс получения расчетных формул настолько громоздок (по крайней мере, без использования специальной терминологии), что мы вынуждены будем ограничиться лишь некоторыми пояснениями.

Рассмотрим двухзонный цилиндрический реактор с боковым и торцевыми экранами. Пусть точные функции потока  $\Phi_i(r)$  и ценности  $\Phi_i^+(r)$  нейтронов  $i$ -й энергетической группы удовлетворяют соответственно квазикритическим уравнениям [см., например, (6.9.19) и п. 9.4.2)]:

$$D^i \Delta \Phi_i(r) - \Sigma_a^i \Phi_i(r) - \Sigma_R^i \Phi_i(r) + \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_R^{k \rightarrow i} \Phi_k(r) + \frac{\chi_i}{k_{\text{эф}}^0} \sum_{k=1}^m \nu_f^k \Sigma_f^k \Phi_k(r) = 0; \quad (13.3.18)$$

$$D^i \Delta \Phi_i^+(r) - \Sigma_a^i \Phi_i^+(r) - \Sigma_R^i \Phi_i^+(r) + \sum_{k=i+1}^m \Sigma_R^{i \leftarrow k} \Phi_k^+(r) + \frac{\nu_f^i \Sigma_f^i}{k_{\text{эф}}^0} \sum_{k=1}^m \chi_k \Phi_k^+(r) = 0 \quad (13.3.19)$$

(индекс зоны ради простоты опущен), где  $i=1, 2, \dots, m$ ;  $k_{\text{эф}}^0$  — точное значение эффективного коэффициента размножения, а  $\Phi_i(r)$  и  $\Phi_i^+(r)$  удовлетворяют граничным условиям типа (13.3.2).

Будем решать задачу приближенно, используя разделение переменных, т. е. в качестве пробных функций, удовлетворяющих тем же граничным условиям, что и точные, выберем

$$\tilde{\Phi}_i(r) = \Phi_i(r) \Phi(z); \quad \tilde{\Phi}_i^+(r) = \Phi_i^+(r) \Phi^+(z), \quad (13.3.20)$$

где

$$\tilde{\Phi}_i(r) = \Phi_i(r) - \delta \tilde{\Phi}_i(r); \quad \tilde{\Phi}_i^+(r) = \Phi_i^+(r) - \delta \tilde{\Phi}_i^+(r);$$

$\Phi_i$  и  $\Phi_i^+$  — интегральные по объему поток и ценность нейтронов  $i$ -й группы соответственно [зависимости  $\Phi_i$ ,  $\Phi_i^+ = f(i)$  представляют собой соответствующие спектры];  $\Phi(r)$ ,  $\Phi(z)$ ,  $\Phi^+(r)$ ,

$\Phi^+(z)$  — радиальные и аксиальные распределения потока и ценности нейтронов, соответственно (одnogрупповое приближение). Тогда (13.3.5)

$$\tilde{\Lambda} \equiv 1/k_{\text{эф}} = \Lambda - \Delta \tilde{\Lambda}. \quad (13.3.21)$$

Формулу для  $\tilde{\Lambda}$  получим из уравнения (13.3.18), заменяя в нем точные функции  $\Phi_i(r)$  и  $k_{\text{эф}}^0$  приближенными  $\tilde{\Phi}_i(r)$  и  $k_{\text{эф}}$  соответственно, умножая его затем на  $\tilde{\Phi}_i^+(r)$ , интегрируя результат по объему реактора и суммируя по всем энергетическим группам:

$$\begin{aligned} \tilde{\Lambda} = & \frac{1}{\sum_{i=1}^m \int_V \tilde{\Phi}_i^+ \Phi^+(r) \Phi^+(z) \chi_i \sum_{k=1}^m \nu_f^k \Sigma_f^k \Phi_k(r) \Phi(z) r dr dz} \times \\ & \times \sum_{i=1}^m \int_V \tilde{\Phi}_i^+ \Phi^+(r) \Phi^+(z) \{ - D^i \Delta \Phi_i(r) \Phi(z) + \\ & + (\Sigma_a^i + \Sigma_R^i) \Phi_i(r) \Phi(z) - \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_R^{k \rightarrow i} \Phi_k(r) \Phi(z) \} r dr dz. \end{aligned} \quad (13.3.22)$$

Ясно, что, оперируя с уравнением (13.3.19) и функцией  $\tilde{\Phi}_i(r)$ , можно получить и другое выражение для  $\tilde{\Lambda}$ , эквивалентное (13.3.22):

$$\begin{aligned} \tilde{\Lambda} = & \frac{1}{\sum_{i=1}^m \int_V \Phi_i \Phi(r) \Phi(z) \nu_f^i \Sigma_f^i \sum_{k=1}^m \chi_k \Phi_k^+ \Phi^+(r) \Phi^+(z) r dr dz} \times \\ & \times \sum_{i=1}^m \int_V \Phi_i \Phi(r) \Phi(z) \{ - D^i \Delta \Phi_i^+(r) \Phi^+(z) + \\ & + (\Sigma_a^i + \Sigma_R^i) \Phi_i^+(r) \Phi^+(z) - \sum_{k=i+1}^m \Sigma_R^{i \leftarrow k} \Phi_k^+(r) \Phi^+(z) \} r dr dz. \end{aligned} \quad (13.3.23)$$

Заметим, что пробные функции (13.3.20) кусочно-постоянны в объеме реактора (разрывы первого рода на границах между зонами), так как  $\Phi_i$  и  $\Phi_i^+$  изменяются скачкообразно при переходе из одной зоны в другую. Поэтому формула Грина (9.4.9) несправедлива для всего объема реактора, а следовательно, первая вариация  $\delta \tilde{\Lambda}$  функции  $\tilde{\Lambda}$ , определенной любым из выражений (13.3.22) и (13.3.23), не равна нулю. Действительно, применяя формулу Грина (9.4.9) для отдельной зоны (в таком случае она справедлива) и заменяя интеграл по объему реактора суммой интегралов по всем зонам, получаем прираще-



ние  $\Delta\tilde{\Lambda}$  функции  $\tilde{\Lambda}$  (13.3.22), например, содержащее поверхностные интегралы вида

$$\sum_{i=1}^m \sum_{l \neq l_{\text{внешн}}} \int_{S_l} D_l^i \left[ \delta\Phi_{il}(r) \frac{\partial\Phi_{il}^+(r)}{\partial n_l} - \Phi_{il}^+(r) \frac{\partial\delta\Phi_{il}(r)}{\partial n_l} \right] dS, \quad (13.3.24)$$

где  $S_l$  — поверхность  $l$ -й зоны, причем суммирование распространяется только на внутренние поверхности зон (поверхности разрывов), так как на границе реактора пробные функции равны нулю.

Таким образом, для реализации основного достоинства вариационного метода ( $\delta\tilde{\Lambda}=0$ ) необходимо дальнейшее улучшение формул (13.3.22) и (13.3.23), для чего можно воспользоваться методом, известным в математике под названием метода множителей Лагранжа. Необходимо только предварительно замкнуть в поверхностных интегралах (13.3.24) двухзначные функции однозначными (любое значение в пределах скачка), а градиенты этих функций — их поверхностными аналогами. Тогда формула Грина (9.4.9) будет справедлива во всем объеме реактора и для разрывных функций.

Дальнейшие преобразования не сопровождаются какими бы то ни было принципиальными трудностями, однако как выкладки, так и последующее решение полученных при этом уравнений становятся еще более громоздкими. Поэтому в ущерб точности будем просто пренебрегать поверхностными интегралами (13.3.24) в выражении для  $\Delta\tilde{\Lambda}$ , т. е. считать  $\delta\tilde{\Lambda}$  равным нулю, несмотря на то, что задача решается с использованием разрывных пробных функций. При этом мы некорректно учитываем перетечки нейтронов между зонами и в общем случае заметно ухудшаем точность определения собственного значения, однако не настолько, чтобы совсем отказаться от использования вариационного метода.

В оправдание своих действий отметим также, что вносимая погрешность существенно зависит от масштаба скачков пробных функций, а в нашей расчетной модели реактора большие скачки наблюдаются только на границе активной зоны с экранами. Важно также, что влияние активной зоны на спектры потока и ценности нейтронов в экране значительно больше, чем обратное. Поэтому погрешность в  $k_{\text{эф}}$ , обусловленная использованием предположения о равенстве нулю  $\delta\tilde{\Lambda}$ , относительно мала (значение эффективного коэффициента размножения зависит в основном от спектров в активной зоне, а не в экранах). Не следует только забывать о том, что погрешности спектров (особенно в экранах) могут быть велики.

Итак, пусть первая вариация  $\delta\tilde{\Lambda}$  функции  $\tilde{\Lambda}$  равна нулю. Тогда функции  $\Phi_i$ ,  $\Phi(r)$  и  $\Phi(z)$  удовлетворяют уравнениям Эй-

лера, которые для  $l$ -й зоны реактора легко получаются из условия равенства нулю  $\delta\tilde{\Lambda}$  функции  $\tilde{\Lambda}$  (13.3.22) относительно вариаций  $\delta\Phi_i^+$ ,  $\delta\Phi^+(r)$  и  $\delta\Phi^+(z)$  соответственно. Эти уравнения преобразуем к виду

$$-(\kappa_{rl}^2 + \kappa_{zl}^2) D_l^i \Phi_{il} - \Sigma_{aRl}^i \Phi_{il} + \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_{Rl}^{k \rightarrow i} \Phi_{kl} + \frac{\chi_l}{k_{\text{эф}}} \sum_{k=1}^m \nu_{il}^k \Sigma_{il}^k \Phi_{kl} = 0, \quad (13.3.25)$$

$$D_l \Delta_r \Phi_l(r) - \kappa_{rl}^2 D_l \Phi_l(r) - \Sigma_{al} \Phi_l(r) + \frac{\nu_{il} \Sigma_{il}}{k_{\text{эф}}} \Phi_l(r) = 0; \quad (13.3.26)$$

$$D_l \Delta_z \Phi_l(z) - \kappa_{zl}^2 D_l \Phi_l(z) - \Sigma_{al} \Phi_l(z) + \frac{\nu_{il} \Sigma_{il}}{k_{\text{эф}}} \Phi_l(z) = 0, \quad (13.3.27)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{rl}^2 &= -\Delta_r \Phi_l(r) / \Phi_l(r); & \kappa_{zl}^2 &= -\Delta_z \Phi_l(z) / \Phi_l(z); \\ \Sigma_{aRl}^i &= \Sigma_{al}^i + \Sigma_{Rl}^i; \\ \kappa_{rl}^2 + \kappa_{zl}^2 &= \kappa_l^2 = \frac{\nu_{il} \Sigma_{il} / k_{\text{эф}} - \Sigma_{al}^i}{D_l}; \\ D_l &= \frac{\sum_{i=1}^m \Phi_{il}^+ D_l^i \Phi_{il}}{\sum_{i=1}^m \Phi_{il}^+ \Phi_{il}}; \\ \Sigma_{al} &= \frac{\sum_{i=1}^m \Phi_{il}^+ \left\{ \Sigma_{aRl}^i \Phi_{il} - \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_{Rl}^{k \rightarrow i} \Phi_{kl} \right\}}{\sum_{i=1}^m \Phi_{il}^+ \Phi_{il}}; \\ \nu_{il} \Sigma_{il} &= \frac{\sum_{i=1}^m \Phi_{il}^+ \chi_l \sum_{k=1}^m \nu_{il}^k \Sigma_{il}^k \Phi_{kl}}{\sum_{i=1}^m \Phi_{il}^+ \Phi_{il}}. \end{aligned} \right\} \quad (13.3.28)$$

Уравнение для  $\Phi_{il}^+$  получается аналогично с тем лишь отличием, что рассматривается  $\delta\tilde{\Lambda}$  функции  $\tilde{\Lambda}$  (13.3.23) относительно вариации  $\delta\Phi_i$ . Оно имеет вид

$$-(\kappa_{rl}^2 + \kappa_{zl}^2) D_l^i \Phi_{il}^+ - \Sigma_{aRl}^i \Phi_{il}^+ + \sum_{k=i+1}^m \Sigma_{Rl}^{i \rightarrow k} \Phi_{kl}^+ + \frac{\nu_{il} \Sigma_{il}^i}{k_{\text{эф}}} \sum_{k=1}^m \chi_k \Phi_{kl}^+ = 0. \quad (13.3.29)$$

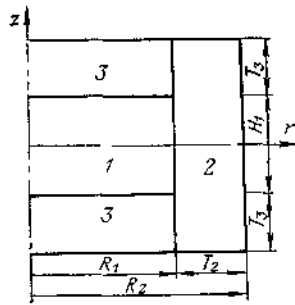


Рис 13.4 Упрощенная расчетная модель реактора (1—3 — индексы зон)

Пространственное распределение ценности нейтронов такое же, как и потока нейтронов, что и следовало ожидать, так как пространственная задача рассматривается в одnogрупповом приближении. Таким образом, задача сводится к решению уравнений (13.3.25) — (13.3.27) и (13.3.29) с константами, определяемыми формулами (13.3.28), и с граничными условиями типа (13.3.2). Как и раньше (см. п. 13.3.3), для этого можно воспользоваться методом последовательных приближений.

Отметим, что данный способ решения задачи в многогрупповом приближении заметно отличается от используемого обычно при расчете реакторов на тепловых нейтронах, например ВВЭР (см. пп. 10.6.5. и 10.6.6). Во-первых, определением малогрупповых (одnogрупповых) констант; здесь они получаются усреднением с весами интегральных потоков и ценностей нейтронов. Естественно, что предварительно находятся соответствующие спектры в каждой зоне реактора. Во-вторых, отличие состоит в более тщательном учете перетечек нейтронов между зонами при рассмотрении спектральной задачи.

Несмотря на то, что использование вариационного метода сопровождалось введением ряда приближений, решение задачи по-прежнему громоздко и практически невозможно без привлечения ЭВМ. Поэтому можно воспользоваться относительно малым различием в спектрах для центральной и периферийной зон реактора и упростить расчетную модель: вместо двухзонного рассматривать однородный реактор (рис. 13.4), а наличие зонной структуры учесть в дальнейшем с помощью теории возмущений. Напомним, что экраны в реакторе на быстрых нейтронах предназначены не столько для возврата нейтронов в активную зону, сколько для воспроизводства топлива. Поэтому замена экранов (или даже одного из них) соответствующими эффективными добавками невозможна хотя бы потому, что для последующего расчета КВ необходимо знать спектры в экранах, заметно отличающиеся от спектров в активной зоне.

Переход к упрощенной расчетной модели реактора существенно облегчает решение задачи, если воспользоваться следующими физическими соображениями:

1) распределения потоков нейтронов в торцевом экране по  $r$  и в боковом по  $z$  примерно совпадают с соответствующими распределениями в активной зоне, т. е. можно считать, что

$$\kappa_{r3}^2 = \kappa_{r1}^2, \quad \text{а} \quad \kappa_{z2}^2 = \kappa_{z1}^2;$$

2) экраны представляют собой неразмножающие среды;

3) в рамках спектральной задачи утечку нейтронов из активной зоны можно рассматривать как дополнительный внешний источник для экранов, радиальную утечку из торцевого экрана — как аналогичный источник для бокового экрана, а утечками из бокового и аксиальной из торцевого экранов пренебречь.

Изменения в уравнениях (13.3.25) и (13.3.29), следующие из этих соображений, очевидны, а уравнения (13.3.26) и (13.3.27) удобно записать в виде:

для активной зоны ( $l=1$ )

$$\Delta_r \Phi_1(r) + \kappa_{r1}^2 \Phi_1(r) = 0, \quad \Delta_z \Phi_1(z) + \kappa_{z1}^2 \Phi_1(z) = 0; \quad (13.3.30)$$

для торцевого экрана ( $l=3$ )

$$\Delta_r \Phi_3(r) + \kappa_{r1}^2 \Phi_3(r) = 0; \quad \Delta_z \Phi_3(z) - \kappa_{z3}^2 \Phi_3(z) = 0; \quad (13.3.31)$$

для бокового экрана ( $l=2$ )

$$\Delta_r \Phi_2(r) - \kappa_{r2}^2 \Phi_2(r) = 0; \quad \Delta_z \Phi_2(z) + \kappa_{z1}^2 \Phi_2(z) = 0, \quad (13.3.32)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{r1}^2 + \kappa_{z1}^2 &= \kappa_1^2 = \frac{\nu f_1 \Sigma_{f1}/k_{\infty} - \Sigma_{a1}}{D_1}; \\ \kappa_{r2}^2 &= \kappa_2^2 + \kappa_{z1}^2; \quad \kappa_{z3}^2 = \kappa_3^2 + \kappa_{r1}^2; \\ \kappa_2^2 &= \frac{\Sigma_{a2} - \nu f_2 \Sigma_{f2}/k_{\infty}}{D_2}; \\ \kappa_3^2 &= \frac{\Sigma_{a3} - \nu f_3 \Sigma_{f3}/k_{\infty}}{D_3}. \end{aligned} \right\} \quad (13.3.33)$$

Используя условия типа (7.6.3) равенства потоков и токов нейтронов на поверхностях раздела активной зоны и экранов, получаем (7.6.6)

$$D_1 \kappa_{z1} \operatorname{tg} \left( \kappa_{z1} \frac{H}{2} \right) = D_3 \kappa_{z3} \operatorname{cth} (\kappa_{z3} T_3) \quad (13.3.34)$$

и (7.6.28)

$$\kappa_{r1} \frac{J_1(\kappa_{r1} R_1)}{J_0(\kappa_{r1} R_1)} = \kappa_{r2} \frac{D_2}{D_1} \left[ \frac{I_1(\kappa_{r2} R_1) K_0(\kappa_{r2} R_2) + K_1(\kappa_{r2} R_1) I_0(\kappa_{r2} R_2)}{K_0(\kappa_{r2} R_1) I_0(\kappa_{r2} R_2) - K_0(\kappa_{r2} R_2) I_0(\kappa_{r2} R_1)} \right], \quad (13.3.35)$$

где (см. рис. 13.4)  $H_1$  — высота активной зоны;  $T_3$  — высота торцевого экрана;  $R_1$  — радиус активной зоны;  $R_2$  — внешний радиус бокового экрана. Эту систему уравнений следует рассматривать как условие критичности реактора, если материальные параметры  $\kappa_{z1}$ ,  $\kappa_{z3}$ ,  $\kappa_{r1}$  и  $\kappa_{r2}$  определены по формулам (13.3.33) при  $k_{\infty} = 1$ .

Приведем одну из возможных схем определения критической концентрации делящихся ядер в активной зоне (критической массы). Она основана на методе последовательных приближений. Расчет начинается с решения спектральной задачи. Предварительно необходимо произвольно или, используя какие-то разумные соображения, задаться первоначальными значениями концентрации делящихся ядер, а также аксиальной и радиальной составляющих материального параметра активной зоны. При этом желательно реализовать еще одно из достоинств принятой расчетной модели реактора — возможность достаточно точно задать значения  $\kappa_{r1}^2$  и  $\kappa_{z1}^2$ , что, естественно, приведет к быстрой сходимости последующих итераций. Понятно, что речь идет о соответствующих составляющих геометрического параметра эквивалентного гомогенного реактора без отражателя, т. е. о величинах

$$B_{r1}^2 = 2,405/(R_1 + \delta_r); B_{z1}^2 = \pi/(H_1 + 2\delta_z). \quad (13.3.36)$$

Используя спектр нейтронов деления вместо неизвестного пока спектра нейтронов, можно после расчета гомогенных макроконстант для активной зоны и экранов оценить значения эффективных добавок по следующей формуле (7.6.12):

$$\delta_z \approx \delta_r \approx \frac{D_1}{D_3} M_3 = \frac{D_1}{\sqrt{D_3 \Sigma_{a3}}} \approx \frac{\sum_{i=1}^m D_{i1}^i \chi_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^m D_{i3}^i \chi_i \sum_{i=1}^m \Sigma_{a3}^i \chi_i}}. \quad (13.3.37)$$

Затем решают спектральную задачу, начиная, например, с уравнений для интегральных по объему потоков нейтронов. При этом удобно использовать нормировку

$$\sum_{k=1}^m \nu_{f1}^k \Sigma_{f1}^k \Phi_{k1} = k_{\text{эф}}, \quad (13.3.38)$$

с учетом которой уравнение (13.3.25) для активной зоны можно записать в виде

$$\Phi_{i,1} = \left( \chi_i + \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_{R1}^{k \rightarrow i} \Phi_{k1} \right) / (\kappa_{r1}^2 D_1^i + \Sigma_{aR1}^i). \quad (13.3.39)$$

Формулу (13.3.39) используют для последовательного расчета  $\Phi_{i,1}$ , начиная с первой группы.

Значения  $\Phi_{i,2}$  и  $\Phi_{i,3}$  определяют аналогично в следующей последовательности:

$$\Phi_{i,3} = \left( \kappa_{z1}^2 D_1^i \Phi_{i1} + \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_{R3}^{k \rightarrow i} \Phi_{k3} \right) / (\kappa_{r1}^2 D_3^i + \Sigma_{aR3}^i); \quad (13.3.40)$$

$$\Phi_{i,2} = \left( \kappa_{r1}^2 D_1^i \Phi_{i1} + \kappa_{r1}^2 D_3^i \Phi_{i3} + \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_{R2}^{k \rightarrow i} \Phi_{k2} \right) / \Sigma_{aR2}^i \quad (13.3.41)$$

(в первом приближении пренебрегаем делением ядер в экранах).

Расчет интегральных по объему ценностей нейтронов проводят так же, как и интегральных потоков нейтронов, но, начиная с последней группы. В качестве нормировки используют условие

$$\sum_{k=1}^m \chi_k \Phi_{k1}^+ = k_{\text{эф}}. \quad (13.3.42)$$

Расчетные формулы имеют вид (13.3.29):

$$\Phi_{i1}^+ = \left( \nu_{f1}^i \Sigma_{f1}^i + \sum_{k=i+1}^m \Sigma_{R1}^{i \rightarrow k} \Phi_{k1}^+ \right) / (\kappa_{r1}^2 D_1^i + \Sigma_{aR1}^i); \quad (13.3.43)$$

$$\Phi_{i3}^+ = \left( \kappa_{z1}^2 D_1^i \Phi_{i1}^+ + \sum_{k=i+1}^m \Sigma_{R3}^{i \rightarrow k} \Phi_{k3}^+ \right) / (\kappa_{r1}^2 D_3^i + \Sigma_{aR3}^i); \quad (13.3.44)$$

$$\Phi_{i2}^+ = \left( \kappa_{r1}^2 D_1^i \Phi_{i1}^+ + \kappa_{r1}^2 D_3^i \Phi_{i3}^+ + \sum_{k=i+1}^m \Sigma_{R2}^{i \rightarrow k} \Phi_{k2}^+ \right) / \Sigma_{aR2}^i. \quad (13.3.45)$$

После решения спектральной задачи определяют одгрупповые константы  $D_i$ ,  $\Sigma_{ai}$ ,  $\nu_i \Sigma_{fi}$  (13.3.28) для всех зон реактора, и из системы уравнений (13.3.34), (13.3.35) с учетом (13.3.33) находят (численно или графически) новые значения  $\kappa_{r1}^2$  и  $\kappa_{z1}^2$ . Обычно отличие этих значений от исходных (13.3.36) настолько мало, что можно переходить к расчету критической концентрации делящихся ядер в активной зоне. Для этого, используя новое значение  $\kappa_{r1}^2$ , по формуле (13.3.39) определяют  $\Phi_{i,1}$ , а затем из условия нормировки (13.3.38) — эффективный коэффициент размножения. Если  $k_{\text{эф}}$  отличается от единицы, то необходимо задаться новым значением концентрации делящихся ядер, найти макроскопические константы для активной зоны и повторить расчет. Итерации продолжают до тех пор, пока не будет получено значение  $k_{\text{эф}} = 1$  с требуемой точностью.

Для ускорения сходимости можно воспользоваться формулой, полученной с помощью теории возмущений (см. п. 9.4.1). В случае плутониевой загрузки ( $U+^{239}\text{Pu}$ ), например, она имеет вид

$$\Delta c_9 = \{ (k_{\text{эф}} - 1) \nu_{f1} \Sigma_{f1} / (\widehat{\nu_{f1} \Sigma_{f1}} - \widehat{\Sigma_{a1} k_{\text{эф}}}) \}, \quad (13.3.46)$$

где  $\Delta c_9 = c_9 - c_9^{\text{кр}}$  — отличие рассматриваемого значения концентрации  $^{239}\text{Pu}$  в топливе ( $c_9$ ) от критического ( $c_9^{\text{кр}}$ );  $k_{\text{эф}}$  — значение эффективного коэффициента размножения, соответствующее  $c_9$ ;

$$\widehat{\nu_{f1} \Sigma_{f1}} = \left[ N_T \sum_{i=1}^m \Phi_{i1}^+ \chi_i \sum_{k=1}^m \Phi_{k1} (\nu_{f9}^k \sigma_{f9}^k - \nu_{fU}^k \sigma_{fU}^k) \right] / \sum_{i=1}^m \Phi_{i1}^+ \Phi_{i1}; \quad (13.3.47)$$

$$\widehat{\Sigma_{a1}} = \left[ N_T \sum_{i=1}^m \Phi_{i1}^+ \Phi_{i1} (\sigma_{a9}^i + \sigma_{aU}^i) \right] / \sum_{i=1}^m \Phi_{i1}^+ \Phi_{i1}; \quad (13.3.48)$$

$N_T$  — ядерная плотность топлива, гомогенно размешанного по активной зоне реактора.

После определения критической концентрации делящихся ядер проводится уточнение спектров в экранах с учетом новых  $\kappa_{r1}^2$ ,  $\kappa_{z1}^2$  и спектров в активной зоне. Теперь надо также учесть деление ядер в экранах, поэтому уравнения (13.3.25) и (13.3.29) при  $l=2$  и  $3$  удобно решать методом итераций.

Например, уравнение для  $\Phi_{i3}$  можно записать в виде

$$\Phi_{i3}^{(n)} = \frac{\kappa_{21}^2 D_1^i \Phi_{i1} + \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_{R3}^{k-i} \Phi_{k3}^{(n)} + \chi_i \sum_{k=1}^m \nu_{j3}^k \Sigma_{f3}^k \Phi_{k3}^{(n-1)}}{\kappa_{r1}^2 D_3^i + \Sigma_{aR3}^i}, \quad (13.3.49)$$

где  $\Phi_{i3}^{(n)}$  и  $\Phi_{i3}^{(n-1)}$  — интегральные по объему потоки нейтронов в торцевом экране в  $n$ -м и  $(n-1)$ -м приближениях соответственно. В качестве исходных принимаются значения  $\Phi_{i3}$ , полученные ранее без учета деления ядер в экране.

Аналогично рассчитываются остальные спектры в экранах, и на этом заканчивается решение в первом приближении задачи о критических размерах.

Затем следует второе приближение, т. е. находятся (в рассмотренной выше последовательности) новые значения составляющих материального параметра, спектров и критической концентрации делящихся ядер в активной зоне, а также спектров в экранах и т. д. Опыт показывает, что часто приемлемые для приближенных расчетов результаты получаются уже после первого приближения.

Таким образом, с помощью вариационного метода удается относительно легко и точно решить задачу о критических размерах однородного реактора. Затем можно учесть наличие в активной зоне двух областей, различающихся содержанием  $^{239}\text{Pu}$ . Напомним, что соотношение между значениями концентрации ядер  $^{239}\text{Pu}$  в центральной ( $c_9^n$ ) и периферийной ( $c_9^n$ ) зонах зависит от способа перегрузки кассет (см. § 10.5), который определяет также распределение энерговыделения. Пусть, например, профилирование осуществляется таким образом, что энерговыделения по оси реактора ( $r=0$ ) и в периферийной зоне на границе с центральной зоной ( $r=R_0$ ) равны (предполагаем, что профилирование не изменяет распределения потока нейтронов по радиусу). Тогда, пренебрегая делением урана, получаем

$$c_9^n = c_9^n J_0(\kappa_{r1} R_0). \quad (13.3.50)$$

Рассматривая один из двух критических реакторов (однородный или двухзонный) как возмущенный по отношению к другому, можно с помощью формулы теории возмущений типа (9.4.15) записать второе из требуемых для решения задачи уравнений в виде

$$\Delta c_9^n \int_0^{R_0} J_0^2(\kappa_{r1} r) r dr + \Delta c_9^n \int_{R_0}^{R_1} J_0^2(\kappa_{r1} r) r dr = 0 \quad (13.3.51)$$

(пренебрегаем различием коэффициентов диффузии и спектров в зонах), где

$$\Delta c_9^n = c_9 - c_9^n; \quad \Delta c_9^n = c_9^n - c_9; \quad (13.3.52)$$

$c_9$  — критическая концентрация  $^{239}\text{Pu}$  в однородной активной зоне.

Совместное решение уравнений (13.3.50) и (13.3.51) с учетом (13.3.52) позволяет оценить искомые значения критической концентрации для неоднородного реактора.

### 13.3.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВОСПРОИЗВОДСТВА И ВРЕМЕНИ УДВОЕНИЯ

По определению (см. п. 9.3.6)

$$KB = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_j \int_V \Phi_i(r) \Sigma_c^{ji}(r) dr}{\sum_{i=1}^m \sum_k \int_V \Phi_i(r) \Sigma_a^{ki}(r) dr}, \quad (13.3.53)$$

где  $j$  — индекс порогового (воспроизводящего) нуклида;  $k$  — индекс делящегося нуклида;  $V$  — объем реактора.

Рассмотрим урановый топливный цикл. Ради простоты учитываем только один делящийся нуклид —  $^{239}\text{Pu}$  и пренебрегаем его выгоранием в экранах. Тогда для нашей расчетной модели (см. п. 13.3.4):

$$KB_A = \frac{\sum_{i=1}^m [\Sigma_{c11}^{8i} \psi + \Sigma_{c11}^{8i} (1 - \psi)] \Phi_{i1}}{\sum_{i=1}^m [\Sigma_{a11}^{9i} \psi + \Sigma_{a11}^{9i} (1 - \psi)] \Phi_{i1}}; \quad (13.3.54)$$

$$KB_E = \frac{\sum_{i=1}^m (\Sigma_{c2}^{8i} \Phi_{i2} + \Sigma_{c3}^{8i} \Phi_{i,3})}{\sum_{i=1}^m [\Sigma_{a2}^{9i} \psi + \Sigma_{a3}^{9i} (1 - \psi)] \Phi_{i1}}, \quad (13.3.55)$$

где величина

$$\psi = \frac{\int_0^{R_0} J_0(\kappa_{r1} r) r dr}{\int_0^{R_1} J_0(\kappa_{r1} r) r dr} \quad (13.3.56)$$

введена для учета различия в значениях интегральных потоков центральной и периферийной зон. Остальные обозначения, ввиду их очевидности, не требуют дополнительных пояснений.

Отметим, что предлагаемый способ расчета КВ следует рассматривать лишь как оценку из-за относительно большой погрешности в спектрах. Последнее объясняется применением как вариационного метода в рассмотренной модификации, так и упрощенной схемы расчета, в рамках которой совсем не учитывались изменения энергетического и пространственного распределений потока нейтронов в активной зоне и экранах при переходе от однородного реактора к неоднородному.

Перейдем к выводу расчетной формулы для времени удвоения. Рассмотрим систему, состоящую из одинаковых реакторов на быстрых нейтронах, работающих в режиме воспроизводства. Пусть эта система и мощности заводов по переработке топлива и изготовлению твэлов настолько велики, что топливо перемещается в топливном цикле непрерывно, причем в течение  $T_a$  (кампании топлива) оно находится в реакторах, в течение  $T_n$  — во внешних по отношению к реакторам звеньях топливного цикла. Предположим также, что весь  $^{239}\text{Pu}$ , вырабатываемый в системе (и только он), используется для подпитки существующих и создания новых реакторов системы. Тогда количество плутония (число реакторов) экспоненциально увеличивается во времени.

Отметим, что рассматриваемая ситуация не соответствует действительности, так как развитие реакторов на быстрых нейтронах происходит в рамках уже существующей ядерной энергетики, т. е. топливный цикл системы БР нельзя считать замкнутым. В частности, закон увеличения количества  $^{239}\text{Pu}$  в системе БР в общем случае отличен от экспоненциального и определяется программой развития ядерной энергетики в целом. Ясно также, что слишком мала вероятность существования только одинаковых реакторов на быстрых нейтронах, о чем свидетельствует хотя бы теперешнее состояние разработок БР. Однако, во-первых, нельзя заведомо исключить из рассмотрения возможность существования в отдаленном будущем такого идеального положения, когда ядерная энергетика целиком базируется на одинаковых БР. Во-вторых, и это основное, мы не собираемся здесь рассматривать перспективы развития ядерной энергетики, а описанную выше систему используем всего лишь как наглядную модель, на примере которой легко получить расчетную формулу для времени удвоения. Для этого оценим относительное изменение за единицу времени количества  $^{239}\text{Pu}$  в топливном цикле, используя простые логические рассуждения.

Пусть в произвольный момент времени в реакторах системы находится масса плутония  $G$ , и спустя  $T_{a.з}$  выгорает масса  $\Delta G$ . Тогда в единицу времени прибыль плутония составляет  $\Delta G(KB-1)/T_{a.з}$ , а извлекается из реакторов масса плутония  $[G + \Delta G(KB-1)]/T_{a.з}$ . В процессе последующей переработки масса  $\varepsilon[G + \Delta G(KB-1)]/T_{a.з}$  в единицу времени ( $\varepsilon$  — доля плутония, теряемого при переработке) попадает в отходы, поэтому истинную прибыль плутония в топливном цикле определим как разность прибыли в реакторах и потери при переработке:  $[\Delta G(KB-1)(1-\varepsilon) - \varepsilon G]/T_{a.з}$ . Отсюда следует, что

$$\frac{1}{G_{ц}} \frac{dG_{ц}}{dt} = \frac{\Delta G(KB-1)(1-\varepsilon) - \varepsilon G}{C_{ц}T_{a.з}}, \quad (13.3.57)$$

где  $G_{ц}$  — масса плутония, кг, в топливном цикле в тот момент времени, когда в реакторах системы находится  $G$  кг плутония.

Преобразуем правую часть уравнения (13.3.57). Так как топливо в течение времени  $T_{a.з}$  находится в реакторах и  $T_{п}$  — во внешнем топливном цикле, а в итоге доля топлива, равная  $\varepsilon$ , теряется при переработке, то справедливо следующее соотношение:

$$\frac{G}{G_{ц}(1-\varepsilon)} = \frac{T_{a.з}}{T_{a.з} + T_{п}}. \quad (13.3.58)$$

Кроме того, все рассматриваемые реакторы одинаковы, поэтому

$$\Delta G/G = \Delta m/m, \quad (13.3.59)$$

где  $m$  и  $\Delta m$  — массы плутония, находящегося в одном реакторе и выгорающего за  $T_{a.з}$  в этом реакторе соответственно.

И, наконец, последнее замечание. На практике время пребывания топлива в реакторах отлично от  $T_{a.з}$  из-за того, что АЭС непостоянно работает с установленной мощностью. Этот факт принято учитывать с помощью  $\mu$  — коэффициента использования установленной мощности АЭС, равного по определению отношению выработанной в течение года электроэнергии к той, которая была бы получена за этот же период времени при работе с установленной мощностью. Поэтому  $T_{a.з}$  необходимо заменить везде  $T_{a.з}/\mu$ . Обычно  $\mu=0,8$ . В итоге уравнение (13.3.57) можно записать в виде

$$\frac{1}{G_{ц}} \frac{dG_{ц}}{dt} = \frac{\Delta m [KB - 1 - \varepsilon m / (\Delta m (1 - \varepsilon))]}{m (T_{a.з}/\mu + T_{п})} \equiv \frac{1}{\tau}. \quad (13.3.60)$$

Решение этого уравнения

$$G_{ц}(t) = G_{ц}(0) \exp(t/\tau), \quad (13.3.61)$$

где  $G_{ц}(0)$  — масса плутония в топливном цикле в нулевой момент времени. Ясно, что число реакторов рассматриваемой системы и количество  $^{239}\text{Pu}$  в системе также возрастают во времени по закону (13.3.61). Поэтому искомая величина

$$T_2 = \ln 2 \frac{(T_{a.з}/\mu + T_{п})}{z_0 [KB - 1 - \varepsilon / ((1 - \varepsilon) z_0)]}, \quad (13.3.62)$$

где  $z_0 = \Delta m/m$  — относительное выгорание  $^{239}\text{Pu}$  за кампанию топлива  $T_{a.з}$ .

Расчет  $T_2$  по формуле (13.3.62) относительно громоздкий, если  $z_0$  и  $T_{a.з}$  неизвестны. Однако часто можно ограничиться приближенным рассмотрением задачи, пренебрегая делением урана в активной зоне и считая, что глубина выгорания топлива  $\rho_{ш.л}$  в середине любого твэла достигает за время  $T_{a.з}$  предельного (допустимого для данных состава и конструкции твэла) значения  $\rho_{ш.л}^{пр}$ . Последнее предположение основано на том, что топливо в процессе перегрузки перемещается от периферии к центру активной зоны для выравнивания распределения энерговыделения таким образом, что различие в значениях  $\rho_{ш.л}$  для отдельных твэлов незначительно. Для окисного топлива  $\rho_{ш.л}^{пр}$  выбирается обычно в диапазоне (70—100) кг/т (см. п. 13.1.4). Тогда

$$\Delta m \approx \frac{1 + \alpha}{1 + \beta} \frac{\rho_{ш.л}^{пр}}{K_2} \gamma_T \varepsilon_T V_{a.з}, \quad (13.3.63)$$

где  $\alpha = \sigma_c^0/\sigma_f^0$ ;  $\beta$  — доля делений  $^{238}\text{U}$ ;  $\gamma_T$  — плотность топлива;  $\varepsilon_T$  — объемная доля топлива в активной зоне;  $V_{a.з}$  — объем активной зоны (при записи формулы предполагается, что к шлакам относятся только продукты деления).

Кампания топлива определяется формулой [см., например, (9.3.18)]

$$T_{a.з} \approx \frac{\Delta m (1 + \beta)}{(1 + \alpha) Q_T}. \quad (13.3.64)$$

Масса  $^{239}\text{Pu}$ , загруженного в активную зону,  $m_0$  связана с критической массой  $m_{кр}$  следующим образом:

$$m_0 = m_{кр} + \Delta m (1 - \text{КВА})/n,$$

где  $n$  — число перегрузок за кампанию топлива. Тогда масса  $^{239}\text{Pu}$  в реакторе (среднее значение)

$$m = m_0 + \Delta m (\text{КВ} - 1)/(2n). \quad (13.3.65)$$

Используя соотношение (13.3.64), запишем формулу (13.3.62) в виде

$$T_2 \approx \frac{\ln 2 (1 + \beta)}{0,365 (1 + \alpha)} \frac{(1 + \mu T_{п}/T_{a3})}{q_0 \mu [\text{КВ} - 1 - \varepsilon/(1 - \varepsilon) z_0]}, \quad (13.3.66)$$

где  $T_2$  — время удвоения, год;  $q_0 = Q_T/m$  — энергонапряженность плутония в реакторе, МВт/кг. Отметим, что именно формула (13.3.66) использовалась при рассмотрении в п. 13.1.2 воспроизводства делящихся материалов. Для оценок можно считать, что

$$T_2 \approx 1,75 (1 + \mu T_{п}/T_{a3}) / (q_0 \mu (\text{КВ} - 1 - \varepsilon/z_0)),$$

где  $\varepsilon = 0,02$ ,  $T_{п} = 1$  год

### 13.3.5. ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ЗАЩИТЫ

В реакторах на быстрых нейтронах, как указывалось в п. 13.1.6, значения избыточной реактивности малы. И хотя эффективность одного рабочего органа СУЗ также относительно невелика (см. п. 13.1.3), число их все же обычно значительно меньше, чем в реакторах на тепловых нейтронах. Вследствие этих особенностей ряд методов, пригодных для расчета эффективности СУЗ реактора на тепловых нейтронах [см., например, формулы (9.5.3), (9.5.10), (9.5.21) и (9.5.24)], неприменим к реактору на быстрых нейтронах.

В то же время использование теории возмущений представляется особенно целесообразным. Ее с успехом можно применять для оценки изменений реактивности, вызванных как введением в реактор рабочих органов СУЗ, так и эффектами выгорания топлива, мощностным и температурными. Напомним, что последние изменения необходимо знать для выяснения поведения реактора в различных нестационарных режимах работы и, что особенно важно, в аварийных ситуациях, а также для определения количества рабочих органов СУЗ.

Проще всего воспользоваться формулой (9.4.15) теории возмущений в однокрупном приближении, записав ее в общем виде

$$\frac{\delta k_{эф}}{k_{эф}} = \frac{\int_V \{ [\delta (v_f \Sigma_f) - \delta \Sigma_a] \Phi^2(r) - \delta D [\text{grad } \Phi(r)]^2 \} dr}{\int_V v_f \Sigma_f \Phi^2(r) dr}, \quad (13.3.67)$$

где  $V$  и  $\Delta V$  — объем реактора и той его части, в которой происходят изменения свойств, соответственно;  $\Phi(r)$  — распределение потока нейтронов по объему критического реактора (§ 13.3.4).

Пусть, например, требуется рассчитать изменение эффективного коэффициента размножения за кампанию реактора  $T_p$ . В общем случае для этого необходимо определить нуклидный состав топлива в начале и конце кампании, а затем воспользоваться формулой (13.3.67), распространив интегрирование в числителе на весь объем реактора.

Задачу можно решать приближенно, пренебрегая изменением свойств экранов и коэффициента диффузии в активной зоне. В этом случае следует интегрирование в числителе формулы (13.3.67) проводить в пределах активной зоны и полагать равным нулю слагаемое, содержащее  $\delta D$ . Значения величин  $\delta (v_f \Sigma_f)$  и  $\delta \Sigma_a$  в активной зоне находят с помощью методики расчета изменения нуклидного состава топлива, рассмотренной в § 9.3. В качестве исходного принимается состав в критическом однородном реакторе (см. п. 13.3.4), если истинный состав топлива после перегрузки неизвестен. Если неизвестна и кампания реактора, то ее значение можно оценить, используя соображения относительно глубины выгорания топлива, аналогичные принятым при записи формул (13.3.63) и (13.3.64). Тогда

$$T_{a3} \approx \frac{\rho_{пл}^{пр} \gamma_T e_T V_{a3}}{K_2 Q_T},$$

и с учетом частичных перегрузок (обычно их число за кампанию топлива  $n=3$ )  $T_p = T_{a3}/n = T_{a3}/3$ .

В качестве рабочих органов СУЗ реактора на быстрых нейтронах используются кассеты активной зоны, поглощающие или рассеивающие стержни (см., например, § 13.2). Эффективность стержня (кассеты), расположенного в центре активной зоны,  $(\delta k_{эф}/k_{эф})_{r=0}$  легко рассчитывается по формуле (13.3.67), а суммарная эффективность СУЗ (9.5.17)

$$\delta k_{эф}/k_{эф} = (\delta k_{эф}/k_{эф})_{r=0} \sum_i J_0^2(\kappa_i r_i), \quad (13.3.68)$$

где  $r_i$  — расстояние от  $i$ -го стержня до оси симметрии реактора.

Возможен и другой подход к определению эффективности поглощающего стержня, расположенного в центре реактора — введение стержня в реактор рассматривается как появление новой зоны, для которой характерно слабое поглощение нейтронов (см. п. 13.1.3), в чем и состоит отличие такого подхода от используемого в п. 9.5.3. Способ решения в этом случае типичен для задач теории критических размеров неоднородных реакторов (п. 10.6.6) и особенно прост, если пренебречь влиянием стержня на спектр нейтронов в реакторе и пространственное распределение потока нейтронов вдали от стержня. Тогда легко получается условие критичности реактора (в однокрупном приближении) — соотношение между размером стержня и эффективным коэффициентом размножения для реактора со стержнем (реактор без стержня считается критическим).

СЕЧЕНИЯ И РЕЗОНАНСНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕЙТРОНОВ С НУКЛИДАМИ,  $10^{-24}$  см<sup>2</sup>  
(при стандартной скорости  $v_0 = 2200$  м/с, соответствующей энергии  
 $E_0 = 0,0253$  эВ)

Элемент или нуклид	Микроскопические сечения			Резонансный интеграл поглощения при бесконечном разбавлении $I_{a\infty}$
	радиационного захвата $\sigma_c$	рассеяния $\sigma_s$	полное $\sigma_t = \sigma_c + \sigma_s$	
Водород $^1_1\text{H}^*$	0,332	20,4	20,73	—
Дейтерий $^2_1\text{D}^*$	$0,53 \cdot 10^{-3}$	3,39	3,4	—
Гелий $^4_2\text{He}$	$\leq 0,05$	0,76	0,80	—
Литий $^7_3\text{Li}$	70,7	1,4	72,1	—
Бериллий $^9_4\text{Be}$	$9,2 \cdot 10^{-3}$	6,14	6,149	$4 \cdot 10^{-3**}$
Бор $^{10}_5\text{B}$	759***	3,6	762,6	341
$^{11}_5\text{B}$	3837	2,23	3839,2	1722
Углерод $^{12}_6\text{C}$	$3,4 \cdot 10^{-3}$	4,75	4,75	$1,5 \cdot 10^{-3}$
Азот $^{14}_7\text{N}$	1,85	10,6	12,5	0,9
Кислород $^{16}_8\text{O}$	$0,27 \cdot 10^{-3}$	3,76	3,76	$0,31 \cdot 10^{-3}$
Натрий $^{23}_{11}\text{Na}$	0,53	3,2	3,7	0,31
Магний $^{24}_{12}\text{Mg}$	0,063	3,42	3,48	0,038
Алюминий $^{27}_{13}\text{Al}$	0,23	1,49	1,72	0,17
Титан $^{48}_{22}\text{Ti}$	6,1	4,0	10,1	—
Ванадий $^{51}_{23}\text{V}$	5,04	4,93	9,97	2,7
Хром $^{52}_{24}\text{Cr}$	3,1	3,8	6,9	1,7
Марганец $^{55}_{25}\text{Mn}$	13,3	2,1	15,4	14,0
Железо $^{56}_{26}\text{Fe}$	2,55	10,9	13,5	1,4
Кобальт $^{59}_{27}\text{Co}$	37,2	6,7	43,9	75,7
Никель $^{58}_{28}\text{Ni}$	4,43	17,3	21,73	2,2
Бром $^{81}_{35}\text{Br}$	6,8	6,1	12,9	90,0
Стронций $^{88}_{38}\text{Sr}$	1,21	10	11,2	11
Цирконий $^{90}_{40}\text{Zr}$	0,185	6,4	6,59	1,1
Ниобий $^{93}_{41}\text{Nb}$	1,15	5,0	6,15	8,5
Молибден $^{98}_{42}\text{Mo}$	2,65	5,8	8,45	22
Серебро $^{107}_{47}\text{Ag}$	63,6	6,0	69,6	747
Кадмий $^{115}_{48}\text{Cd}$	2450	5,6	2457	—
Индий $^{115}_{49}\text{In}$	193,5	2,2	195,7	3200

\* Сечение  $\sigma_s$  отнесено к энергии 1 эВ.

\*\* При вычислении резонансных интегралов принималось, что нижняя граница  $E_{\text{гр}} = 0,5$  эВ.

\*\*\* Сечение реакции ( $\lambda$ ,  $\alpha$ )

Элемент или нуклид	Микроскопические сечения			Резонансный интеграл поглощения при бесконечном разбавлении $I_{a\infty}$
	радиационного захвата $\sigma_c$	рассеяния $\sigma_s$	полное $\sigma_t = \sigma_c + \sigma_s$	
Олово $^{116}_{50}\text{Sn}$	0,63	4,0	4,6	8,5
Теллур $^{128}_{52}\text{Te}$	4,7	5,0	9,7	54
Иод $^{127}_{53}\text{I}$	6,2	—	—	147
Ксенон $^{136}_{54}\text{Xe}$	24,5	4,3	28,8	—
$^{135}_{54}\text{Xe}$	$2,65 \cdot 10^6$	—	—	7634
Цезий $^{133}_{55}\text{Cs}$	29	20	49	415
Барий $^{138}_{56}\text{Ba}$	1,2	8,0	9,2	7,5
Самарий $^{152}_{62}\text{Sm}$	5800	5	5805	1400
$^{149}_{62}\text{Sm}$	$41 \cdot 10^3$	—	—	3183
Европий $^{151}_{63}\text{Eu}$	4600	8	4608	2430
Гадолиний $^{157}_{64}\text{Gd}$	$49 \cdot 10^3$	—	—	390
Гафний $^{178}_{72}\text{Hf}$	102	8	110	2000
Золото $^{197}_{79}\text{Au}$	98,8	9,3	108,1	1560
Ртуть $^{201}_{80}\text{Hg}$	375	20	395	73
Свинец $^{208}_{82}\text{Pb}$	0,17	11,4	11,6	0,16
Висмут $^{209}_{83}\text{Bi}$	0,033	9	9	0,19
Полоний $^{210}_{84}\text{Po}$	$< 0,03$	—	—	$< 2 \cdot 10^{-3}$
Торий $^{232}_{90}\text{Th}$	7,4	12,67	20,07	85
Протактиний $^{231}_{91}\text{Pa}$	210	—	211	1500
Уран $^{238}_{92}\text{U}$	2,7	8,9	11,6	275
Нептуний $^{237}_{93}\text{Np}$	169	—	—	660
Плутоний $^{240}_{94}\text{Pu}$	289,5	1,54	291,1	8013
$^{242}_{94}\text{Pu}$	18,5	8,0	26,5	1130

## ПРИЛОЖЕНИЕ II

## ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДЕЛЯЩИХСЯ НУКЛИДОВ

(при стандартной скорости  $v_0 = 2200$  м/с)

Нуклид	Микроскопические сечения, $10^{-24}$ см <sup>2</sup>					$\alpha = \frac{\sigma_c}{\sigma_f}$
	радиационного захвата $\sigma_c$	деления $\sigma_f$	поглощения $\sigma_a = \sigma_c + \sigma_f$	рассеяния $\sigma_s$	полное $\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s$	
<sup>233</sup> <sub>92</sub> U	45,3	529,9	575,2	8,2	583,4	0,0855
<sup>235</sup> <sub>92</sub> U	97,4	583,5	680,9	13,8	694,7	0,167
<sup>239</sup> <sub>94</sub> Pu	267,2	744,0	1011,2	7,7	1018,9	0,359
<sup>241</sup> <sub>94</sub> Pu	363	1015	1378	11	1389	0,357

Продолжение прилож. II

Нуклид	Число нейтронов деления $\nu_f$	$\nu_{эф} = \nu_f \frac{\sigma_f}{\sigma_a}$	Резонансные интегралы *, $10^{-24}$ см <sup>2</sup>		
			радиационного захвата $I_{c\infty}$	деления $I_{f\infty}$	поглощения $I_{a\infty} = I_{c\infty} + I_{f\infty}$
<sup>233</sup> <sub>92</sub> U	2,479	2,283	140	764	904
<sup>235</sup> <sub>92</sub> U	2,416	2,071	144	275	419
<sup>239</sup> <sub>94</sub> Pu	2,862	2,106	200	301	501
<sup>241</sup> <sub>94</sub> Pu	2,924	2,155	162	570	732

\* При вычислении резонансных интегралов принималось, что нижняя граница  $E_{гр} = 0,5$  эВ.

## ПРИЛОЖЕНИЕ III

## ЧЕТЫРЕХГРУППОВАЯ СИСТЕМА КОНСТАНТ

## ДЛЯ РАСЧЕТА РЕАКТОРОВ НА ТЕПЛОВЫХ НЕЙТРОНАХ

(1 группа  $E = 10 \div 0,821$  МэВ; 2 группа  $E = 821 \div 5,53$  кэВ; 3 группа  $E = 5530 \div 0,625$  эВ; 4 группа  $E = 0,625$  эВ  $\rightarrow 0$ )

Нуклид	Номер группы	Сечения, $10^{-24}$ см <sup>2</sup>					число нейтронов деления $\nu_f$
		транспортное $\sigma_{tr}$	поглощения $\sigma_a$	увода $\sigma_R$	потенциального рассеяния $\sigma_p = \sigma_s$	деления $\sigma_f$	
Водород <sup>1</sup> H	1	1,5584	0,0000	1,4492			
	2	2,5803	0,0002	2,2138			
	3	6,3428	0,0142	2,2540	20,73		

Нуклид	Номер группы	Сечения, $10^{-24}$ см <sup>2</sup>					число нейтронов деления $\nu_f$
		транспортное $\sigma_{tr}$	поглощения $\sigma_a$	увода $\sigma_R$	потенциального рассеяния $\sigma_p = \sigma_s$	деления $\sigma_f$	
Дейтерий <sup>2</sup> D	1	1,6197	0,0000	1,1143			
	2	1,9355	0,0000	0,5327			
	3	2,0421	0,0000	0,2716	3,35		
Бериллий <sup>9</sup> Be	1	1,53	0,0000	0,98			
	2	4,0	0,0000	0,21			
	3	5,56	0,0000	0,088			
Бор <sup>10</sup> B	1	1,0849	0,4492	0,1701			
	2	3,5698	2,2920	0,1190			
	3	38,720	172,10	0,0675			
Углерод <sup>6</sup> C	1	1,7818	0,0001	0,2248			
	2	3,6310	0,0000	0,1141			
	3	4,8180	0,0000	0,0809	4,8		
Кислород <sup>8</sup> O	1	1,685	0,0430	0,3198			
	2	4,2330	0,0000	0,0344			
	3	4,0272	0,0220	0,0478	3,8		
Алюминий <sup>13</sup> Al	1	2,0383	0,0092	0,3871			
	2	3,8609	0,0028	0,0483			
	3	1,637	0,0167	0,0111	1,4		
Титан <sup>22</sup> Ti	1	2,7300	0,0020	0,3800			
	2	10,00	0,0000	0,010			
	3	4,200	0,1600	0,0190			
Хром <sup>24</sup> Cr	1	2,9200	0,0000	0,2540			
	2	5,6600	0,0000	0,0834			
	3	5,5400	0,2803	0,0178	4,4		
Железо <sup>26</sup> Fe	1	2,4500	0,0000	0,2341			
	2	3,8200	0,0000	0,0548			
	3	9,8716	0,2345	0,0413	11,4		
Никель <sup>28</sup> Ni	1	2,700	0,0000	0,2460			
	2	6,1600	0,0000	0,0942			
	3	17,400	0,3580	0,0627	17,5		



Нуклид	Номер группы	Сечения, $10^{-24}$ см <sup>2</sup>					Число нейтронов деления $\nu_f$
		транспортное $\sigma_s$	поглощения $\sigma_a$	увода $\sigma_R$	потенциального рассеяния $\sigma_p = \sigma_s$	деления $\sigma_f$	
Цирконий $^{40}\text{Zr}$	1	3,7407	0,0633	0,7070			
	2	7,7493	0,0214	0,0340			
	3	6,8447	0,0661	0,0149	6,2		
Ниобий $^{41}\text{Nb}$	1	1,8906	0,0000	0,0823			
	2	7,4082	0,0000	0,0318			
	3	10,0030	0,0077	0,0183			
Гафний $^{72}\text{Hf}$	1	8,0000	0,0000	0,0004			
	2	8,0000	0,0000	0,0002			
	3	8,0000	320,00	0,0098			
Уран $^{235}_{92}\text{U}$	1	4,8856	1,2484	1,6905		1,1688	2,711
	2	7,9500	2,0913	0,0134		1,6688	2,433
	3	6,6438	*	0,0063	8,7	*	2,426
Уран $^{238}_{92}\text{U}$	1	4,7453	0,4282	1,9116		0,3883	2,73
	2	8,0292	0,2694	0,0145		0,0000	0,0000
	3	7,8876	*	0,0073	8,7	0,0000	0,0000
Плутоний $^{239}_{94}\text{Pu}$	1	4,9721	3,4886	1,8073		1,9341	3,197
	2	9,3300	3,3323	0,0155		1,8903	2,892
	3	13,655	*	0,0125		*	2,892
Плутоний $^{240}_{94}\text{Pu}$	1	4,3856	0,1230	1,7024			
	2	8,9926	0,6320	0,1933			
	3	10,000	*	0,0092			
Плутоний $^{241}_{94}\text{Pu}$	1	4,9721	3,4886	1,8073		1,9602	3,306
	2	9,3300	3,3323	0,01553		1,9090	3,00
	3	17,252	*	0,01580		*	3,00
Плутоний $^{242}_{94}\text{Pu}$	1	4,3856	0,1230	1,7024			
	2	8,9926	0,6328	0,1933			
	3	10,000	*	0,0092			

Примечания 1 Символ «\*» означает, что сечение вычисляется для каждой конкретной задачи по специальным формулам  
2 Константы группы 4 берутся при энергии 0 0253 эВ (приложения I и II)

### ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ВЫЛЕТА НЕЙТРОНА ИЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СЛОЯ

Рассмотрим односвязную полую область в виде цилиндрического слоя. Получим аппроксимирующие выражения для расчета вероятностей вылета через внутреннюю  $P(V \rightarrow F_1)$  и внешнюю  $P(V \rightarrow F_2)$  поверхности. Будем пользоваться аппроксимацией Кеннеди, дающей высокую точность расчета. Введем вспомогательные функции  $f(k, z)$  и  $G(k, z)$ , которые связаны с искомыми вероятностями следующими соотношениями

$$f(k, z) = P_{V \rightarrow F_1}(k, z) + P_{V \rightarrow F_2}(k, z), \quad (\text{П IV 1})$$

$$G(k, z) = \frac{1+k}{k} P_{V \rightarrow F_1}(k, z), \quad (\text{П IV 2})$$

где  $k=r_2/r_1$ ,  $r_2$  и  $r_1$  — внешний и внутренний радиусы зоны соответственно,  $z=\Sigma(r_1-r_2)$  — оптическая толщина кольцевой зоны.

Аппроксимация Кеннеди основана на получении точных значений функций  $f$  и  $G$  при  $k=0$  и  $k=1$ . Если  $k=0$ , то кольцевая зона переходит в сплошной цилиндр и тогда вероятность  $P_{V \rightarrow F_1}(0, z)=0$ . В этом случае величина  $f(0, z)$  равна вероятности вылета  $P_0$ , для которой существуют достаточно точные аппроксимирующие формулы (см § 8.2). Функция  $G$  при  $k=0$  определяется из следующих выражений

а) при  $z \leq 1$

$$G(0, z) = 0,63662 - \frac{1}{2}z + 0,10610z^2(1,94926 - \ln z) + 0,00265z^4(1,89926 - \ln z), \quad (\text{П IV 3})$$

б) при  $z > 1$

$$G(0, z) = \frac{1}{z} \left[ \frac{1}{2} - \exp(-z) \sqrt{\frac{2,54647}{4z+13}} \left( 1 + \frac{18,75}{(4z+13)^2} \right) \right] \quad (\text{П IV 4})$$

Если  $k=1$  то цилиндрический слой переходит в пластину. Поскольку для пластины  $P(V \rightarrow F_1)=P(V \rightarrow F_2)$ , то из соотношений (П IV 1) и (П IV 2) следует, что  $f(1, z)=G(1, z)$ . Для пластины любая из этих функций, равная вероятности вылета  $P_0$ , вычисляется по формулам

а) при  $z \leq 1$

$$f(1, z) = G(1, z) = 1 - \frac{1}{2}z(\ln z - 0,9228) - 0,1660z^2 + 0,0177z^3, \quad (\text{П IV 5})$$

б) при  $z > 1$

$$f(1, z) = G(1, z) = \frac{1}{z} \left[ \frac{1}{2} - \frac{\exp(-z)}{z+3} \left( 1 + \frac{3,08}{(z+3)^2} \right) \right] \quad (\text{П IV 6})$$

Имея значения функций  $f$  и  $G$  при  $k=0$  и  $1$ , можно рассчитать  $f$  и  $G$  для любых промежуточных значений  $k$  по следующим формулам:

$$f(\bar{k}, z) = \frac{(\bar{k} - L)f(0, z) + kf(1, z)}{1 - \alpha}; \quad (\text{П. IV. 7})$$

$$G(k, z) = (1 - \alpha)G(0, z) + \alpha G(1, z), \quad (\text{П. IV. 8})$$

где  $\bar{k} = 1 - k$ ;  $L = \bar{k}k(6z - 3)/(2z + 1)$ ;

$$\alpha = k - (k - \lambda) \exp(-\gamma z);$$

$$\lambda = \frac{1}{\pi - 2} \left\{ \frac{\sqrt{1 - k^2} + \frac{\arcsin k}{k} - \frac{\pi k}{2}}{1 - k} - 2 \right\};$$

$$\gamma = 1.8 + \frac{0.3}{(1.01 - k)(1 + 4z)}.$$

Далее определяются искомые вероятности  $P(V \rightarrow F_1)$  и  $P(V \rightarrow F_2)$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ V

### РАСЧЕТ ЯЧЕЙКИ РЕАКТОРА РБМК С НЕРАЗМНОЖАЮЩИМИ КАНАЛАМИ

Расчет ячейки с неразмножающимися каналами (сюда условно относим каналы со стержнями СУЗ и дополнительными поглотителями) фактически сводится к определению коэффициента использования тепловых нейтронов, который можно найти, например, используя метод АБГ (§ 8.6.4). Предполагая стержень СУЗ (или дополнительный поглотитель) абсолютно черным телом, имеем:

$$\theta_{ст} = w_1 = \frac{1}{1 + q_1 + 0.5 \bar{I}_1 \bar{\Sigma}_{a1}}. \quad (\text{П. V. 1})$$

( $q_1$  вычисляется по формуле (8.6.53));  $\bar{I}_1 \bar{\Sigma}_{a1}$  — оптическая толщина замедлителя.

Следующий этап — расчет полирешетки. В наиболее простой форме полирешетку можно рассматривать как совокупность круговых замкнутых ячеек с эффективным радиусом и заданной однородной плотностью источников. Такое рассмотрение было предложено В. С. Романенко. В этой модели полирешетка состоит из двух типов каналов с соотношением  $n_1/n_2$  (размножающие каналы, индекс «1», неразмножающие каналы, индекс «2»).

Выражение для расчета коэффициента размножения  $k_\infty$ , полученное из модели связанных круговых ячеек, имеет вид:

$$k_\infty = \frac{\eta_1^* (Q_2^0 + \delta_2) n_1/n_2}{(Q_2^0 + \delta_2) (Q_1^0 + 1) n_1/n_2 + (Q_1^0 + \delta_1) (Q_2^0 + 1)} \quad (\text{П. V. 2})$$

(индекс «0» означает, что величина вычисляется для исходной решетки с шагом  $b_0$ ). Здесь  $\eta_1^*$  определяется по формуле (12.3.1);

$$Q_i^0 = \frac{S_0 \Sigma_{aзам}}{\gamma_i} + q_i; \quad (\text{П. V. 3})$$

$q_i$  — избыточное вредное поглощение (§ 8.6.3);  $S_0 = b_0^2$  — площадь ячейки опорной решетки.

Коэффициент  $\gamma_i$  представляет собой отношение тока нейтронов  $J$ , направленного из замедлителя в канал, к потоку на границе канал — замедлитель:

$$\gamma_i = \frac{J|_{r=R_K}}{\Phi|_{r=R_K}} = 2\pi D_{зам} R_K \frac{\nabla \Phi|_{r=R_K}}{\Phi|_{r=R_K}}. \quad (\text{П. V. 4})$$

Если в канале присутствуют источники нейтронов, то  $\gamma_i$  определяется из выражения

$$\gamma_i = V_{зам} \Sigma_{aзам} \frac{\theta_{ki} - \beta_i (1 - \theta_{ki})}{1 - (q_i - 1) [\theta_{ki} - \beta_i (1 - \theta_{ki})]}, \quad (\text{П. V. 5})$$

где  $\theta_{ki}$  — коэффициент использования тепловых нейтронов в канале;

$$\beta_i = \frac{V_T (\xi \Sigma_s)_T}{V_{зам} (\xi \Sigma_s)_{зам}} \quad (\text{П. V. 6})$$

(индекс «зам» относится к замедлителю; индекс «т» — к топливу);

$$\delta_i = C_i \frac{b_0^2}{4\pi L_{зам}^2}; \quad (\text{П. V. 7})$$

$$C_1 = (n_1/n_2 + 1) \ln \frac{n_1/n_2 + 1}{n_1/n_2};$$

$$C_2 = \frac{n_1/n_2 + 1}{n_1/n_2} \ln (n_1/n_2 + 1). \quad (\text{П. V. 8})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ VI

ЗНАЧЕНИЯ  $g$ -ФАКТОРА И ПАРАМЕТРА ВЕСТКОТТА  $s$  ДЛЯ ОТДЕЛЬНЫХ НУКЛИДОВ

T, °C	<sup>238</sup> U				<sup>235</sup> U			
	$g_a$	$s_a$	$g_f$	$s_f$	$g_a$	$s_a$	$g_f$	$s_f$
20	0,9983	1,286	1,0003	1,216	0,9780	0,0602	0,9759	-0,0358
40	0,9979	1,330	1,0005	1,256	0,9733	0,0711	0,9711	-0,0275
60	0,9976	1,372	1,0007	1,295	0,9689	0,0816	0,9665	-0,0194
80	0,9973	1,412	1,0009	1,333	0,9648	0,0915	0,9622	-0,0118
100	0,9972	1,452	1,0011	1,370	0,9610	0,1009	0,9581	-0,0044
120	0,9971	1,490	1,0014	1,406	0,9575	0,1097	0,9543	0,0025
140	0,9971	1,527	1,0016	1,440	0,9542	0,1180	0,9507	0,0089
160	0,9971	1,562	1,0019	1,474	0,9511	0,1256	0,9477	0,0149
180	0,9972	1,597	1,0022	1,507	0,9483	0,1326	0,9441	0,0209
200	0,9973	1,631	1,0025	1,539	0,9457	0,1390	0,9411	0,0253
220	0,9975	1,664	1,0029	1,570	0,9433	0,1448	0,9384	0,0298
240	0,9978	1,697	1,0032	1,600	0,9412	0,1500	0,9358	0,0338
260	0,9980	1,728	1,0036	1,630	0,9392	0,1547	0,9334	0,0373
280	0,9984	1,759	1,0040	1,659	0,9373	0,1589	0,9312	0,0404
300	0,9987	1,789	1,0044	1,688	0,9357	0,1626	0,9291	0,0431
330	0,9993	1,833	1,0051	1,730	0,9335	0,1675	0,9263	0,0464
360	1,0000	1,876	1,0058	1,770	0,9316	0,1718	0,9238	0,0492
390	1,0007	1,918	1,0065	1,809	0,9299	0,1756	0,9215	0,0515
420	1,0015	1,958	1,0073	1,847	0,9285	0,1791	0,9195	0,0536
450	1,0024	1,998	1,0081	1,885	0,9273	0,1825	0,9177	0,0555
480	1,0033	2,036	1,0090	1,921	0,9262	0,1860	0,9161	0,0574
510	1,0042	2,074	1,0099	1,956	0,9252	0,1896	0,9146	0,0594
540	1,0052	2,111	1,0108	1,991	0,9244	0,1935	0,9133	0,0616
570	1,0062	2,147	1,0118	2,025	0,9236	0,1978	0,9120	0,0641
600	1,0072	2,182	1,0128	2,058	0,9229	0,2024	0,9108	0,0669
640	1,0086	2,228	1,0142	2,101	0,9220	0,2090	0,9093	0,0711
680	1,0101	2,273	1,0156	2,143	0,9211	0,2164	0,9079	0,0759
720	1,0115	2,317	1,0171	2,184	0,9202	0,2243	0,9065	0,0812
760	1,0130	2,359	1,0186	2,222	0,9192	0,2327	0,9050	0,0871
800	1,0146	2,401	1,0201	2,262	0,9182	0,2416	0,9036	0,0934
840	1,0161	2,442	1,0217	2,300	0,9171	0,2509	0,9021	0,1002
880	1,0177	2,482	1,0233	2,337	0,9159	0,2605	0,9006	0,1073
920	1,0193	2,521	1,0250	2,374	0,9146	0,2704	0,8990	0,1147
960	1,0210	2,559	1,0267	2,409	0,9133	0,2806	0,8973	0,1224
1000	1,0226	2,597	1,0284	2,444	0,9118	0,2910	0,8956	0,1304
1060	1,0252	2,652	1,0310	2,495	0,9095	0,3068	0,8930	0,1426
1120	1,0278	2,705	1,0338	2,544	0,9071	0,3229	0,8903	0,1551
1180	1,0306	2,756	1,0367	2,592	0,9045	0,3391	0,8875	0,1678
1240	1,0335	2,806	1,0398	2,637	0,9018	0,3554	0,8846	0,1807
1300	1,0365	2,854	1,0430	2,682	0,8987	0,3717	0,8813	0,1935

T, °C	<sup>239</sup> Pu				<sup>240</sup> Pu	
	$g_a$	$s_a$	$g_f$	$s_f$	$g$	$s_a$
20	1,0723	2,290	1,0487	1,794	1,0437	0,8211
40	1,0909	2,320	1,0623	1,820	1,0547	0,8195
60	1,1117	2,338	1,0777	1,835	1,0668	0,8132
80	1,1350	2,343	1,0952	1,840	1,0801	0,8016

Продолжение прилож. VI

T, °C	<sup>239</sup> Pu				<sup>241</sup> Pu	
	$g_a$	$s_a$	$g_f$	$s_f$	$g$	$s_a$
100	1,1611	2,336	1,1150	1,836	1,0945	0,7845
120	1,1903	2,318	1,1373	1,822	1,1101	0,7617
140	1,2227	2,286	1,1623	1,797	1,1269	0,7333
160	1,2582	2,240	1,1898	1,761	1,1447	0,6993
180	1,2970	2,180	1,2200	1,713	1,1635	0,6601
200	1,3388	2,105	1,2528	1,653	1,1832	0,6161
220	1,3836	2,015	1,2880	1,581	1,2038	0,5679
240	1,4313	1,911	1,3250	1,497	1,2250	0,5161
260	1,4817	1,792	1,3653	1,402	1,2469	0,4615
280	1,5345	1,661	1,4071	1,297	1,2693	0,4046
300	1,5895	1,519	1,4507	1,182	1,2920	0,3464
330	1,6758	1,287	1,5193	0,996	1,3267	0,2579
360	1,7658	1,040	1,5910	0,796	1,3616	0,1700
390	1,8588	0,782	1,6651	0,588	1,3965	0,0847
420	1,9539	0,520	1,7410	0,376	1,4311	0,0034
450	2,0505	0,259	1,8182	0,166	1,4652	-0,0727
480	2,1477	0,004	1,8959	-0,040	1,4984	-0,1429
510	2,2451	-0,241	1,9738	-0,238	1,5308	-0,2068
540	2,3419	-0,475	2,0514	-0,426	1,5620	-0,2643
570	2,4377	-0,695	2,1281	-0,604	1,5920	-0,3157
600	2,5321	-0,900	2,2037	-0,770	1,6207	-0,3612
640	2,6549	-1,151	2,3022	-0,972	1,6569	-0,4137
680	2,7737	-1,378	2,3974	-1,154	1,6905	-0,4579
720	2,8878	-1,581	2,4889	-1,318	1,7215	-0,4948
760	2,9969	-1,764	2,5763	-1,465	1,7499	-0,5253
800	3,1006	-1,928	2,6595	-1,598	1,7758	-0,5500
840	3,1988	-2,076	2,7382	-1,717	1,7992	-0,5695
880	3,2914	-2,209	2,8124	-1,824	1,8202	-0,5841
920	3,3783	-2,329	2,8821	-1,920	1,8388	-0,5945
960	3,4596	-2,436	2,9472	-2,006	1,8551	-0,6008
1000	3,5353	-2,532	3,0079	-2,084	1,8693	-0,6040
1060	3,6388	-2,659	3,0907	-2,185	1,8869	-0,6039
1120	3,7305	-2,767	3,1640	-2,271	1,9001	-0,5989
1180	3,8111	-2,858	3,2284	-2,344	1,9096	-0,5884
1240	3,8812	-2,932	3,2843	-2,403	1,9151	-0,5712
1300	3,9419	-2,998	3,3326	-2,455	1,9186	-0,5555

T, °C	<sup>232</sup> Th	<sup>235</sup> U		<sup>238</sup> Pu		<sup>242</sup> Pu	
	s	g	s	g	s	g	s
20	13,633	1,0017	116,3	1,0270	33,63	1,006	37,58
40	14,091	1,0021	120,2	1,0335	34,74	1,008	38,83
60	14,534	1,0024	124,0	1,0397	35,82	1,009	40,05
80	14,963	1,0028	127,7	1,0458	36,87	1,010	41,23
100	15,381	1,0031	131,3	1,0518	37,88	1,012	42,38
120	15,788	1,0035	134,8	1,0578	38,87	1,013	43,49
140	16,185	1,0038	138,1	1,0638	39,83	1,014	44,58
160	16,572	1,0042	141,4	1,0699	40,77	1,016	45,64
180	16,950	1,0045	144,7	1,0760	41,68	1,017	46,68
200	17,320	1,0049	147,8	1,0823	42,58	1,018	47,70

T, °C	<sup>232</sup> Th	<sup>235</sup> U		<sup>239</sup> Pu		<sup>241</sup> Pu	
	s	g	s	g	s	g	s
220	17,682	1,0052	150,9	1,0888	43,45	1,020	48,69
240	18,037	1,0056	154,0	1,0953	44,31	1,021	49,66
260	18,385	1,0060	157,0	1,1021	45,15	1,023	50,62
280	18,727	1,0063	159,8	1,1089	45,97	1,024	51,56
300	19,063	1,0067	162,7	1,1160	46,78	1,025	52,48
330	19,555	1,0072	166,9	1,1268	47,97	1,027	53,38
360	20,036	1,0078	171,0	1,1380	49,12	1,028	54,27
390	20,505	1,0083	175,0	1,1496	50,24	1,030	55,14
420	20,963	1,0089	179,0	1,1617	51,33	1,031	56,00
450	21,412	1,0094	182,7	1,1744	52,40	1,033	56,85
480	21,852	1,0099	186,5	1,1878	53,44	1,035	58,51
510	22,283	1,0105	190,2	1,2020	54,46	1,038	60,12
540	22,706	1,0111	193,8	1,2173	55,45	1,041	61,69
570	23,121	1,0116	197,4	1,2339	56,42	1,044	63,21
600	23,528	1,0122	200,9	1,2521	57,36	1,047	64,71
640	24,061	1,0129	205,3	1,2797	58,59	1,051	66,16
680	24,583	1,0137	209,8	1,3117	59,77	1,054	67,59
720	25,093	1,0144	214,2	1,3495	60,91	1,057	68,99
760	25,593	1,0152	218,5	1,3944	62,01	1,060	70,35
800	26,084	1,0159	222,7	1,4478	63,07		
840	26,566	1,0167	226,7	1,5113	64,08		
880	27,039	1,0175	230,8	1,5867	65,03		
920	27,504	1,0182	234,7	1,6758	65,93		
960	27,961	1,0190	238,7	1,7804	66,78		
1000	28,411	1,0198	242,3	1,9026	67,55		
1060	29,073	1,0209	248,1	2,1230	68,58		
1120	29,720	1,0221	253,6	2,3934	69,42		
1180	30,353	1,0233	259,1	2,7195	70,06		
1240	30,973	1,0245	264,4	3,1062	70,46		
1300	31,581	1,0257	269,6	3,5567	70,61		

## Список литературы

## Часть I

- Бекурт К., Виртц К. Нейтронная физика. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1968.
- Вейнберг А., Вигнер Е. Физическая теория ядерных реакторов. Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
- Власов Н. А. Нейтроны. М.: Атомиздат, 1971.
- Гордеев И. В., Кардашев Д. А., Малышев А. В. Ядерно-физические константы. М.: Госатомиздат, 1963.
- Кипин Дж. Р. Физические основы кинетики ядерных реакторов. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1967.
- Кравцов В. А. Массы атомов и энергии связи ядер. М.: Атомиздат, 1974.
- Мухин К. Н. Экспериментальная ядерная физика. М.: Атомиздат, 1974.
- Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. Изд-е 2. М.: Наука, 1980.
- Neutron Cross Sections Brookhaven Report. BNL-325.

## Часть II

- Белл Д., Глестон С. Теория ядерных реакторов. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1974.
- Вейнберг А., Вигнер Е. Физическая теория ядерных реакторов. Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
- Владимиров В. И. Практические задачи по эксплуатации ядерных реакторов Изд-е 3. М.: Атомиздат, 1981.
- Галанин А. Д. Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. М.: Атомиздат, 1959.
- Глестон С., Эдлунд М. Основы теории ядерных реакторов. Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
- Дементьев Б. А. Кинетика и регулирование ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1973.
- Дэвисон Б. Теория переноса нейтронов. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1960.
- Климов А. Н. Ядерная физика и ядерные реакторы. М.: Атомиздат, 1971.
- Марчук Г. И. Методы расчета ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1961.
- Массимо Л. Физика высокотемпературных реакторов. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1979.
- Мегреблиан Р., Холмс Д. Теория реакторов. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1962.
- Нейтронная физика. Сб. статей. М.: Атомиздат, 1961.
- Рудик А. П. Оптимальное расположение ядерного горючего в реакторе. М.: Атомиздат, 1974.
- Теория ядерных реакторов. Сб. статей. Под ред. Г. Биркхофа и Э. Вигнера. М.: Атомиздат, 1963.
- Фейнберг С. М., Шихов С. Б., Грозянский В. Б. Теория ядерных реакторов. Том I. М.: Атомиздат, 1978.
- Хетрик Д. Динамика ядерных реакторов. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1975.
- Цвайфель П. Физика реакторов. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1977.

### Часть III

- Атомная наука и техника в СССР. Сб. статей М.: Атомиздат, 1977
- Доллежалъ Н. А., Емельянов И. Я. Канальный ядерный энергетический реактор М.: Атомиздат, 1980
- Емельянов И. Я., Гаврилов П. А., Селиверстов Б. Н. Управление и безопасность ядерных энергетических реакторов М.: Атомиздат, 1975
- Крамер Э. У. Ядерные реакторы с кипящей водой. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
- Льюис Дж. Ценность сопряженная функция Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1972.
- Эксплуатационные режимы водо-водяных энергетических ядерных реакторов/Ф. Я. Овчинников, Л. И. Голубев, В. Д. Добрынин и др. М.: Атомиздат, 1979.
- Петросьянц А. М. Проблемы атомной науки и техники. Изд-е 4. М.: Атомиздат, 1979.
- Сидоренко В. А. Вопросы безопасной работы реакторов ВВЭР. М.: Атомиздат, 1977.
- Хаммел Г., Окренг Д. Коэффициенты реактивности в больших энергетических реакторах на быстрых нейтронах. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1975.
- Реакторы на быстрых нейтронах, работающие в бродерном режиме/С. Б. Шихов, В. В. Хромов, И. С. Слесарев, А. Н. Шмелев. М.: Изд. МИФИ, 1971.

### АЛФАВИТНО-ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

#### А

Активная зона 31  
Акт рассеяния 86

#### Б

Барьер деления 64  
Блок-эффект внешний 269  
— внутренний 269  
Борное регулирование 390

#### В

Вероятность избежать резонансное поглощение 127, 131, 248  
— первого столкновения нейтрона с ядром 107  
Возраст нейтронов 145, 154, 306  
Волновое уравнение 190  
Воспроизводство делящегося материала 66, 335, 354, 455  
Воспроизводящие нуклиды (материалы) 67  
Вредное поглощение избыточное 271  
— — основное 271  
— — относительное 265  
Время жизни нейтронов в реакторе 311, 312  
— — ядра-предшественника 77, 312  
— диффузии 112  
— замедления 159  
— удвоения 456  
Выгорающий поглотитель 349

#### Г

Гамма-кванты мгновенные 68  
Геометрический параметр 192, 195  
Глубина выгорания топлива 346, 347

#### Д

Делящиеся нуклиды (материалы) 60  
Диффузия нейтронов 81  
Длина диффузии тепловых нейтронов 109, 304  
— замедления 156

Длина линейной экстраполяции 97  
Доля запаздывающих нейтронов 76, 77  
— — — эффективная 323

### З

Закон рассеяния 117  
— Фика 89  
Замедлитель 31  
Замедляющая способность 130  
Зона воспроизводства 459

### И

Изотоп 13  
Изотропия рассеяния 114  
Интегральное уравнение в бесконечной гетерогенной среде 250  
— — — — — гомогенной среде 135  
— — — — — Пайерлса 93

### К

Кампания реактора 348  
— топлива 348  
Каналы ядерной реакции 24  
Кассета 32  
Конверсия делящегося материала 354  
Конструкционный материал 32  
Коэффициент воспроизводства 354  
— Данкова—Гинзбурга 237  
— диффузии 89  
— замедления 131  
— затенения в канале 239  
— — — решетке 237  
— использования тепловых нейтронов 179, 265  
— конверсии 354  
— неравномерности по объему 199, 396, 444  
— проигрыша 268  
— размножения 29, 179  
— — на быстрых нейтронах 178, 242  
— — необходимый 193  
— — эффективный 30, 187  
— реактивности доплеровский 331  
— — мощностной 333  
— — — динамический 333  
— — — ларовой 333  
— — — температурный 325  
— — — — плотностной 326, 329  
— — — — по замедлителю 326, 331  
— — — — теплоносителю 326, 331  
— — — — топливу 326, 331

Коэффициент реактивности температурный ядерный 326, 327  
Критические размеры реактора (активной зоны) 31

### Л

Летаргия 122

### М

Массовое число 13  
Материальный параметр 190  
Метод Амуаяля, Бенуа, Горовец 275  
— Весткотта 298  
— Хонка 291

### Н

Нейтроны быстрые 33, 34  
— запаздывающие 68, 75  
— мгновенные 68, 72  
— промежуточные (резонансные) 33, 42  
— тепловые 33, 52  
Нуклид 13

### О

Оболочка твэла 32  
Оптическая толщина 94  
Осколки деления 67, 70  
Остаточное энерговыделение 69  
Отравление реактора 335, 341

### П

Параметры резонанса 45  
Перегрузка топлива 348  
Период реактора 311, 314  
Плотность диффузионного тока нейтронов 89  
— замедления 126  
— тока нейтронов 87  
Площадь миграции 158, 308  
Поток нейтронов 83  
Приближение бесконечной массы 138  
— Бэлла 233  
— Вигнера 233  
— двухгрупповое 169  
— многогрупповое 160  
— одногрупповое 190  
— узких резонансов 135, 252  
— четырехгрупповое 169  
Профилирование физическое 220

### Р

Рабочий орган СУЗ 39, 370  
Размножающая среда 30  
Реактивность 200

Реактор гетерогенный 32  
 — гомогенный 32  
 — многозонный 220  
 — на быстрых нейтронах 31, 454  
 — — промежуточных нейтронах 31  
 — — тепловых нейтронах 31, 381  
 — неоднородный 33  
 — одновозонный 202  
 — однородный 33, 188  
 — ядерный 29  
 — — энергетический 31  
 Резонансный интеграл поглощения при бесконечном разбавлении 133  
 — — эффективный в разреженных решетках 255  
 — — — — — сложных решетках 258  
 — — — — — тесных решетках 257  
 — — — — — для гетерогенной смеси 250  
 — — — — — гомогенной смеси 132, 140  
 Решетка активной зоны 32, 225  
 — простая 225  
 — разреженная 225  
 — сложная 225  
 — тесная 225

## С

Сечение взаимодействия макроскопическое 28  
 — — — — — микроскопическое 26  
 — — — — — транспортное 86  
 — — — — — эффективное 27  
 — — — — — среднее 108  
 — увода 165  
 Система управления и защиты (СУЗ) 33, 370  
 Скорость взаимодействия нейтронов с ядрами 83  
 — нейтронов средняя 108  
 — поглощения 126  
 — рассеяния 123  
 Соотношения (теоремы) эквивалентности 253  
 Состояние реактора критическое 30  
 — — надкритическое 30  
 — — подкритическое 30  
 — — ядра возбужденное 20  
 — — основное 20  
 Спектр Максвелла 170  
 — нейтронов в гомогенной среде 175  
 — — деления 72, 73, 76  
 — Ферми 124  
 Спектры нейтронов в гетерогенной среде 287  
 Спонтанное деление 65  
 Средний косинус угла рассеяния 82

504

Средняя длина свободного пробега до поглощения 82  
 — — — — — рассеяния 82  
 — логарифмическая потеря энергии 120  
 — хорда 106  
 Ступенька замедления 116

## Т

Температура нейтронного газа 171  
 Теория возмущений 359  
 Тепловыделяющий элемент (ТВЭЛ) 32  
 Теплоноситель 32  
 Термализация нейтронов 170  
 Технологический канал 32  
 Ток нейтронов односторонний 87

## У

Уравнение возраста 145  
 — диффузии стационарное 91  
 — замедления в возрастном приближении 149  
 — реактора в диффузионно-возрастном приближении 149  
 — — — — — одnogрупповом приближении 194  
 Условия критичности 192, 203, 215  
 Усреднение сечений в гетерогенных средах 288

## Ф

Формула Брейта—Вигнера 43, 44  
 — — — — — четырех сомножителей 179  
 Функция ценности нейтронов 369, 370

## Ч

Число быстрых нейтронов, образующихся в среднем при поглощении в топливе одного теплового нейтрона 179, 296

## Ш

Ширина уровня 21  
 — — — — — парциальная 21  
 Шлакование реактора 335, 339

## Э

Энергия возбуждения ядра 34  
 — деления 64  
 — связи ядра 14  
 Эффект Доплера 51, 327  
 — реактивности температурный 325  
 Эффективная добавка 204  
 Эффективное граничное условие 98  
 Эффективность поглощающего стержня 373  
 — — — — — решетки стержней 380  
 Эффективный радиус поглощающего стержня 372

## Я

Ядерная плотность 27  
 Ядерное топливо 29, 37  
 Ядро предшественник запаздывающих нейтронов 76  
 Ячейка решетки элементарная 225  
 — эквивалентная Вигнера—Зейна 227

## Оглавление

Предисловие . . . . .	3
Список условных обозначений . . . . .	5
Введение . . . . .	8

## часть I

### ОСНОВЫ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

Глава 1. Свойства ядер и ядерные реакции . . . . .	12
§ 1.1. Общие сведения о строении ядра . . . . .	12
§ 1.2. Избыток массы. Энергия связи . . . . .	14
§ 1.3. Устойчивость ядер . . . . .	15
§ 1.4. Капельная модель ядра. Полуэмпирическая формула Вайцзек-кера для энергии связи . . . . .	16
§ 1.5. Свойства нейтрона . . . . .	18
§ 1.6. Уровни ядра . . . . .	20
§ 1.7. Понятие составного ядра . . . . .	22
§ 1.8. Виды взаимодействия нейтронов с ядрами . . . . .	24
§ 1.9. Эффективные сечения . . . . .	26
1.9.1. Микроскопические сечения . . . . .	26
1.9.2. Макроскопические сечения . . . . .	28
Глава 2. Взаимодействие нейтронов различных энергий с ядрами . . . . .	29
§ 2.1. Ядерный реактор . . . . .	29
§ 2.2. Быстрые нейтроны . . . . .	34
§ 2.3. Резонансные нейтроны . . . . .	42
§ 2.4. Тепловые нейтроны . . . . .	52
§ 2.5. Систематика взаимодействия нейтронов с ядрами . . . . .	57
Глава 3. Процесс деления ядер . . . . .	62
§ 3.1. Механизм деления . . . . .	62
§ 3.2. Делящиеся и воспроизводящие нуклиды . . . . .	66
§ 3.3. Стадии процесса деления . . . . .	67
§ 3.4. Энергия деления. Остаточное энерговыделение . . . . .	69
§ 3.5. Осколки деления . . . . .	70
§ 3.6. Мгновенные нейтроны деления . . . . .	72
§ 3.7. Продукты деления . . . . .	73
§ 3.8. Запавдывающие нейтроны . . . . .	75
§ 3.9. Ядерное топливо . . . . .	77

## часть II

### ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

Глава 4. Диффузия моноэнергетических нейтронов . . . . .	81
§ 4.1. Понятие о диффузии нейтронов . . . . .	81
§ 4.2. Поток нейтронов. Скорость взаимодействия . . . . .	83
§ 4.3. Длина свободного пробега и макроскопическое сечение . . . . .	84
§ 4.4. Плотность тока нейтронов . . . . .	86
§ 4.5. Уравнение диффузии . . . . .	90
§ 4.6. Интегральное уравнение для потока моноэнергетических нейтронов . . . . .	92
§ 4.7. Граничные условия . . . . .	95
§ 4.8. Решение уравнения диффузии в средах с точечным источником . . . . .	100
§ 4.9. Принцип суперпозиции источников. Метод функции Грина . . . . .	102
§ 4.10. Замена интегрального уравнения системой алгебраических . . . . .	104
§ 4.11. Скорость взаимодействия в случае моноэнергетических нейтронов . . . . .	108
§ 4.12. Длина диффузии . . . . .	109
Глава 5. Замедление нейтронов в бесконечных средах . . . . .	112
§ 5.1. Модель замедления . . . . .	112
§ 5.2. Рассеяние в системе центра инерции . . . . .	113
§ 5.3. Рассеяние в лабораторной системе координат . . . . .	114
§ 5.4. Закон рассеяния . . . . .	117
§ 5.5. Средняя логарифмическая потеря энергии . . . . .	120
§ 5.6. Летаргия . . . . .	122
§ 5.7. Замедление в водороде без поглощения . . . . .	123
§ 5.8. Замедление в водороде с поглощением . . . . .	125
§ 5.9. Замедление в тяжелых рассеивателях без поглощения . . . . .	128
§ 5.10. Характеристики замедлителей . . . . .	130
§ 5.11. Замедление в тяжелых рассеивателях с поглощением . . . . .	131
5.11.1. Вероятность избежать резонансного поглощения . . . . .	131
5.11.2. Резонансный интеграл при бесконечном разбавлении . . . . .	133
5.11.3. Интегральное уравнение. Приближение узких резонансов (УР-приближение) . . . . .	135
5.11.4. Приближение бесконечной массы (БМ-приближение) . . . . .	138
5.11.5. Эффективный резонансный интеграл . . . . .	140
Глава 6. Пространственное распределение замедляющихся нейтронов . . . . .	143
§ 6.1. Модель непрерывного замедления. Уравнение возраста . . . . .	143
§ 6.2. Уравнение замедления в возрастном приближении в средах с поглощением . . . . .	146
§ 6.3. Начальные и граничные условия . . . . .	150
§ 6.4. Примеры решения уравнения возраста . . . . .	150
6.4.1. Источники простейших форм . . . . .	150
6.4.2. Бесконечная периодическая решетка невидимых источников . . . . .	153
§ 6.5. Пределы применимости уравнения замедления . . . . .	153
§ 6.6. Возраст нейтронов . . . . .	154
§ 6.7. Площадь миграции нейтронов . . . . .	157
§ 6.8. Время замедления . . . . .	159



§ 6.9. Многогрупповое приближение . . . . .	160
6.9.1. Групповые диффузионные уравнения . . . . .	160
6.9.2. Выбор числа групп . . . . .	168
§ 6.10. Спектр Максвелла . . . . .	170
§ 6.11. Дифференциальное уравнение термализации нейтронов . . . . .	172
<b>Глава 7. Теория критических размеров . . . . .</b>	<b>177</b>
§ 7.1. Физическая классификация реакторов. Коэффициент размножения . . . . .	177
§ 7.2. Возможные представления цикла размножения нейтронов . . . . .	179
§ 7.3. Эффективный коэффициент размножения . . . . .	187
— § 7.4. Гомогенный реактор без отражателя . . . . .	188
7.4.1. Уравнение реактора в диффузионно-возрастном приближении . . . . .	188
7.4.2. Условие критичности реактора в диффузионно-возрастном приближении . . . . .	190
7.4.3. Реактор с одной группой нейтронов (одногогрупповое приближение) . . . . .	194
7.4.4. Геометрический параметр $B^2$ для реакторов различной формы . . . . .	195
— § 7.5. Квазикритическое уравнение реактора . . . . .	199
— § 7.6. Гомогенный реактор с отражателем в одногрупповом приближении . . . . .	201
7.6.1. Влияние отражателя . . . . .	201
7.6.2. Уравнения и граничные условия . . . . .	202
7.6.3. Плоский реактор . . . . .	203
7.6.4. Сферический и цилиндрический реакторы . . . . .	205
— § 7.7. Гомогенный реактор с отражателем в двухгрупповом приближении . . . . .	209
7.7.1. Постановка задачи . . . . .	209
7.7.2. Активная зона . . . . .	210
7.7.3. Отражатель . . . . .	214
7.7.4. Условие критичности . . . . .	215
7.7.5. Пространственное распределение потоков быстрых и тепловых нейтронов . . . . .	217
7.7.6. Цилиндрический реактор . . . . .	219
§ 7.8. Многозонный реактор . . . . .	220
<b>— Глава 8 Теория решетки . . . . .</b>	<b>224</b>
§ 8.1. Классификация решеток. Основные предположения и допущения . . . . .	224
§ 8.2. Метод вероятностей первых столкновений . . . . .	228
8.2.1. Основные понятия . . . . .	228
8.2.2. Расчет ВПС в разреженных решетках . . . . .	230
8.2.3. Расчет ВПС в тесных решетках . . . . .	235
8.2.4. Расчет вероятностей в сложных решетках . . . . .	238
§ 8.3. Физические особенности гетерогенного реактора . . . . .	240
§ 8.4. Коэффициент размножения на быстрых нейтронах . . . . .	242
8.4.1. Расчет коэффициента размножения на быстрых нейтронах . . . . .	242
8.4.2. Замечания к расчету $\mu$ . . . . .	246
8.4.3. Зависимость $\mu$ от типа реактора и решетки . . . . .	247

§ 8.5. Вероятность избежать резонансного поглощения . . . . .	248
8.5.1. Постановка задачи . . . . .	248
8.5.2. Применение метода ВПС для расчета эффективного резонансного интеграла . . . . .	250
8.5.3. Расчет эффективного резонансного интеграла в различных решетках и в гомогенной среде . . . . .	254
8.5.4. Чувствительность вероятности избежать резонансного поглощения $\phi$ к изменению параметров решетки . . . . .	262
§ 8.6. Коэффициент использования тепловых нейтронов . . . . .	265
8.6.1. Относительное вредное поглощение нейтронов . . . . .	265
8.6.2. Блок-эффект . . . . .	268
8.6.3. Расчет коэффициента использования тепловых нейтронов в диффузионном односкоростном приближении . . . . .	271
8.6.4. Расчет $\theta$ методом Амуаяля, Бенуа, Горовица (метод АБГ) . . . . .	275
8.6.5. Расчет $\theta$ в различных ячейках . . . . .	282
8.6.6. Спектры нейтронов и усреднение сечений в области энергий тепловых нейтронов . . . . .	286
8.6.7. Замечания к расчету коэффициента использования тепловых нейтронов . . . . .	292
8.6.8. Чувствительность $\theta$ к изменению параметров решетки . . . . .	294
§ 8.7. Число вторичных нейтронов деления на один поглощенный топливом первичный нейтрон . . . . .	296
§ 8.8. Использование метода Весткотта для описания цикла размножения нейтронов . . . . .	298
8.8.1. Формализм метода . . . . .	298
8.8.2. Расчет коэффициента размножения $k_{\infty}$ . . . . .	301
§ 8.9. Расчет длин диффузии и замедления в решетках . . . . .	304
8.9.1. Длина диффузии $L_p$ . . . . .	304
8.9.2. Возраст нейтронов $\tau_p$ . . . . .	306
§ 8.10. Зависимость материального параметра от отношения объемов замедлителя и топлива . . . . .	308
<b>Глава 9. Нестационарные процессы в реакторе . . . . .</b>	<b>310</b>
§ 9.1. Кинетика реактора . . . . .	310
9.1.1. Постановка задачи. Реактор на мгновенных нейтронах . . . . .	310
9.1.2. Реактор с запаздывающими нейтронами . . . . .	312
9.1.3. Одна эффективная группа запаздывающих нейтронов . . . . .	316
9.1.4. Качественное обсуждение кинетики реакторов . . . . .	319
§ 9.2. Температурные эффекты . . . . .	324
9.2.1. Основные понятия . . . . .	324
9.2.2. Ядерный температурный коэффициент реактивности . . . . .	327
9.2.3. Плотностной температурный коэффициент реактивности . . . . .	329
9.2.4. Роль различных температурных эффектов . . . . .	331
§ 9.3. Изменение нуклидного состава топлива . . . . .	334
9.3.1. Основные понятия. Изотопный состав урана и плутония . . . . .	334
9.3.2. Шлакование реактора . . . . .	339
9.3.3. Отравление реактора . . . . .	341
9.3.4. Глубина выгорания топлива. Кампания реактора . . . . .	346
9.3.5. Выгорающие поглотители . . . . .	349

9.3.6. Воспроизводство делящегося материала . . . . .	354	13.1.3. Сечения в области энергий быстрых нейтронов . . . . .	457
§ 9.4. Теория возмущений . . . . .	359	13.1.4. Глубина выгорания топлива . . . . .	459
9.4.1. Теория возмущений в однокрупном приближении . . . . .	359	13.1.5. Объемная тепловая нагрузка . . . . .	460
9.4.2. Теория возмущений в двухкрупном приближении . . . . .	366	13.1.6. Запас реактивности . . . . .	460
§ 9.5. Теория регулирующих стержней . . . . .	370	13.1.7. Температурные эффекты . . . . .	460
9.5.1. Рабочие органы СУЗ . . . . .	370	§ 13.2. Особенности конструкции . . . . .	463
9.5.2. Эффективный радиус поглощающего стержня . . . . .	372	§ 13.3. Физический расчет реактора . . . . .	467
9.5.3. Эффективность поглощающих стержней . . . . .	373	13.3.1. Постановка задачи. Особенности физического расчета . . . . .	467
часть III		13.3.2. Вариационный метод . . . . .	470
ОСОБЕННОСТИ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РЕАКТОРОВ		13.3.3. Расчет критической массы . . . . .	474
Глава 10. Водоводяные энергетические реакторы (ВВЭР) . . . . .	381	13.3.4. Определение коэффициента воспроизводства и времени удвоения . . . . .	482
§ 10.1. Нейтронно-физические особенности . . . . .	381	13.3.5. Эффективность системы управления и защиты . . . . .	486
§ 10.2. Конструкционные особенности . . . . .	387	<i>Приложение I. Сечения и резонансные интегралы взаимодействия нейтронов с нуклидами . . . . .</i>	488
§ 10.3. Компенсация реактивности и органы регулирования . . . . .	390	<i>Приложение II. Основные параметры делящихся нуклидов . . . . .</i>	490
§ 10.4. Коэффициенты неравномерности энерговыделения . . . . .	394	<i>Приложение III. Четырехкрупная система констант для расчета реакторов на тепловых нейтронах . . . . .</i>	490
§ 10.5. Выгорание и перегрузка топлива . . . . .	396	<i>Приложение IV. Вычисление вероятности вылета нейтрона из цилиндрического слоя . . . . .</i>	493
§ 10.6. Физический расчет реактора . . . . .	399	<i>Приложение V. Расчет ячейки реактора РБМК с неразмножающимися каналами . . . . .</i>	494
10.6.1. Задачи физического расчета . . . . .	399	<i>Приложение VI. Значения g-фактора и параметра Весткотта s для отдельных нуклидов . . . . .</i>	496
10.6.2. Выбор схемы физического расчета . . . . .	401	Список литературы . . . . .	499
10.6.3. Структурная схема . . . . .	402	Алфавитно-предметный указатель . . . . .	501
10.6.4. Гомогенизация ячейки (блок 3) . . . . .	405		
10.6.5. Подготовка однокрупных (двухкрупных) констант для расчета реактора в целом (блок 4) . . . . .	410		
10.6.6. Определение эффективного коэффициента размножения (блок 5) . . . . .	413		
10.6.7. Расчет параметров борного регулирования (блок 6) . . . . .	413		
10.6.8. Определение кампании реактора (блок 8) . . . . .	414		
10.6.9. Оценочный расчет коэффициента размножения $k_{\infty}$ . . . . .	415		
§ 10.7. Тенденции развития реакторов ВВЭР . . . . .	416		
Глава 11. Водоводяные кипящие реакторы . . . . .	421		
§ 11.1. Физические особенности . . . . .	421		
§ 11.2. Конструкционные особенности . . . . .	425		
§ 11.3. Возможные способы уменьшения неравномерности энерговыделения по объему активной зоны . . . . .	427		
§ 11.4. Физический расчет . . . . .	428		
§ 11.5. Тенденции развития кипящих реакторов . . . . .	433		
Глава 12. Канальные графитовые реакторы (РБМК) . . . . .	435		
§ 12.1. Введение . . . . .	435		
§ 12.2. Физические особенности . . . . .	437		
§ 12.3. Конструкционные особенности . . . . .	440		
§ 12.4. Физический расчет . . . . .	444		
§ 12.5. Тенденции развития реакторов РБМК . . . . .	448		
§ 12.6. Тяжеловодные канальные реакторы . . . . .	450		
Глава 13. Реакторы на быстрых нейтронах . . . . .	454		
§ 13.1. Основные особенности . . . . .	454		
13.1.1. Спектр нейтронов . . . . .	454		
13.1.2. Воспроизводство делящихся материалов . . . . .	455		